Claude Cohen-Tannoudji

Bernard Diu

Franck Laloë

Mécanique quantique - Tome III. Fermions, bosons, photons, corrélations et intrication. Cohen-Tannoudji, Claude, Laloë, Franck, et Diu, Bernard. EDP Sciences / CNRS Editions, Collection : Savoirs Actuels. Septembre 2017.

I. Préambule

La sortie du tome 3 toute récente (septembre 2017) du cours de Mécanique quantique de Claude Cohen-Tannoudji, Bernard Diu et Franck Laloë est un événement en soi. Par ailleurs ce tome 3 et ceux (1 et 2) déjà parus constituent à présent un corpus unique dans le domaine de l'enseignement de la Mécanique quantique. Les deux premiers tomes ont été étudiés par des générations d'étudiants et de jeunes chercheurs pour se former dans cette discipline réputée difficile et nul doute qu'à présent ce corpus sera une référence internationale scientifique et pédagogique incontournable pour tous ceux qui veulent apprendre la physique quantique et ses applications qui sont fort nombreuses de nos jours car cette dernière occupe une position centrale avec la relativité générale pour une compréhension intelligible du monde tel que nous le vivons.

Le Président et le Comité de lecture de l'AEIS ont pensé que la présentation institutionnelle de ces trois tomes devait figurer dans leur ouvrage dédié à ces deux grandes disciplines et à leurs implications les plus fondamentales.

Claude Cohen-Tannoudji ou l'histoire et la réalité illuminées

Cette recension a été publiée dans la revue *Raison Présente* de l'Union rationaliste, n° 204, décembre 2017. L'AEIS remercie Michèle Leduc pour son aimable autorisation à reproduire cet article.

Au mois de septembre 2017 est paru le troisième tome d'un cours de mécanique quantique célèbre dans le monde entier. Très attendue, cette suite expose les progrès récents de la discipline. Rigueur mathématique et clarté des discussions physiques caractérisent les trois volumes. Ces qualités, omniprésentes dans les cours au Collège de France de Claude Cohen-Tannoudji, aussi bien que dans ses livres, ici écrit avec deux physiciens d'envergure, Bernard Diu et Franck Laloë, nous ont permis de comprendre pourquoi ses explications et conférences répandaient autant de transparente beauté.

C'est que l'objet dont cette trinité parle est le même que la manière dont notre prix Nobel en parle : la lumière.

I. La réalité illuminée

En mesurant les ombres portées par les Pyramides, Thalès inventa, dit-on, la Géométrie; pour Platon, le soleil engendre la connaissance; auteur de quelques lois d'optique, Descartes célèbre les idées claires et distinctes; saint Jean et les Lumières comparent l'ignorance aux ténèbres... une tradition longue associe donc connaître à éclairer. En projetant un faisceau laser sur les atomes, Claude Cohen-Tannoudji avait déjà pris une place singulière et décisive parmi cette suite de génies puisqu'il la confirme mais y introduit aussi une coupure essentielle : chez lui, le couplage photon-atome les rend presque indiscernables l'un de l'autre.

Nos trois auteurs montrent en effet qu'un rayonnement spontané induit un décalage du spectre en énergie d'un système quantifié. Cette perturbation, qualifiée par Claude Cohen-Tannoudji de *déplacement lumineux* l'a poussé à comprendre l'interaction atome-photon dans sa globalité. Introduisant le concept d'*atome habillé*, sous entendu *baigné par la lumière*, le spectre énergétique de l'atome éclairé a ainsi pu être calculé exactement. La résolution de ce problème subtil, conjugué avec

l'avènement des sources laser ont inspiré de nombreuses avancées en physique atomique lors des dernières décennies.

Puisque sonder l'état physique d'un système revient la plupart du temps à le soumettre à un rayonnement dont les variations en dévoilent la nature, le monde de l'infiniment petit se mesure donc bien à l'aune d'une *réalité illuminée*.

II. Composition, intrication

Voici plus de deux millénaires, Lucrèce le premier composa d'atomes la réalité ; à sa suite, Leibniz la traita comme un agrégat de monades ; depuis les chimistes allemands, fascinés par l'affinité, depuis le livre de Jean Perrin, depuis Max Planck surtout, qui annonça les Quanta, nous pénétrâmes enfin dans l'intimité des particules. Et de nouveau, Claude Cohen-Tannoudji et ses pairs prennent une place éminente dans cette géniale tradition.

