Briefe an die Herausgeber

Eichel's Law von Burkhard Straßmann, *Mitteilungen* 4–2000

22. 4. 2001. – Nachdem im Heft 1–2001 die Ehre der Herren Benford und „Newcomb (?) aus Nova Scotia (??)“ wiederhergestellt wurde, ist es nun an der Zeit, des letzteren Heimat vor einer gleich doppelt fragwürdigen Vergessenheit zu bewahren. Auch wenn dies strenggenommen noch kein Existenzbeweis ist, so möchte ich doch erwähnen, dass hier an sechs Universitäten verschiedener Größe auch Mathematik erforscht und gelehrt wird.

Übrigens, „Was darf Satire?“ Ich finde, sie darf ziemlich viel, braucht dabei nicht immer hundertprozentig den Tatsachen zu entsprechen, muss aber gut geschrieben und provokativ sein. Eben wie Burkhard Straßmanns Kolumnen.

Prof. Dr. Karl Dilcher
Department of Mathematics and Statistics
Dalhousie University
Halifax, Nova Scotia, Kanada
dilcher@mathstat.dal.ca

3. 4. 2001. – In den Mitteilungen 4–2000 gab es einen satirischen Beitrag von Straßmann zu Benford's Gesetz und in den folgenden Mitteilungen 1–2001 unter der Überschrift „Was darf Satire?“ darauf verschiedene Entgegnungen. Unter anderem hat Herr Krengel auf die zwei Erklärungen dieses Gesetzes durch Hill [3] mittels Skalierinvarianz und Basisinvarianz hingewiesen. Da ich selber intensiv über Benford's Gesetz gearbeitet habe [7], [8], möchte ich mich dazu kurz äußern.

Hill's Erklärungen (die erste Erklärung mittels Skalierinvarianz stammt übrigens nicht von Hill selber, sondern geht auf Pinkham [6] zurück) halte ich beide nicht für überzeugend, weil sie die *exakte* Gültigkeit von Benfords Gesetz liefern. Dieselben Überlegungen ließen sich nämlich nicht nur für die Basis 10, sondern mit demselben Recht für eine beliebige ganzzahlige Basis b anstellen. Nun kann man aber leicht zeigen, dass es keine Zufallsgröße gibt, die bezüglich einer beliebigen ganzzahligen Basis b Benford's Gesetz gehorcht, d. h. logarithmische Mantissenverteilung besitzt, vgl. Knuth [4], S. 576 und [8].

Warum auch sollte das Verteilungsgesetz für die Gleitkommamantissen invariant gegenüber Skalierungen oder Basiswechsel sein? Für einleuchtender halte ich Erklärungen durch Grenzverteilungssätze für Gleitkommamantissen von Produkten und Summen [8], die nur die *approximative* Gültigkeit liefern. Damit ist die Situation für Benford's Gesetz ähnlich wie beim Normalgesetz nach Gauß. Bereits von Knuth [4], S. 242, stammt der Vorschlag, Benford's Gesetz als *Approximation* zu verstehen.

Ein Grenzverteilungssatz sei hier zitiert. Da sich jeder arithmetische Ausdruck als Summe, aber nicht unbedingt als Produkt schreiben lässt, sind Aussagen über Summen in diesem Zusammenhang wichtiger als Aussagen über Produkte. Es sei also S_n die Summe identisch verteilter und unabhängiger Zufallsgrößen X_i mit $EX_1 \neq 0, E|X_1|^3 < \infty$. Weiter sei $M_n(b,x)$ die Verteilung der Mantisse von S_n zur Basis b. Leider ist die Folge der $M_n(b,x)$ nicht konvergent und kann auch mit keinem gängigen Verfahren limitiert werden. Es gilt aber

$$\mathcal{H}_\infty - \lim_{n\to\infty}(M_n(b,x)) = \log_b x \qquad (1)$$

für $1 \leq x \leq b$. Das $\mathcal{H}_\infty$-Verfahren ist nun wenig gebräuchlich und in der amerikanischen Literatur so gut wie unbekannt.

