

## Mathematik ist Glückssache

von Gero von Randow

„Mathematik ist Glückssache“. Diesen Satz kann man *so* oder auch *anders* verstehen.

Ich will ihn zunächst einmal *so* verstehen: Im Umgang mit der Mathematik kann allerhand schiefgehen. Dabei muss es sich nicht einmal um richtige Mathematik handeln. Es genügt das gewöhnliche Handeln mit Feld-, Wald- und Wiesenzahlen.

Wer Zahlen in die Hand nimmt, geht ein Risiko ein. Das gilt für Menschen aller Altersklassen und Bildungsstufen. Etwa für die junge Frau, die in der Talkshow *Sabrina* sagte: „Ich bin so stolz auf meinen Freund. Er hat sich nicht nur um 180 Grad, sondern um 360 Grad gewandelt.“

Zahlen sind riskant. Journalisten erleben das tagtäglich. In der *Welt* hieß es beispielsweise:

Bonhof grübelt, ob er den 33 Jahre alten Angreifer überhaupt spielen lässt. Dabei sprechen die nackten Zahlen für Polster: Acht von 19 Bundesligatoren hat der Österreicher geschossen, mehr als die Hälfte.

Nun ein Beispiel aus der *Sächsischen Zeitung*: Zitat:

Zur Überraschung der Experten macht sich bei den 15-Jährigen aus den neuen Ländern nicht mehr positiv bemerkbar, dass sie bis 1990 einen weitgehend einheitlichen Mathematikunterricht erhalten haben.

Das ist sehr interessant. Ein 15-jähriger, geboren 1987, hätte immerhin in den ersten drei Lebensjahren bis 1990 eine Menge lernen können.

Nun ein Beispiel aus meiner Zeitung, der *Frankfurter Allgemeinen Sonntagszeitung* und zwar aus der jüngsten Ausgabe. Zitat:

54 Prozent der Telekom-Aktionäre weisen der Regierung eine Mitschuld am Kursverlauf der Aktie zu. Von denjenigen, die ihre Titel rechtzeitig abgestoßen haben, sind es 37 Prozent. Zusammengefasst bedeutet dies, dass fast jeder zweite Bundesbürger die Bundesregierung mitverantwortlich für den niedrigen Kurs der T-Aktie macht.



Photo: Klaus Kallabis

Noch riskanter als Zahlen sind Zahlenverhältnisse. In der *Berliner Zeitung* war zu lesen: „Speziell in Japan und China liegen die Durchschnittstemperaturen weit über den Mittelwerten.“ Rätselhaftes Asien.

Mit steigendem Bildungsniveau wächst die Raffinesse der Fehler. In der *Financial Times* hieß es:

Richard Davidson, Stratege bei Morgan Stanley, gab an, dass der Korrelationskoeffizient zwischen deutschen und amerikanischen Aktienmärkten 0,75 betrage. In anderen Worten: für jede zehn Prozent, die sich der Standard & Poor Index bewegt, bewegt sich der Eurotop um 7,5 Prozent.

An dieser Stelle ist freilich eine Ehrenrettung der Journalisten fällig. Journalisten leisten nämlich „gefahr geneigte Arbeit.“ Was das ist, dafür gibt es eine juristische Definition:

Gefahrgeneigte Arbeit liegt vor, wenn die vom Arbeitnehmer zu leistende Arbeit ihrer Art nach eine besonders große Wahrscheinlichkeit in sich birgt, dass Versehen unterlaufen – und dadurch Schäden verursacht werden, die zum Arbeitseinkommen des Arbeitnehmers in unangemessenem Verhältnis stehen.

Ich will mich nur zum ersten Teil der Definition äußern: „eine besonders große Wahrscheinlichkeit, dass Versehen unterlaufen“. Diese große Wahrscheinlichkeit hat Ursachen. Erstens finden sich mathematische Fehler bereits in den Quellen. Zweitens hat der Journalist nicht die Ruhe, alles nachzuprüfen und nachzurechnen. Zum Beispiel, weil er mitten im Herumrechnen den Anruf eines Lesers bekommt, der ihn auf einen Rechenfehler hinweist. Drittens hat auch sein geschätzter Kollege keinen Nerv, die Zahlen zu prüfen. Er liest auf ordentliche Argumentation und passablen Stil, korrigiert ein paar Rechtschreibfehler weg, aber das Zahlenwerk, das kann er ja nun nicht auch noch nacharbeiten. Viertens ist das Korrektorat nicht dafür da, mathematische Fehler zu entdecken. Allenfalls fügt es eigene hinzu. Fünftens wird auf computerisierten Redaktionssystemen geschrieben. Die sind nicht dafür erfunden worden, Exponenten oder mathematische Symbole oder Formeln ins