Voici. Entre lumière et particules se produisent plusieurs types d'échanges. Des transferts d'énergie, d'impulsion ou de moment cinétique, génèrent des actions radiatives sur les atomes à l'origine notamment du ralentissement et du refroidissement par rayonnement. La manipulation des degrés de liberté externes des atomes, entités infimes mais composites, est rendue possible par la lumière stimulée opérant en réalité sur leurs degrés de liberté internes. L'ensemble de ces échanges, établis dans un respect très strict des lois de conservation, conduisent à des règles de sélection fondamentales en physique atomique.

Pour les avancées décisives réalisées dans le domaine de l'interaction matière-rayonnement, Claude Cohen-Tannoudji a reçu le prix Nobel de Physique en 1997, il y a tout juste vingt ans. Ce dernier livre, coécrit à trois, propose, de plus, une présentation des états intriqués et invite à une réflexion sur le contenu physique de la mécanique quantique. Outre des questions d'interprétation délicates, la production de paires de photons jumeaux préfigure une forme idéale de cryptographie ainsi que le procédé de calcul parallèle des ordinateurs quantiques. L'intrication, idée mathématique désormais concrétisée, est-elle une forme spéciale d'interaction ?

Comprenons-nous vraiment la Mécanique Quantique ? Dans un ouvrage récent, Franck Laloë, l'un des coauteurs du livre, a tenté brillamment de faire le point sur les interprétations possibles de la physique des Quanta.

III. Le miracle des mathématiques

Mathématiques : abstraites ou concrètes ? Comment a-t-il pu se faire que les courbes dites coniques inventées par Apollonius de Perge au III^e siècle avant J.-C. ait servi

aux astronomes du XVI^e siècle de notre ère pour décrire les mouvements des planètes autour du Soleil ? Pourquoi telle formule explicite la chute des corps, que telle autre équation semble organiser le mouvement des fluides ? Cette interrogation ne cessa de se poser dans l'Histoire ; question à laquelle Galilée répondit jadis en disant que le monde était écrit en langue mathématique.

Nous ne cessons de la reposer. Comment se fait-il que des formules de plus en plus abstraites nous ouvrent la plus secrète des réalités ? Ouvrez le livre que nous citons, vous ne tarderez pas à vous éblouir de ce que cette langue, inventée de manière formelle et poussée au comble de l'abstraction SOIT précisément celle du réel le plus fin. Faut-il que les choses que nous inventons décrivent le réel tel quel, et cela d'autant mieux qu'elles plongent dans l'abstrait le plus ardu ? Einstein réputait incompréhensible cette compréhension du monde. Et pourtant, il en est ainsi, et ici mieux qu'ailleurs et même mieux qu'avant.

Le dernier triptyque du célèbre cours illustre très bien la grande unité du formalisme mathématique utilisé avec succès aussi bien dans le cadre de la quantification des particules que dans celle du rayonnement électromagnétique. Décrits dans des espaces de Hilbert, les états des systèmes sont obtenus à l'aide d'opérateurs de création ou d'annihilation bien adaptés à la problématique du dénombrement des particules identiques et indiscernables. Regroupements bosoniques et exclusions fermioniques se révèlent très clairement par le calcul des fonctions de corrélations.

Les premières prédictions de la mécanique quantique, édictées par les mathématiciens, ont donné lieu à des expériences de pensée devenues célèbres. Les progrès technologiques nés de la maîtrise de l'interaction atome-photon autorisent aujourd'hui des tests très précis sur ces questions fondamentales. Couronnés de succès, ces résultats semblent établir que la mécanique quantique construit un pont entre notre univers classique et un monde plus abstrait.

À quelle échelle et pourquoi la réalité, possiblement multiple du monde de l'infiniment petit, se fige-t-elle à la manière dont nous apparaît le réel, peut-être unique ? Quelles manipulations, quelles mathématiques nous l'apprendront ?

IV. Tombeau du matérialisme ?

Des nombreux sens du mot tombeau, le texte qui suit en choisit deux et les développe de concert : monument funéraire sous lequel gît un cadavre ; œuvre poétique ou musicale en l'honneur d'une personne ou d'une chose d'importance disparues quoique sans cesse renaissantes.

François Jacob allait disant : « Nous n'étudions plus la vie dans nos laboratoires ». De fait, nous y pourchassons les acides aminés, le cycle de Krebs ou la topologie pliée

des molécules. Ainsi, le vitalisme recule-t-il, pas à pas, de tissus en cellules, de molécules en éléments, sous le brouillard de la métaphysique. Sauf, qu'en dernière analyse, subsiste la question *pourquoi* dont l'inquiétude recule avec les solutions progressives à la question *comment* : qu'est-ce qui a fait que la première molécule se dupliqua ?