Der Wert der Limitierungsaussage (1) wird erst durch die folgende Quantifizierung deutlich. Für $1 \leq x \leq b$ gilt nach [8] nämlich

$$\begin{aligned}\limsup_{n\to\infty} |\mathcal{H}_k(M_n(b,x)) \\ - \log_b x| &\leq \frac{\log b}{6} w^{1-k}, \\ w &= \sqrt{1+4\pi^2 \log^{-2} b}, \qquad (2)\end{aligned}$$

wobei die $\mathcal{H}_k(M_n(b,x))$ die k-ten Hölderschen Mittel der Folge $M_n(b,x)$ bezeichnen. Obwohl keines der $\mathcal{H}_k$-Verfahren konvergiert, wird mit wachsendem k die Annäherung an die logarithmische Verteilung immer besser, und zwar mit exponentieller Geschwindigkeit. Insbesondere hat man

$$\begin{aligned}\limsup_{n\to\infty} |\mathcal{H}_2(M_n(2,x)) \\ - \log_2 x| &\leq 0.013, \\ 1 \leq x &\leq 2, \qquad (3)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\limsup_{n\to\infty} |\mathcal{H}_4(M_n(10,x)) - \log_{10} x| \\ \leq 0.016, 1 \leq x \leq 10. \qquad (4)\end{aligned}$$

Es genügen also wenige Mittelungen, um für die Folge $M_n(b,x)$ *annähernd* logarithmisches Grenzverhalten zu bekommen. Für kleinere Basen b ist die Approximation besser, für größere dagegen schlechter.

Im Spezialfall $X_1 = 1, S_n = n$ erhalten wir Aussagen über die Folge der Mantissenverteilungen der natürlichen Zahlen. Die Aussage (1) ist für diese Folge bereits in dem berühmten und vielzitierten Artikel [2] der IBM-Mitarbeiterin Miß Flehinger bewiesen.

Erwähnt sei noch, dass für Produkte die zugehörigen Mantissenverteilungen exponentiell nach $\log x$ konvergieren.

Ferner gehorchen in einem gewissen Sinne fast alle reellen Zahlenfolgen Benford's Gesetz. Dabei kann die Menge aller Zahlenfolgen mit irgendeinem zufälligen Maß versehen werden, das skaleninvariant ist [7]. Auch dies ist eine approximative Aussage, denn in praxi „sehen“ wir von jeder unendlichen Zahlenfolge immer nur ein endliches Anfangsstück. Eine sehr ähnliches Ergebnis ist später von Hill [3] erzielt worden, wobei dieser meinen Artikel [7] gekannt (übersandter Sonderdruck), aber nicht zitiert hat.

Eine weitere hübsche Erklärung für Benford's Gesetz kann man in Feller [1], S. 62 (Poincarè's problem) finden, vgl. auch Krämer [5], S. 66. Dort wird nachgewiesen, dass eine Zufallsgröße X *approximativ* Benford's Gesetz gehorcht, wenn $\log|X|$ nur ein kleines Dichtemaximum m aufweist.

Bei der Veröffentlichung des Übersichtsartikels [8] gab es zunächst deutliche Zurückhaltung von seiten der Amerikaner, sicherlich wegen der Polemik gegen Pinkham und Hill auf S. 392, die oben kurz dargestellt ist, und weil man das $\mathcal{H}_\infty$-Verfahren in Amerika nicht kennt. Erst nach einer Ablehnung wurde der Artikel dann nach einem Jahr doch plötzlich für den Druck angenommen. Ich weiß bis heute nicht, wer sich da für mich eingesetzt hat.

Literatur

[1] Feller, W.: *An Introduction to probability theory and its applications, vol II*, J. Wiley Chichester 1971.
[2] Flehinger, B.J.: On the probability that a random integer has initial digit A, *Amer. Math. Monthly* **73** (1966) 322–327.
[3] Hill, T.P.: A statistical derivation of the significant-digit law, *Statistical Science* **10** (1995), 354–363.
[4] Knuth, D.E.: *The art of computer programming, Vol 2: Seminumerical algorithms*, Addison-Wesley Reading MA. 1981.
[5] Krämer, W.: *Denkste! Trugschlüsse aus der Welt der Zahlen und des Zufalls*, Piper München Zürich 1998.

[6] Pinkham, R. S.: On the distribution of the first significant digits, *Ann. Math. Statist.* **32** (1961), 1223–1230.

[7] Schatte, P.: On measures of uniformly distributed sequences and Benford's law, *Monatsh. Math.* **107** (1989), 245–256.

[8] Schatte, P.: On Benford's law to variable base, *Stat. & Probab. Letters* **37** (1998), 391–397.