Blatt zu bringen. Ihre Unzuständigkeit demonstrieren sie, indem sie beispielsweise alle diese Zeichen ein wenig abwandeln. Zum Beispiel, wenn der Redakteur den Text enger stellen will, damit er ins Blatt passt. Redakteure dürfen das nicht. Sie tun es aber, weil sie zuviel schreiben. Sechstens gibt es den Moment, wo der Redakteur kurz vor Redaktionsschluss an seinem Geschriebenen zweifelt und schnell noch etwas ändert. Auf diese Weise kommen die schönsten Fehler in die Texte.

Diese Gesetzmäßigkeiten gelten für Redaktionen aller Art. Auch für wissenschaftliche Redaktionen. Das kann mitunter gefährlich werden. Beispielsweise müssen Ärzte medizinische Fachzeitschriften lesen, um sich weiterzubilden. Also sollten die Angaben in diesen Blättern mit größter Sorgfalt präsentiert werden – nicht zuletzt die Zahlen. Und da hapert es. Yen-Hong Kuo, ein Biostatistiker, hat ein halbes Jahr lang die weltweit führenden Medizinzeitschriften untersucht und etliche Male den gleichen Fehler festgestellt: Wenn Messergebnisse als Punkte in einem aufgetragen werden, dann zieht man gerne eine gerade Linie durch die Punktwolke. Diese Linie soll den typischen Zusammenhang der x- und y-Werte beschreiben. So weit, so gut. Aber leider ziehen viele Forscher, stolz auf ihre Ergebnisse, diese Linie fröhlich weiter, bis zum Rand der Koordinaten – auch wenn weit und breit kein Messpunkt mehr zu sehen ist. Mit anderen Worten: Die Bilder zeigen Zusammenhänge ohne Daten. Nicht gerade korrekt. Und womöglich gefährlich, wenn Ärzte darauf Therapien begründen. Ein korrektes Zahlenwerk kann lebenswichtig sein.

Im *Deutschen Ärzteblatt* vom 5. April dieses Jahres war ein interessanter Leserbrief abgedruckt. Er zitiert zunächst zwei Sätze aus einem Artikel. Es geht um Schilddrüsenknoten und Krebs. Erster Satz aus dem Artikel:

Noduläre Schilddrüsenveränderungen liegen in Deutschland bei zirka 30 Prozent der adulten Bevölkerung vor.

Zweiter Satz:

Dem gegenüber ist die Prävalenz von Schilddrüsenkarzinomen (zirka drei bis fünf pro 100 000 Einwohner und Jahr) sehr gering, das heißt, nur etwa 5 Prozent aller Schilddrüsenknoten sind maligne.

Also, nochmal für uns Nichtmediziner: 30 Prozent der Erwachsenen haben einen Schilddrüsenknoten. Es treten drei bis fünf Fälle von Schilddrüsenkrebs pro 100 000 Einwohner und Jahr auf. Also seien nur etwa 5 Prozent der Schilddrüsenknoten bösartig. So, und nun fragt ein Arzt in seinem Leserbrief:

Wenn 30 Prozent der Bevölkerung Schilddrüsenknoten aufweisen, dann haben von 100 000 Menschen 30 000 Schilddrüsenknoten. Sollten 5 Prozent davon maligne sein, wären das 1500 Schilddrüsenmalignome. Bei einer Prävalenz von drei bis fünf pro Jahr wären dazu 300 bis 500 Jahre erforderlich. Wo müssen wir da korrigieren?

Soweit der Leserbrief. Es geht da um etwas sehr Wichtiges. Denn davon, wie hoch die Mediziner das Auftreten bösartiger Geschwulste einschätzten, hängt auch ihre Diagnose ab. Und nun raten Sie mal, welche Überschrift die Redaktion ihrem Leserbrief gab. Richtig. „Mathematik ist Glückssache.“

Das gilt sogar für mathematisch hochgebildete Menschen. Selbst Joseph Stiglitz, Nobelpreisträger für Wirtschaftswissenschaften und damit auch als mathematisch beschlagener Experte ausgewiesen, unterließ kürzlich ein merkwürdiger Statistik-Fehler. In seinem sehr lesenswerten Buch *Globalization and its Discontents* behauptet er, die Ungleichheit zwischen den Menschen sei in jüngster Zeit entgegen aller Versprechungen stark angestiegen. Er schreibt: „In der letzten Dekade des 20. Jahrhunderts stieg die Zahl der Menschen, die in Armut leben, um 100 Millionen.“

Diese Passage ist mit einer Fußnote versehen. Ihr zufolge belief sich die Zahl derjenigen, die mit weniger als 2 Dollar pro Tag auskommen mussten, im Jahr 1990 auf 2,7 Mrd Menschen. Im Jahr 1998 waren es 2,8 Mrd.