Depuis *Les Atomes* de Jean Perrin jusqu'aux dernières œuvres de Claude Cohen-Tannoudji, ici accompagné, comme en une cordée, par deux autres savants, nous pourrions dire que nous n'étudions plus la matière dans nos laboratoires, puisque nous y pourchassons fermions et bosons. Ainsi, sous le brouillard métaphysique, le matérialisme ne cesse-t-il de reculer, pas à pas, du cristal aux molécules, d'atomes en particules. Sauf qu'en dernière analyse, subsiste la question de la matière, dont on ne sait encore si la dissocier de la lumière est une décision pertinente.

Reculer, voilà le verbe adéquat, vers, voici la préposition adaptée. Vitalisme et matérialisme ressemblent, en effet, à deux armées en déroute qui, rebroussant chemin devant l'avancée ennemie, prend ses quartiers où elle peut encore s'accrocher pour se défendre. Voici donc toute l'histoire : la matière, la masse résidaient d'abord parmi les éléments ; quand il n'y eut plus d'eau d'air ni de terre restèrent cristaux et molécules ; sous ces derniers, les atomes ; puis les particules. Où va donc, en dernier recours, se nicher la matière, d'autant que depuis la découverte du boson de Higgs, il semble que la relation produise la masse ?

Vecteur d'information, la lumière joue également un rôle actif et structurant. En effet, tandis qu'il y a peu étaient utilisés des objets au travers desquels la lumière diffractait puis interférait, aujourd'hui, les jets d'atomes interagissent avec des ondes électromagnétiques stationnaires conduisant, par échange d'impulsion, à une diffraction puis à des interférences *particulières*. Guidés par la lumière, les *ondes de matière* offrent des perspectives inédites et prometteuses à une optique, désormais atomique, pour laquelle la longueur d'onde de de Broglie revient au premier plan.

Fiat lux ! À peu près 370 000 ans après le mur de Planck, une formidable brisure de symétrie a libéré les premiers photons. Refroidie par l'expansion de l'espace, cette lumière originelle illumina l'univers, devenu alors d'une transparente incandescence ; elle contribue aujourd'hui au rayonnement cosmologique diffus. Depuis lors, la lumière émerge et disparaît d'interactions matérielles. De la médiation du rayonnement spontané à l'entrelacement profond de l'émission laser stimulée, les photons pénètrent plus loin l'intimité des atomes, offrant un dialogue, peut-être inédit, entre ces partenaires initialement unifiés.

Fervents de la lumière ou dévots de la matière, les philosophies les plus opposées depuis deux ou trois millénaires se donneraient-elles enfin la main, sous la bénédiction de Cohen-Tannoudji et de ses deux talentueux équipiers ?

V. Empirisme et sens commun

Jusqu'aux années vingt du XX^e siècle, il existait une sorte de vision du monde commune au public et aux savants. L'*Astronomie populaire* de Flammarion et les romans de Jules Verne en donnent autant d'illustrations. À partir des Quanta et de la Relativité, les sciences exactes quittent le sens commun et donc le public, même cultivé. Elles entrent dans un monde contre-intuitif. Vieille et vénérable question : les sciences exactes, mieux, nos connaissances en général, commencent-elles par les sens ? Vu l'équipement ultra sophistiqué des laboratoires, on peut en douter. Elles commenceraient plutôt par la modélisation et les mathématiques.

Richard Feynman considérait l'intrication comme la part la plus mystérieuse – hors du sens commun – de la mécanique quantique. Si le paradoxe EPR énoncé par Einstein avait pour objectif de réfuter l'interprétation de Copenhague de la mécanique quantique, Bell a montré par un jeu d'inégalités que la question pouvait être tranchée par la mesure. Comme l'ont révélé les expériences d'Alain Aspect à Orsay au début des années quatre-vingts, la mécanique quantique viole ces inégalités, sous-tendant une non séparabilité des systèmes et une non localité de la théorie, notions quasi contre intuitives. Mais où sont donc passés le sens commun ou le bon sens de nos aïeux et leurs évidences visibles ?