Prof. Dr. Peter Schatte
Fakultät f. Mathematik u. Informatik
TU Bergakademie Freiberg
09596 Freiberg
schatte@math.tu-freiberg.de

Lobgedicht auf Carathéodory, Mitteilungen 4–2000

4. 4. 2001. – Dieses Lobgedicht aus dem Jahre 1918 „Zu Professor Carathéodorys Abschied von Göttingen am 1. 8. 1918" geht auf Margarethe Goeb zurück, die 1892 geboren wurde und nach anfänglichem Studium in Münster von 1914 bis 1918 in Göttingen studierte sowie dort ihr Staatsexamen ablegte. Margarethe Goeb verließ also 1918 wie Carathéodory Göttingen, ging aber in den Schuldienst. 1920 begann sie in Hagen ihre pädagogische Laufbahn, die sie dort 1958 als OStDir beendete. Zu Beginn des Jahres 1963 ist sie gestorben. Ihr Entwurf zu dem Gedicht wird in der Handschriftenabteilung der Niedersächsischen Staats- und Universitätsbibliothek im „Mathematischen Archiv 80:11" verwahrt.

Einiges zur Klage von Goeb, wer in Göttingen nun in der Variationsrechnung die Extremalen und Transversalen aufzeichnen würde. Carathéodory hat das in Göttingen letztmals in einer Vorlesung im WS 1917 getan, eine entsprechende Mitschrift von Käthe Sander befindet sich im Besitz von Prof. Dr. S. Hildebrandt, Bonn. Das WS 1918 hat er in Berlin sofort mit einer Vorlesung zur Variationsrechnung begonnen, eine entsprechende Mitschrift von E. Bessel-Hagen befindet sich im Universitätsarchiv Bonn (Nl. Bessel-Hagen).

Nach wie vor hat natürlich David Hilbert in Göttingen über Variationsrechnung vorgetragen, wobei die Knesersche Transversalitätsauffassung bei ihm erst in den 20er Jahren in den „physikalischen" Vorlesungen richtig zum Tragen kam. Neben Hilbert hat – bis auf sein Zwischenspiel in Münster – Courant die Variationsrechnung in Göttingen vertreten, der schon im WS 1913 mit Carathéodory ein Seminar zur Variationsrechnung gehalten hatte.

Carathéodory hat übrigens in Göttingen im April 1917 mit dem Teubner-Verlag den Vertrag über sein berühmtes Lehrbuch zur Variationsrechnung (*Variationsrechnung und partielle Differentialgleichungen erster Ordnung*) abgeschlossen, das allerdings erst 1935 erschienen ist. Am 27. 10. 1918 hatte die Preußische Akademie der Wissenschaften ihren Mitgliedern angezeigt, dass in der nächsten Klassensitzung die Wahl eines Ordentlichen Mitgliedes der Abteilung Wissenschaft anstände, und am 7. 11. 1918 wurde von den Mathematikern E. Schmidt, H. A. Schwarz sowie Schottky ein entsprechender Antrag für Carathéodory gestellt, den auch Planck und Einstein unterschrieben hatten. Am 18. 12. 1918 wurde dieser Antrag bestätigt, nicht ohne dass die Klasse diskutiert hatte, ob hierzu in der neuen Republik eine Zustimmung von der Regierung einzuholen sei. Einigkeit über diese Frage wurde allerdings bei den „Revolutionären im Schlafrock und Pantoffeln" (wie L. Börne dieses Gremium daraufhin wohl bezeichnet haben würde) nicht erzielt, aber der in Berlin W8, Markgrafenstraße 33, wohnhafte Carathéodory wurde Akademiemitglied. Bereits 1920 hat er Berlin verlassen, um einen Ruf an die griechische Universität in Smyrna anzunehmen.

Dr. Rüdiger Thiele
Karl-Sudhoff-Institut für Geschichte der Medizin und Naturwissenschaft
Universität Leipzig
Augustusplatz 10–11
04109 Leipzig
thieler@medizin.uni-leipzig.de

Zeitschriftenpreise von Jürgen Jost, *Mitteilungen* 1–2001

20. 2. 2001 – Viel Wahres, viel Halbwahres, viel Fragliches. Ich vermisse die klaren Zahlen, die man beispielsweise aus der Liste der AMS für 1999 [. . .] entnehmen kann. [. . .]

Nicht reden – handeln!