In der Tat, das sind 100 Millionen mehr. Was bei Stiglitz leider nicht steht, sind die absoluten Bevölkerungszahlen: 1990 lebten beinahe 5,5 und 1998 beinahe sechs Milliarden Menschen. Der Anteil der Armen ist also von 49 Prozent auf 46,6 Prozent zurückgegangen. Ein zu schwacher Rückgang natürlich, aber sicherlich kein Wachstum.

In Wahrheit ist die Sache noch komplizierter. Zum einen werden die Zahlen empirisch bezweifelt. Zum anderen wird kritisiert, dass unkommentierte Vergleiche auf Dollarbasis problematisch seien. In vielen armen Ländern sind zwei Dollar weitaus mehr wert als in den reichen. Mit anderen Worten, nicht die Wechselkurse seien zugrunde zu legen sondern die Kaufkraft, die zwei Dollar in der Hand eines armen Menschen haben. Über diese Frage tobt seit Jahren Streit.

Wer da als Journalist halbwegs nachvollziehbare und belastbare Zahlen hinschreiben will, hat es ziemlich schwer. Und ob es ihm gelingt, ist wohl auch ein wenig Glückssache.

Im Alltag hat es der Journalist unausgesetzt mit Zahlen zu tun, hinter denen Mathematik lauert. Wenn er politischer Journalist ist, spekuliert er beispielsweise, wie die Bundestagswahl ausgehen mag, und

was das dann alles bedeutet, eine Ampelkoalition vielleicht. Seine Überlegungen fußen auf den aktuellen Wahlprognosen, die sich auf Umfragen gründen. Die scheinen ja wenigstens handfest zu sein. Doch irgendwie gehen die Konfidenzintervalle der Prognosen auf dem Weg zum Redakteursschreibtisch verloren. Bei den großen Parteien betragen die Abweichungen der Umfrageergebnisse von den realen Stimmungsverhältnissen plus/minus drei Prozent, bei den kleinen plus/minus 1,5 Prozent. So lautet jedenfalls die Auskunft des Wuppertaler Statistikers Fritz Ulmer. Angesichts der knappen Mehrheitsverhältnisse zwischen den großen Parteien und der Unsicherheit über die Zukunft der PDS ist das eine ganze Menge – *zu viel*, als dass sich darauf eine politische Kommentierung gründen ließe.

Nur – wer will schon in der Zeitung den Satz lesen „Nichts Genaues weiß man nicht“?

Dieser Satz wäre auch angebracht, wenn es gilt, über die Lage an den Börsen zu schreiben. Wenn man das denn eine Lage nennen will.

Von wissenschaftlichen Autoritäten ist sowohl zu hören, dass die Aktien noch immer überbewertet seien als auch, dass sie unterbewertet würden. Wie soll man sich da ein Urteil bilden?

In Deutschland nach wie vor beliebt ist die sogenannte technische Kursanalyse. Dafür gibt es Lehrbücher, die im Auf und Ab der Kurse allerhand Größenverhältnisse erkennen, und vor allem Muster. Menschen sind großartig im Erkennen von Mustern, und sie haben heutzutage sogar Maschinen, die Muster erkennen, nämlich Computer. Allerdings gibt es zwei hässliche Probleme der Mustererkennung. Erstens, dass man ein Muster nicht sieht. Zweitens, dass man zwar eines sieht, es aber nichts bedeutet.