VI. Conclusion

Voilà donc quelques courbes de niveau historiques qui, dans cette œuvre de génies, convergent et se croisent en un lieu où elles se confirment, certes, mais qui les transforme et parfois les renverse, les fait apparaître, en tous cas, sous un jour si nouveau qu'on les reconnaîtrait à peine, sous l'éclat et le scintillement de l'étoile qu'elles forment.

Nous voilà revenus à la lumière du commencement.

Olivier Joachim, professeur de physique en classe préparatoire
et Michel Serres, membre de l'Académie française

2. Avant-propos du Tome III

Ce tome III poursuit l'étude de la mécanique quantique présentée dans les tomes I et II de notre ouvrage. Il introduit de nouvelles approches et méthodes de calcul qui se révèlent essentielles pour décrire et interpréter des phénomènes physiques observés dans de nombreux domaines de la physique, dont certains sont en plein développement.

Un premier sujet étudié est l'étude des ensembles de particules identiques, libres ou en interaction. De tels systèmes ont déjà été décrits dans le Chapitre XIV du tome II en partant du postulat de symétrisation, qui impose à la fonction d'onde du système global de rester invariante par permutation de deux particules (cas des bosons, de spin entier ou nul) ou de changer de signe dans une permutation impaire (cas des fermions, de spin demi-entier). Dans ce tome III, nous introduisons une autre méthode qui conduit à des calculs souvent beaucoup plus simples, parfois appelée « seconde quantification ». Cette description est basée sur l'utilisation dans un « espace de Fock » d'opérateurs d'annihilation a_i et de création $a_i^\dagger$, qui respectivement détruisent ou créent une particule dans un état $|u_i\rangle$ appartenant à une base orthonormée. Les relations de commutation ou d'anti-commutation de ces opérateurs sont parfaitement équivalentes aux propriétés de symétrie des fonctions d'ondes imposées par le postulat de symétrisation du Chapitre XIV. La méthode est illustrée par l'étude de nombreux exemples, comme les propriétés des électrons dans un solide ou celles des atomes identiques dans un gaz à très basse température. Dans les approximations de « champ moyen », souvent utilisées pour prendre en compte les interactions entre particules, l'évolution de chaque particule dans un système de N particules est décrite comme résultant de l'interaction moyenne de cette particule avec les $N-1$ autres. On établit ainsi les équations de Hartree-Fock (pour des fermions) et de Gross-Pitaevskii (pour des bosons). L'étude de l'équation de Gross-Pitaevskii permet en particulier de comprendre certains aspects d'un phénomène physique important, la superfluidité des bosons. Nous présentons également le phénomène d'appariement en mécanique quantique, de façon unifiée en traitant dans le même cadre général fermions (condensation « BCS » pour Bardeen-Cooper-Schrieffer) et bosons (théorie de Bogolubov). Pour des fermions, la théorie BCS est à la base de notre compréhension de la supraconductivité dans les métaux. Notre étude des états appariés permet également de discuter dans quelle mesure un système de deux fermions appariés peut se comporter comme un boson. Mentionnons enfin que, dans le cas où la base $|u_i\rangle$ est la base $|r\rangle$ des états propres de l'opérateur position, les opérateurs d'annihilation et de création $\psi(r)$ et $\psi^\dagger(r)$ sont des champs d'opérateurs et constituent un exemple de « champ quantique ». Ainsi, la valeur moyenne $\langle \psi^\dagger(r_1)\psi^\dagger(r_2)\psi(r_2)\psi(r_1) \rangle$ est une « fonction de corrélation » spatiale, décrivant comment la détection d'une particule en r_1 influence la détection d'une autre particule en r_2 . On peut ainsi obtenir un nouvel éclairage sur les interférences spatiales en physique quantique ; elles sont associées, non plus à une interférence entre deux ondes classiques, mais à une interférence entre deux amplitudes de probabilité quantiques associées à deux chemins différents conduisant le système d'un même état initial à un même état final.

Un second grand sujet abordé dans ce tome III est la théorie quantique du champ électromagnétique. Certes, le Chapitre XIII du tome II abordait la description des interactions matière-rayonnement, mais uniquement dans le cadre de la théorie des perturbations dépendant du temps où le champ est décrit classiquement ; des notions essentielles, comme

