VORWORT

Eine neue Richtung der Wissenschaft kann nur dann Bedeutung gewinnen, wenn sie auf herangereifte Fragen eingeht und eine hinreichend allgemeine Theorie darstellt, die man ohne wesentliche Veränderungen auf Probleme verschiedenen Charakters anwenden kann. Von diesem Gesichtspunkt aus kann der Gegenstand der Monographie von A. A. KORBUT und JU. JU. FINKEL'STEIN „Diskrete Optimierung“ mit vollem Recht eine Richtung in der mathematischen Optimierung genannt werden. Man kann eine große Anzahl der verschiedensten Probleme aus der Wirtschaftsplanung, der Leitung von Unternehmen, der industriellen Organisation und technischen Projektierung aufzählen, die formal auf die Auswahl von „optimalen“ Parameterwerten aus einer diskreten Gesamtheit gegebener Größen führen (die außerdem gewissen fixierten Bedingungen genügen müssen). Die Liste der Disziplinen, für die Extremalprobleme in diskreten Variablen mit Nebenbedingungen von Interesse sind, könnte bedeutend erweitert werden. Man muß ihnen kombinatorische Extremalprobleme hinzufügen, denen man in verschiedenen Disziplinen der diskreten Mathematik begegnet, ferner spieltheoretische Probleme, die mit dem Studium von Konfliktsituationen und der Organisation im Militärwesen zusammenhängen, Syntheseprobleme für automatische Steuerungsverfahren und Probleme der Bionik, einer Grenzdisziplin von Biologie und Technik.

Die formalen Modelle, die allen diesen im Inhalt verschiedenen Problemen entsprechen, unterscheiden sich wenig voneinander. Es ist natürlich, daß auch die Mehrzahl der mathematischen Methoden zur Analyse solcher Modelle nicht mit den diese erzeugenden konkreten Problemstellungen zusammenhängen.

Die Probleme und Methoden der diskreten Optimierung haben zahlreiche Autoren. Die Theorie wird meist ganzzahlige Optimierung genannt. Offensichtlich ist das mit dem großen Eindruck verbunden, den eine fundamentale Arbeit von GOMORY gemacht hat. In der Literatur begegnen einem allerdings auch andere Termini: diskrete Optimierung und seltener kombinatorische oder diophantische Optimierung.

Die Autoren bevorzugten eine weniger verbreitete, aber dem Wesen der Problematik offenbar entsprechendere Bezeichnung der Monographie: „Diskrete Optimierung“. Es können nämlich nicht alle diskreten Probleme auf die endlichdimensionale ganzzahlige Optimierung zurückgeführt werden. Es gibt auch

diskrete Probleme, für die der Übergang zur ganzzahligen linearen Optimierung nicht der kürzeste Lösungsweg ist (z. B. das wohlbekannte Rundreiseproblem).

Ungeachtet der scheinbaren Einfachheit der Problemstellung bei der diskreten Optimierung können die mathematischen Schwierigkeiten bei ihrer Lösung ziemlich bedeutend werden. Um eine Vorstellung von der Kompliziertheit der theoretischen und numerischen Probleme bei der diskreten Optimierung zu geben, genügt es, darauf hinzuweisen, daß der sog. „Große FERMATSche Satz“ als folgendes ganzzahliges Optimierungsproblem formuliert werden kann:

$$\begin{aligned} (x_1^{x_4} + x_2^{x_4} - x_3^{x_4})^2 &\rightarrow \min, \\ x_1 &\geq 1, \quad x_2 \geq 1, \quad x_3 \geq 1, \quad x_4 \geq 3, \\ x_j &\text{ ganzzahlig, } \quad j = 1, 2, 3, 4. \end{aligned}$$

Jede (diskrete) Optimierungsmethode, die dieses Problem in überschaubarer Zeit zu lösen gestattet, wird eine konstruktive Beweismethode für den FERMATSchen Satz sein, falls der minimale Wert der Zielfunktion des Problems positiv wird, oder die FERMATSche Behauptung widerlegen, falls die Zielfunktion für die Lösungen des Problems Null wird.

Die Methoden der diskreten Optimierung sind nicht so stark ausgearbeitet wie die der linearen und konvexen Optimierung. Jedoch vervollständigt sich die Theorie ständig, und ihre Methoden entwickeln sich intensiv. In den verschiedenen Zeitschriften, Sammelbänden und Firmenberichten wächst die Zahl der Publikationen über diskrete Optimierung. Mathematiker und Spezialisten für die Grundlagen mathematischer Steuerungsmethoden zeigen ein beachtliches Interesse an diesen Publikationen. Inzwischen wird es immer schwerer, sich im anwachsenden Strom der Literatur zu orientieren. Das Bedürfnis nach einer einführenden Darlegung der Grundlagenfragen in der diskreten Optimierung wird durch die in den letzten Jahren publizierten Übersichten und die einzelnen Kapitel in Büchern, die sich mit einer weiteren Thematik befassen, völlig unzureichend befriedigt.

Die dem Leser vorgelegte Monographie „Diskrete Optimierung“ von A. A. KOR BUT (Leningrad) und JU. JU. FINKEL'STEIN (Moskau) ist im Bereich der Sowjetunion und offensichtlich auch in der internationalen mathematischen Literatur die erste einführende und hinreichend vollständige Darlegung des Gegenstandes.

Die eigenen wissenschaftlichen Interessen der Autoren, die im Verlaufe einer Reihe von Jahren mit den Problemen und Methoden der diskreten Optimierung zusammenhingen (sie können auf zwei Übersichtsartikel und eine Menge Originalarbeiten auf diesem Gebiet hinweisen), hatten einen bemerkenswerten Einfluß auf Inhalt und Struktur der Monographie. Das in den Periodica oder den Übersichten publizierte Material wurde neu klassifiziert und in Übereinstimmung mit den allgemeinen Absichten der Autoren originell dargelegt. Die Autoren haben ausführliche Beweise derjenigen Behauptungen angeführt, die in den Originalpublikationen häufig ziemlich lakonisch und unvollständig dargelegt worden sind.

Die Autoren haben persönlich an der Stellung und Lösung vieler praktischer Probleme in der diskreten Optimierung mitgewirkt. Die durch sie gewonnenen Erfahrungen bei der numerischen Lösung der Probleme zeigten sich in Form einer Darlegung und Akzentuierung der methodologischen und numerischen Schwierigkeiten, denen der Leser bei praktischer Anwendung der Verfahren aus der Monographie begegnen kann. Die Darlegung der Materialien wurde für Leser mit verschiedenem Niveau und verschiedenartigen Anforderungen berechnet, begonnen mit Personen, die nur eine einführende Darstellung des Gegenstandes erhalten möchten, und endend mit Spezialisten in der diskreten Optimierung.

Erfahrung und Wissen, von den Autoren in einer Reihe von Jahren der Arbeit an der diskreten Optimierung angehäuft, und die Ergebnisse, die von ihnen auf diesem Gebiet erhalten wurden, gestatteten ihnen, ein originelles und sicher nützliches Buch zu schreiben.

Man kann erwarten, daß die Monographie von A. A. KORBUT und JU. JU. FINKEL'STEIN mit Genugtuung bei Mathematikern, Ökonomen, Ingenieuren, wissenschaftlichen Mitarbeitern, Aspiranten und Studenten vieler Spezialrichtungen aufgenommen werden wird, die sich mit numerischen Methoden, der Rechen-technik und verschiedenen Steuerungs- und Regelungsproblemen beschäftigen.

Mai 1968

D. Judin