In die Aktienkurse lässt sich viel hineinlesen. Es gibt Analysten, die schwören darauf, in Börsenkursen die Entwicklung von Fibonacci-Zahlen zu entdecken – und wenn sie eine solche Zahlenreihe beisammen haben, schreiben sie sie zur Prognose fort. Dies ist der Moment, in dem unsereins sich am besten bei den Wirtschaftsmathematikern erkundigt. Die scheinen nämlich realistischere Leute zu sein als mancher Zahlenakrobat auf dem Parkett. Zunächst einmal betrachten sie das reine, das theoretische Modell der Börse. In diesem Modell ist sie ein „effizienter Markt“. Das soll heißen, dass die Preise – also die Kurse – sämtliche verfügbare Information widerspiegeln. Also: Am Montag geht sämtliche Information in den Montagskurs ein. Also kann er nicht die am Montag noch unbekannte Information vom Dienstag ausdrücken, die den Dienstagskurs bestimmt. Wirtschaftsmathematiker drücken das so aus: An einer

effizienten Börse folgen die Kurse idealerweise einem „random walk“, also dem Weg einer Zufallswanderung. Wenn die Information zum Zeitpunkt  $t_0$  vollständig in den Kurs eingeht, dann ist der Kurs zum Zeitpunkt  $t_1$  von Informationen bestimmt, die wir zum Zeitpunkt  $t_0$  nicht haben. Wir kennen nur den Ausgangspunkt, den jetzigen Kurs. Den nächsten Schritt des Kurses können wir nicht vorhersagen. Man könnte ebensogut eine Münze werfen. Münzwurf ist durchaus eine Anlagestrategie. Auf lange Sicht liegt man damit nicht schlechter als der Durchschnitt. Aber es gibt Methoden, hin und wieder besser zu sein, weil die Börse eben doch kein effizienter Markt ist, jedenfalls nicht in Reinkultur. Nicht alle Mitspieler haben zum Zeitpunkt  $t_0$  sämtliche Daten beisammen. Oder sie bewerten sie nicht hundertprozentig rational. Oder sie müssen ganz einfach Geld anlegen. Oder aber sie müssen verkaufen, um an Geld zu kommen. Noch stärkeren Einfluss üben das Herdenverhalten, Euphorie, Panik und Gerüchte aus, ebenso die Neigung der Menschen, sich bei der Bewertung von Risiken zu irren.

Chartformationen können das Herdenverhalten der Börsianer abbilden. Die Schemata funktionieren als Prognoseinstrumente um so besser, je weiter die Börse vom Idealbild des effizienten Marktes entfernt ist. Aber verlassen kann man sich darauf nicht. Erst recht nicht auf allzu komplizierte Berechnungen.

Dass sich dennoch stets jemand findet, der mit einem raffinierten Analysesystem Gewinne macht, ist unvermeidlich. Das besagt aber nichts. Man lasse Tausende Menschen würfeln, und es werden auch solche dabei sein, die immer eine Sechs erzielen – eben weil so viele mitmachen, und nicht, weil einige eine goldene Hand haben.

Wenn die technische Analyse unfehlbare Voraussagen erlauben würden, dann würde sich jeder Marktteilnehmer nach ihnen richten. In diesem Fall wäre tatsächlich jede Information zum Zeitpunkt  $t_0$  in den Aktienkurs eingegangen. Der Markt wäre perfekt, über das Morgen wüsste man daher nichts, und es läge der paradoxe Fall einer *self killing prophecy* vor.

Die Mathematiker unter Ihnen mögen mir verzeihen, dass ich hauptsächlich triviale Beispiele nenne. Aber unsereins hat es hauptsächlich mit trivialen Fällen zu tun. Vor allem mit unzureichender Statistik.

Da erfahren wir zum Beispiel von einer Thermokamera, die es erlauben soll, Lügner zu entdecken, und zwar anhand von Hitzeblöcken rund um die Augen. Ein ideales Gerät für Sicherheitskontrollen am Flughafen. Diese Meldung ging im Januar diesen Jahres um die Welt. Auch in Deutschland kam sie groß heraus. Immerhin, die Quelle war das Wissenschaftsblatt

*Nature*. Es lohnte sich freilich, nicht bloß die Pressemeldung zu verarbeiten, sondern den Originalartikel zu lesen. In ihm wird der Versuchsaufbau beschrieben:

Ein Endokrinologe von der Mayo-Klinik war der Versuchsleiter. Die Versuche wurden am Polygraph-Institut des amerikanischen Verteidigungsministeriums durchgeführt. Als Probanden hatte man 20 Rekruten abkommandiert. Acht von ihnen wurde befohlen, eine Puppe zu schlagen und ihrer Hand 20 Dollar zu entwenden. Die anderen 12 saßen währenddessen in einem dunklen Raum. Anschließend wurden alle danach befragt, ob sie etwas geraubt hätten; die Räuber hatten strikte Anweisung, zu lügen. Die Gesichter wurden mit der famosen Thermokamera aufgenommen, und, so hieß es, anhand der Bilder seien sechs der acht Täter erkannt worden. Außerdem habe es ein falsch positives Ergebnis gegeben.