par exemple celle d'émission spontanée, sont alors perdues. De surcroît, la compréhension de phénomènes couramment observés (par exemple en optique quantique) requiert une description quantique du rayonnement. Nous avons donc consacré plusieurs chapitres à ces sujets. Afin de partir d'une base solide, nous commençons au Chapitre XVIII par des rappels d'électromagnétisme classique, ce qui a l'avantage de considérablement simplifier l'exposé de la quantification. Cette dernière est ensuite introduite au Chapitre XIX avec la présentation d'une théorie quantique du champ électromagnétique de manière aussi simple que possible, ainsi que de ses interactions avec les atomes. Nous montrons ainsi comment apparaissent les excitations élémentaires du champ, les photons. Les processus fondamentaux d'interaction atomes-photons (absorption, émissions induite et spontanée) sont introduits, y compris la photo-ionisation (absorption d'un photon faisant passer l'atome de son état fondamental vers le continuum d'ionisation). L'accent est mis aussi sur les lois de conservation du moment cinétique total et de l'impulsion totale lors de l'absorption d'un photon par un atome. Ces lois sont en effet à la base de méthodes importantes, comme le pompage optique et le refroidissement et le piégeage d'atomes par des faisceaux laser ; elles peuvent être considérées comme des outils de manipulation d'atomes par la lumière et ont donné naissance à de nombreuses applications. Des processus d'ordre supérieur, faisant intervenir plusieurs photons dans une transition entre deux niveaux atomiques, sont également étudiés. On montre aussi comment le comportement d'un atome dans un champ intense, résonnant ou quasi-résonnant, peut être interprété en termes d'atome « habillé » par les photons avec lesquels il interagit.

Mentionnons enfin que, dans la théorie quantique du rayonnement, les opérateurs associés au champ électrique constituent un autre exemple de champ quantique, différent de celui mentionné plus haut pour des particules matérielles identiques. Dans ce cas également, on peut introduire des fonctions de corrélation spatiales très utiles pour comprendre comment des effets d'interférence peuvent apparaître sur la distribution des positions où sont détectés les photons, même si les deux faisceaux lumineux qui interfèrent sont incohérents (effet Handbury Brown-Twiss).

Les corrélations entre particules matérielles ou entre photons sont un exemple important de corrélations entre deux systèmes dans la mesure où une observation effectuée sur un système modifie les prédictions sur une observation effectuée sur l'autre. Bien sûr, des corrélations peuvent aussi exister entre deux systèmes classiques. Pour souligner les différences importantes entre corrélations classiques et quantiques, nous introduisons, dans le dernier chapitre de ce tome III, la notion fondamentale d'intrication quantique : deux systèmes 1 et 2 sont intriqués si le vecteur d'état qui décrit leur état n'est pas un simple produit de deux vecteurs d'état, un pour le système 1 et un autre pour le système 2. Nous analysons en détail plusieurs conséquences physiques intéressantes d'une telle situation qui est à la base d'un domaine très actif de recherches à l'heure actuelle. Ce chapitre nous fournit ainsi l'occasion de discuter le théorème d'Einstein, Podolsky et Rosen, ainsi que celui de Bell, et de souligner certains aspects troublants de la mécanique quantique.

L'ouvrage se termine par quatre appendices, dont deux exposent une autre façon d'introduire la mécanique quantique. L'Appendice IV expose brièvement la méthode de l'intégrale de chemin de Feynman, qui constitue une procédure de quantification différente de la quantification canonique, très importante par exemple en théorie quantique des

champs. L'Appendice VII sur la transformée de Wigner montre comment il est possible de reformuler la mécanique quantique en termes de quasi-distributions, ce qui peut d'ailleurs également fournir une procédure de quantification.

Malgré un intervalle de temps de plusieurs décennies, nous avons porté toute notre attention à conserver l'esprit des deux premiers tomes, avec un style d'exposition où toutes les étapes du raisonnement sont explicitées. Nous avons conservé la structure de l'ouvrage en chapitres et compléments où les chapitres, au nombre de 7, peuvent être lus indépendamment des compléments ; chacun de ces derniers est d'ailleurs rédigé comme un ensemble indépendant. Le but des compléments est de prolonger ou d'approfondir tel ou tel aspect abordé dans le chapitre qui précède, et de présenter des applications possibles.

En première lecture, il est déconseillé de lire tous les compléments dans l'ordre où ils se présentent. En fonction de ses intérêts et de son degré d'avancement dans la lecture, chacun pourra choisir ceux qui l'intéressent. Il sera guidé pour cela, à la fin de chaque chapitre, par une liste commentée de l'ensemble de ses compléments.