Prof. Dr. Norbert Heldermann
Heldermann Verlag
Langer Graben 13 d
32657 Lemgo
heldermann@gmx.net

mit der Mathematik beschäftigen, wie sie sich an der Schnittstelle zur Schule darstellt.

Lebenslanges Lernen

Für kaum einen Beruf ist lebenslanges Lernen so wichtig wie für den Lehrerberuf. Es gibt eigentlich keinen Bereich, in dem die heutigen rasanten technischen Entwicklungen ohne Mathematik denkbar sind. Entsprechend ist die lebenslange Fort- und Weiterbildung gerade für Mathematiklehrerinnen und -lehrer unabdingbar. Wegen der gegebenen Komplexität und notwendigen Aktualität der Inhalte können entsprechende Angebote in der Regel nur die mathematischen Fachbereichen entwickeln. Die Hochschulen müssen daher geeignete Programme für die Fort- und Weiterbildung von Lehrerinnen und Lehrern anbieten. Es muss insbesondere erkannt werden, dass die Fort- und Weiterbildung in diesem Bereich eine genuine Aufgabe der Universitäten ist. Eine Voraussetzung ist es dabei, mit Schulen in Kontakt zu treten und das Angebot auf die Bedürfnisse der Praxis abzustimmen. Eine effektive Fortbildung kann nur in Zusammenarbeit zwischen Schule und Hochschule realisiert werden. Dabei muss von Seiten der Schulen die Verpflichtung zur Fortbildung verbindlich geregelt werden, d.h., sie sollten Fortbildungspläne für ihre Fachkollegien aufstellen und für die Umsetzung Sorge tragen, insbesondere Möglichkeiten für die Freistellung von Lehrerinnen und Lehrern für Fortbildungsveranstaltungen schaffen. Fortbildung sollte, insbesondere wenn sie in die Zeit der Schulferien fällt, entsprechend gewürdigt und – auch laufbahnwirksam – honoriert werden.

Auch die Fort- und Weiterbildung von Lehrerinnen und Lehrern muss die enge Verzahnung fachlicher und fachdidaktischer Inhalte berücksichtigen. Insofern trifft vieles von dem, was in dieser Denkschrift zur Ausbildung beschrieben wurde, auch auf die Fort- und Weiterbildung zu. Schwerpunkte in den fachlichen Fortbildungsmaßnahmen liegen derzeit sicherlich in den Bereichen Anwendung von Mathematik, Modellbildung und Umgang mit den neuen Medien, fachdidaktisch u.a. bei Fragen der Unterrichtsqualität oder der Leistungsfeststellung. Auch für die Fort- und Weiterbildung gilt, dass ein Zusammenwirken von Kolleginnen und Kollegen sowohl der Mathematik als auch der Didaktik der Mathematik unerläßlich ist.

Zur Rolle der Bildungspolitik und -administration in der Lehrerbildung

Jüngere Tendenzen in der Bildungspolitik gehen dahin, im Kontext der Internationalisierung der Studiengänge und Arbeitsmärkte den Universitäten sehr viel größere Gestaltungsspielräume für die Ausgestaltung von Studiengängen einzuräumen. So begrüßenswert diese Entwicklung für Studiengänge wie Diplom, Bachelor oder Master sind, so sehr muss davor gewarnt werden, dieses unkritisch auf Lehramtsstudiengänge zu übertragen. Die Lehramtsausbildung wird nicht durch den Markt geregelt. Insbesondere darf der Staat die Hoheit über die Gestaltung der Lehramtsstudiengänge nicht vollständig an die einzelnen Universitäten abgeben, dies würde vermutlich nur einer Beliebigkeit der Inhalte Vorschub leisten. Jedoch ist es unabdingbar, dass die inhaltlichen Festlegungen für die einzelnen Fächer, wie Rahmencurricula, Festlegung von Teilgebieten und Stundentafeln im Grund- und Hauptstudium, viel mehr als bisher in enger Abstimmung mit den Experten in den Fachbereichen durchgeführt werden. Zwar sollten Lehramtsprüfungsordnungen und die globalen Vorgaben für Studienordnungen weiterhin aus den zuständigen Ministerien kommen und für alle Universitäten innerhalb eines Landes gleich gelten, aber die Wege zu den Fachbereichen müssen kurz werden. Die Entscheidungsträger sollten sich ohne zwischengeschaltete Bürokratie und Verwaltung direkt mit den Fachleuten in den Universitäten rückkoppeln. Dementsprechend sind die Fachbereiche hier gefordert, ein geeignetes Netzwerk zu bilden, das dem Ministerium als adäquater Verhandlungspartner auf Landesebene entgegentreten kann. Das kann zum Beispiel durch einen losen Zusammenschluss der an anderer Stelle geforderten Beauftragten der Lehramtsstudiengänge der einzelnen Fachbereiche geschehen.

