

ABHANDLUNGEN DER DEUTSCHEN AKADEMIE
DER WISSENSCHAFTEN ZU BERLIN

Klasse für Mathematik, Physik und Technik

Jahrgang 1964 Nr. 2

GUNTRAM SCHRUTKA v. RECHTENSTAMM

TABELLE DER (RELATIV)-KLASSENZAHLEN
DER KREISKÖRPER,

deren φ -Funktion des Wurzelexponenten (Grad) nicht größer als 256 ist



AKADEMIE-VERLAG · BERLIN

1964

Vorgelegt von Hrn. H. REICHARDT in der Klassensitzung vom 24. 10. 1963

Zum Druck genehmigt am gleichen Tage, ausgegeben am 18. 9. 1964

Erschienen im Akademie-Verlag GmbH, Berlin W 8, Leipziger Straße 3—4

Copyright 1964 by Akademie-Verlag GmbH

Lizenznummer: 202 · 100/461/64

Gesamtherstellung: VEB Druckhaus „Maxim Gorki“, Altenburg

Bestellnummer: 2001/64/I/2 · ES 19 B 2 · Preis: MDN 16,—

Diese Tabellen sind das Ergebnis einer Arbeit, die bereits 1936 in kleinem Umfang begonnen wurde und immer wieder mit Unterbrechungen weitergeführt wurde. Vor kurzem entschloß ich mich nun, diese Ergebnisse zu publizieren.

Ähnliche Tabellen existieren bisher nur in wesentlich kleinerem Umfang, vor allem die zuerst von KUMMER aufgestellte Tabelle der Klassenzahl der Kreiskörper bis zu dem der 100. Einheitswurzel.¹⁾

Die für diese Tabellen maßgebende Theorie findet sich gut dargestellt in einem Buch von HASSE²⁾, auf das hier öfters noch Bezug genommen wird und in dem auch nähere Einzelheiten nachgelesen werden können, soweit sie hier nicht Platz finden.

Klassenzahlformel

Die Klassenzahl eines Abelschen Körpers kann bekanntlich nach folgender Formel berechnet werden (ursprünglich von KUMMER für die Kreiskörper aufgestellt):

$$h = h^* h_0,$$

$$h^* = Qw \prod_{\chi_1} \frac{1}{2f(\chi_1)} \sum_{x \bmod f(\chi_1)}^+ (-\chi_1(x)x),$$

$$h_0 = \frac{\prod_{\chi_0+1} \sum_{\pm x \bmod f(\chi_0)} (-\chi_0(x) \ln |1 - \zeta_{f(\chi_0)}^x|)}{R_0}.$$

Hierbei sind:

χ die Charaktere des Körpers K (als Charaktere nach der K zugeordneten rationalen Kongruenzgruppe H vom Führer f),

χ_0 die Charaktere des größten in K enthaltenen reellen Teilkörpers K_0 (für alle χ_0 gilt $\chi_0(-1) = +1$),

χ_1 die übrigen Charaktere (für alle χ_1 gilt $\chi_1(-1) = -1$),

$(f\chi)$ die Führer der Charaktere,

$\sum_{\pm x \bmod f(\chi_0)}$ die Summation über ein primes Halbsystem von $x \bmod f(\chi_0)$ ($\pm x$ soll ein volles primes Restsystem mod $f(\chi_0)$ bilden),

¹⁾ E. KUMMER: Über die Klassenzahl der aus n -ten Einheitswurzeln gebildeten komplexen Zahlen. Monatsber. Akad. d. Wiss. Berlin (1853).

²⁾ H. HASSE: Über die Klassenzahl Abelscher Zahlkörper. Akademie-Verlag, Berlin 1952.