Il est indéniable que le niveau du tome III est (un peu) supérieur à celui des deux premiers tomes, qui s'adressent à ceux qui débutent en mécanique quantique. Nous n'avons pas hésité à procéder à de nombreux renvois vers les tomes I et II, au cas où le lecteur n'aurait plus en tête les bases de la théorie. Mais ce n'est pas pour autant que ce tome III se place au niveau d'un cours de mécanique quantique avancée. Nous renvoyons d'ailleurs à plusieurs reprises le lecteur à des ouvrages plus complets que le nôtre ou des références plus avancées.

Remerciements

Nicole et Daniel Ostrowsky ont, à l'occasion de leur traduction du texte en anglais, proposé de nombreuses améliorations ou clarifications, et nous leur en sommes très reconnaissants. Nombreux sont en fait les collègues et amis qui ont grandement contribué à la mise au point de cet ouvrage. Cela nous a d'autant plus aidés que chacun, dans son style propre, nous a apporté des remarques et suggestions complémentaires, et toujours utiles. Tous nos remerciements vont donc en particulier à :

Pierre-François Cohadon, Jean Dalibard, Sébastien Gleyzes, Markus Holzmann, Thibaut Jacqmin, Philippe Jacquier, Amaury Mouchet, Nicole Ostrowsky, Jean-Michel Raimond, Félix Werner.

De plus, Marco Picco et Pierre Cladé nous ont grandement aidés à maîtriser certains aspects délicats de la typographie LaTeX. Roger Balian, Edouard Brézin et William Mullin nous ont fait bénéficier d'utiles conseils et suggestions. Enfin, pour un certain nombre de figures, nous remercions vivement pour leur aide Geneviève Tastevin, Pierre-François Cohadon et Samuel Deléglise.

3. Présentation des Tomes I et 2

3.1 Mécanique quantique I

Ondes et particules. Introduction aux idées fondamentales de la mécanique quantique. Les outils mathématiques de la mécanique quantique. Les postulats de la mécanique quantique. Application des postulats à des cas simples : spin $1/2$ et systèmes à deux niveaux. L'oscillateur harmonique à une dimension. Propriétés générales à des moments cinétiques en mécanique quantique. Particule dans un potentiel central. Atome d'hydrogène.

3.2 Mécanique quantique II

Notions élémentaires sur la théorie de la diffusion par un potentiel. Le spin de l'électron. Composition des moments cinétiques. Théorie des perturbations : structure fine et hyperfine de l'atome d'hydrogène. Perturbation dépendant du temps. Systèmes de particules identiques. Appendices : séries de Fourier et transformation de Fourier. La fonction de Dirac. Lagrangien et Hamiltonien en mécanique classique.

4. Table des matières du Tome III

XV	Opérateurs de création et d'annihilation pour des particules identiques	1
A	Formalisme général	2
B	Opérateurs symétriques à une particule	14
C	Opérateurs à deux particules	19
	Compléments du chapitre XV	
	GUIDE DE LECTURE	29
A _{XV}	Particules et trous	33
1	Etat fondamental d'un gaz de fermions sans interactions	33
2	Nouvelle définition des opérateurs de création et d'annihilation	34
3	Vide d'excitations	35
B _{XV}	Gaz parfait en équilibre thermique ; fonctions de distribution quantiques	37
1	Description grand-canonique d'un système sans interactions	38
2	Valeurs moyennes des opérateurs symétriques à une particule	40
3	Opérateurs à deux particules	44
4	Nombre total de particules	47
5	Equation d'état, pression	52

C_{XV}	Systèmes de bosons condensés, équation de Gross-Pitaevskii	57
1	Notations, ket variationnel	57
2	Une première approche	59
3	Généralisation, calcul en notation de Dirac	62
4	Discussion physique	65
D_{XV}	Équation de Gross-Pitaevskii dépendant du temps	73
1	Evolution temporelle	73
2	Analogie hydrodynamique	80
3	Ecoulements métastables, superfluidité	83
E_{XV}	Systèmes de fermions, approximation de Hartree-Fock	95
1	Les bases de la méthode	96
2	Généralisation : méthode opératorielle	107
F_{XV}	Fermions, Hartree-Fock dépendant du temps	119
1	Ket variationnel et notations	119
2	Méthode variationnelle	120
3	Calcul de l'optimisateur	123
4	Equations du mouvement	125
G_{XV}	Fermions ou bosons : équilibre thermique en champ moyen	129
1	Principe variationnel	130
2	Approximation de l'opérateur densité à l'équilibre	134
3	Equations de champ moyen dépendant de la température	144
H_{XV}	Applications de la méthode du champ moyen à température non nulle	153
1	Hartree-Fock à température non nulle, bref rappel	153
2	Système homogène	154
3	Magnétisme spontané de fermions répulsifs	157
4	Bosons : équation d'état, instabilité attractive	165
<hr/>		
XVI	Opérateur champ	171
A	Définition de l'opérateur champ	172
B	Opérateurs symétriques	175
C	Evolution dans le temps de l'opérateur champ (point de vue de Heisenberg)	184
D	Lien avec la quantification d'un champ	186
<hr/>		
Compléments du chapitre XVI		
GUIDE DE LECTURE		189
A_{XVI}	Corrélations spatiales dans un gaz parfait de bosons ou de fermions	191
1	Système dans un état de Fock	191
2	Fermions dans l'état fondamental	194
3	Bosons dans un état de Fock	198