Die innerhalb der Universitäten zu beobachtende aktuelle Tendenz zur Schaffung zusätzlicher Strukturen für die Lehrerbildung muss an dieser Stelle auch mit Skepsis betrachtet werden. Einrichtungen wie zentrale Lehrerausbildungskommissionen, Zentren für Lehrerbildung, Praktikumsbüros und dergleichen sollten sich auf übergreifende Aufgaben mehr organisatorischer Art beschränken. Für die inhaltliche Ausgestaltung von Studienordnungen ist die landesweite Vernetzung der Fachbereiche sehr viel wichtiger und förderlicher als weitere inneruniversitäre Einrichtungen und Abläufe.

Forderungen

Die Ausführungen dieser Denkschrift kommen von Kolleginnen und Kollegen, die als Mathematiker oder Fachdidaktiker in der Lehrerbildung tätig sind, und dokumentieren den Stand der Bemühungen dieser Personengruppe, in der Community der Fachleute wie auch konkret innerhalb der jeweiligen Fachbereiche zur Weiterentwicklung und Verbesserung der Lehrerbildung beizutragen. Allerdings können schon von der Struktur her, erst recht mit Blick auf die zur Verfügung stehenden Ressourcen, nicht alle Aufgaben von den Fächern selbst gelöst werden. Deswegen schliessen die DMV und die GDM diese Schrift mit folgenden Forderungen, die sich aus den obigen Überlegungen ableiten und die sich an die Politik, an die zuständigen Ministerien, teilweise auch an die Leitungen der Hochschulen richten:

– Die Lehramtsausbildung, basierend sowohl auf fachlicher als auch auf fachdidaktischer Forschung, muss an den Universitäten fest verankert und aufgewertet werden.
– Die fachliche und fachdidaktische Ausbildung der Lehrerinnen und Lehrer muss in den curricularen Normen und bei der kapazitativen Anrechnung den Studiengängen Diplom und Master gleichgestellt werden. Entsprechende Ressourcen müssen bereitgestellt werden.
– Professoren- und Mitarbeiterstellen, die ihren Aufgabenschwerpunkt in der Lehrerbildung, insbesondere der Fachdidaktik haben, sind von Stellenstreichungen oder -umwidmungen auszunehmen.
– Die derzeitige Nachwuchslage gerade im Bereich der Mathematikdidaktik macht es notwendig, für einen begrenten Zeitraum zusätzliche Mittel für die Förderung des wissenschaftlichen Nachwuchses bereit zu stellen. Dieses ist nicht durch Umschichtung innerhalb der Fachbereiche zu leisten, da die Anzahl der vorhandenen Stellen für den akademischen Mittelbaus sowohl in der Mathematik als auch in der Mathematikdidaktik bei weitem nicht ausreichend ist.
– Die für das Fach Mathematik zur Verfügung stehende Wochenstundenzahl muss bundesweit einheitlich auf einem Niveau gehalten werden, das mit dem Ausbildungs- und Bildungsauftrag der Universitäten für die angehenden Lehrerinnen und Lehrer verträglich ist. Bei entsprechenden Beratungen wie auch bei der Weiterentwicklung von Studien- und Prüfungsordnungen sind die Fächer und ihre Expertengruppen für Lehramtsfragen direkt zu beteiligen.
– Die Abschlussarbeit muss wieder den Charakter einer *wissenschaftlichen* Hausarbeit bekommen, in der ein schulnahes fachliches oder fachdidaktisches Thema in vertiefender Form bearbeitet wird.
– Die Fort- und Weiterbildung von Mathematiklehrerinnen und -lehrern muss in breitem Umfang unterstützt werden, und zwar sowohl auf Seiten der Schuladministration als auch der Hochschulen.

Februar 2001
Gernot Stroth, Günter Törner,
Rudolf Scharlau für die DMV
Werner Blum, Kristina Reiss für die GDM