B _{XVI}	Fonctions de corrélation spatio-temporelles, fonctions de Green	203
1	Fonctions de Green dans l'espace ordinaire	203
2	Transformées de Fourier	212
3	Fonction spectrale, règle de somme	218
C _{XVI}	Théorème de Wick	223
1	Démonstration du théorème	223
2	Applications : fonctions de corrélation d'un gaz parfait . .	228
<hr/>		
XVII	Etats appariés de particules identiques	235
A	Opérateurs création et annihilation d'une paire de particules	238
B	Construction d'états appariés	242
C	Propriétés des kets caractérisant les paires d'états	247
D	Corrélations entre particules, fonction d'onde de paires . .	255
E	Les états appariés comme vide de quasi-particules ; trans- formations de Bogolubov-Valatin	261
Compléments du chapitre XVII		
GUIDE DE LECTURE		269
A _{XVII}	Opérateur champ de paires de particules identiques	271
1	Opérateurs de création et d'annihilation de paires	272
2	Valeurs moyennes dans un état apparié	277
3	Relations de commutation des opérateurs champ	288
B _{XVII}	Energie moyenne dans un état apparié	295
1	Utilisation d'états qui ne sont pas états propres du nombre total de particules	295
2	Hamiltonien	297
3	Fermions de spin 1/2 dans un état singulet	300
4	Bosons de spin nul	306
C _{XVII}	Appariement de fermions, théorie BCS	315
1	Optimisation de l'énergie	317
2	Fonctions de distribution, corrélations	326
3	Discussion physique	341
4	Etats excités	346
D _{XVII}	Paires de Cooper	355
1	Le modèle de Cooper	355
2	Vecteur d'état et hamiltonien	355
3	Solution de l'équation aux valeurs propres	357
4	Calcul de l'énergie de liaison dans un cas simple	357

E_{XVII}	Bosons répulsifs condensés	361
1	Etat variationnel, énergie	363
2	Optimisation	365
3	Propriétés de l'état fondamental	368
4	Méthode opératorielle de Bogolubov	379
<hr/>		
XVIII	Rappels d'électrodynamique classique	385
A	Electrodynamique classique	387
B	Description du champ transverse comme un ensemble d'oscillateurs harmoniques	396
Complément du chapitre XVIII		
GUIDE DE LECTURE		405
A_{XVIII}	Formulation lagrangienne de l'électrodynamique	407
1	Lagrangien avec divers types de variables	408
2	Application au champ de rayonnement libre	414
3	Lagrangien du système global champ + particules en interaction	420
<hr/>		
XIX	Quantification du rayonnement électromagnétique	425
A	Quantification du rayonnement en jauge de Coulomb	427
B	Les photons, excitations élémentaires du champ quantique libre	432
C	Description des interactions	437
Compléments du chapitre XIX		
GUIDE DE LECTURE		445
A_{XIX}	Echanges d'impulsion entre atomes et photons	447
1	Recul d'un atome libre absorbant ou émettant un photon .	448
2	Applications de la force de pression de radiation : ralentissement et refroidissement des atomes	453
3	Blocage du recul par un confinement spatial	464
4	Suppression du recul dans certains processus multiphotoniques	469
B_{XIX}	Moment cinétique du rayonnement	473
1	Valeur moyenne du moment cinétique pour une particule de spin 1	474
2	Moment cinétique du rayonnement libre classique en fonction des variables normales	477
3	Discussion physique	480
C_{XIX}	Echanges de moment cinétique entre atomes et photons	485
1	Transfert de moment cinétique de spin aux variables atomiques internes	486
2	Les méthodes optiques	488
3	Transfert de moment cinétique orbital aux variables atomiques externes	495

XX	Absorption, émission, et diffusion de photons par un atome	497
A	Outil de base : l'opérateur d'évolution	498
B	Absorption de photons entre deux niveaux atomiques discrets	503
C	Processus d'émission induite et d'émission spontanée	510
D	Rôle des fonctions de corrélation dans les processus à un photon	514
E	Diffusion de photons par un atome	516
Compléments du chapitre XX		
GUIDE DE LECTURE		527
A_{XX}	Exemple de processus multiphotonique : absorption à deux photons	529
1	Rayonnement monochromatique	529
2	Rayonnement non monochromatique	533
3	Discussion physique	537
B_{XX}	Photo-ionisation	541
1	Brefs rappels sur l'effet photo-électrique	542
2	Calcul des taux de photo-ionisation	544
3	Une théorie quantique du rayonnement est-elle essentielle pour décrire la photo-ionisation ?	550
4	Photo-ionisation à deux photons	556
5	Ionisation tunnel avec des champs laser intenses	559
C_{XX}	Atome à deux niveaux dans un champ monochromatique.	
	Méthode de l'atome habillé	561
1	Brève description de la méthode de l'atome habillé	563
2	Domaine des couplages faibles	569
3	Domaine des couplages forts	574
4	Modifications du champ. Dispersion et absorption	580
D_{XX}	Les déplacements lumineux : un outil pour manipuler les atomes et le champ	585
1	Forces dipolaires et pièges laser	585
2	Miroirs pour atomes	587
3	Réseaux optiques	588
4	Refroidissement sub-Doppler. Effet Sisyphé	589
5	Détection non destructive d'un photon	593
E_{XX}	Détection de paquets d'ondes à un ou deux photons, interférences	597
1	Paquets d'ondes à un photon, probabilité de photo-détection	599
2	Signaux d'interférence à un ou deux photons	602
3	Amplitude d'absorption d'un photon par un atome	608
4	Diffusion d'un paquet d'ondes	610
5	Exemple de paquet d'ondes à deux photons intriqués	615
<hr/>		
XXI	Intrication quantique, mesures, inégalités de Bell	623
A	Notion d'intrication, buts de ce chapitre	624
B	Etats intriqués d'un système de deux spins 1/2	626
C	Intrication entre systèmes physiques quelconques	629
D	Mesure idéale et états intriqués	632

E	Expériences “quel chemin” : peut-on identifier le chemin suivi par le photon dans l’expérience des fentes d’Young ? .	639
F	Intrication, non-localité, théorème de Bell	641
Compléments du chapitre XXI		
GUIDE DE LECTURE		651
A _{XXI}	Opérateur densité et corrélations ; séparabilité	653
1	Entropie statistique de von Neumann	653
2	Différences entre corrélations classiques et quantiques . . .	656
3	Séparabilité	659
B _{XXI}	Etats GHZ, échange d’intrication	663
1	Désaccord de signe dans un état GHZ	663
2	Échange d’intrication	668
C _{XXI}	Emergence d’une phase relative sous l’effet de processus de détection	673
1	Probabilités des mesures de position simple, double, etc. .	674
2	Augmentation de l’intrication sous l’effet du processus de détection	679
3	Détection d’un grand nombre de particules Q	681
D _{XXI}	Emergence d’une phase relative sur des condensats à spin, argument EPR et non-localité macroscopiques	689
1	Deux condensats à spin	690
2	Probabilités des différents résultats de mesure	692
3	Discussion	696
<hr/>		
APPENDICES		703
<hr/>		
IV	Intégrale de chemins de Feynman	703
1	Propagateur quantique d’une particule	704
2	Interprétation en termes d’histoires classiques	708
3	Discussion ; une nouvelle règle de quantification	710
4	Opérateurs	712
<hr/>		
		Avant-propos
V	Multiplicateurs de Lagrange	717
1	Fonction de deux variables	717
2	Fonction de N variables	719
VI	Rappels de mécanique statistique quantique	721
1	Ensembles statistiques	721
2	Variables intensives ou extensives ; valeur des grandeurs physiques	729

VII	Transformée de Wigner	735
1	Fonction delta d'un opérateur	737
2	Distribution de Wigner de l'opérateur densité (particule sans spin)	737
3	Transformée de Wigner d'un opérateur	749
4	Généralisations	757
5	Discussion physique, distribution de Wigner et effets quantiques	758

	BIBLIOGRAPHIE	765
--	---------------	-----

	INDEX	770
--	-------	-----