Was soll man davon halten? Es gäbe viele, beinahe beliebig viele Fragen an diesen Versuchsaufbau zu stellen, aber das ist noch nicht einmal nötig, denn mit 20 Probanden lässt sich nun einmal keine ordentliche Statistik aufstellen. Das zu wissen, sind keine statistischen oder mathematischen Kenntnisse vonnöten, sondern nur gesunder Menschenverstand. Und, natürlich, die Zeit, den Originalartikel nachzusehen. Diese Zeit fehlt in vielen Redaktionen.

Erst recht, wenn schwierigere Fragen zu klären sind. Zum Beispiel Behauptungen von Epidemiologen. Oder von Klimamodellierern. Es gibt da eine nette kleine Geschichte. Sie geht so. Es hat sich ein interdisziplinäres Team versammelt, das die Hypothese prüft, ob alle ungeraden Zahlen größer als Zwei prim sind.

Der Biologe sagt: „nun, 3 ist prim, 5 ist prim, 7 ist prim, 9 – wird noch geprüft, 11 ist prim, 13 ist prim und so geht es immer weiter.“

Nun der Mediziner: „3, 5, 7 sind klare Fälle. 9 – da gibt's ne Meta-Analyse, 11 und 13, naja, der Rest ist bekannt.“

Der Ingenieur: „3, 5, 7. Die 9 ist eine Annäherung. Dann 11, 13 und so weiter.“

Der Physiker: „3, 5, 7. Die 9 ist ein Messfehler, 11, 13, further research is necessary.“

Der Klimamodellierer: „Über 3, 5, 7, 11 und 13 konnte Einigkeit erzielt werden. Aber aufgrund der Aktivitäten einer kleinen Lobby, die von der Ölindustrie bezahlt wird, ist über 9 noch nicht entschieden.“

Mathematik ist Glückssache. Leider ist es auch Glückssache, ob man überhaupt Zugang zur Mathematik hat. Es ist schon so, die Weichen werden früh gestellt. Über das Elend des Mathematikunterrichts wurde schon viel gesprochen, und auch in diesem Fall gilt der Satz von Karl Kraus: „Die Menschen werden aus Erfahrung dumm.“

Ich hatte das Pech, in der Schule unausgesetzt wechselnde Konzepte und Lehrer unterschiedlicher Qualität zu erleben. Über die autoritäre Form des Unterrichts, nicht nur des Mathematikunterrichts, habe ich mich damals so sehr geärgert, dass mir der Inhalt schnurzegal wurde. Allerdings habe ich das Glück, dass mein Vater ein ausgezeichneter Mathematikdidaktiker ist. Erstens hat er mir immer vorgelebt, dass Mathematik unglaublichen Spaß macht. Seine größten didaktischen Erfolge waren aber zweitens von der Sorte, dass er mir wortlos interessante Bücher in die Hand drückte. Oder mir vor nunmehr 20 Jahren einen Computer schenkte, der sich nur dann benutzen ließ, wenn man Basic beherrschte. Ich konnte es nicht auf mir sitzen lassen, zu blöd für dieses Ding zu sein. Nur deshalb fing ich wieder an, mich mit Nullen und Einsen zu beschäftigen – und fing Feuer. Es verhielt sich nicht etwa so, dass ich den Computer brauchte. Damals brauchten normale Menschen keine Computer. Aber er forderte mich heraus. Ich wollte ihm gewissermaßen überlegen sein. Also büffelte ich Schalt-Algebra und Algorithmen und wasweißich, bis mir dieser läppische Kasten keinen Respekt mehr einflößte. So entstand meine späte Liebe zur Mathematik. Nicht irgendein Nutzen aber auch nicht ein abstraktes Bildungsinteresse waren die Motive, sondern der Spaß daran, aus eigener Kraft und mit eigener Strategie ein Problem zu knacken.

Sollte es nicht auch in der Schule so sein? Die nächste Pisa-Studie, so viel steht fest, wird sich mit Mathematik-Kenntnissen befassen. Bis dahin wird das in vielen Schulen praktizierte Einerlei nicht abgeschafft sein; wir werden die Quittung bekommen. Dieses Land leistet sich Mathematik-Didaktik im großen Stil, mit Professoren und Instituten und allem Drum und Dran. Aber den schöpferischen Freiraum, den Schüler und Lehrer brauchen, um mit Mathematik zu spielen, den finden Sie im Schulalltag selten. Mathematik ist Glückssache: denn man weiß nie, in was für eine Sorte Unterricht man gerät.

Vor allem jedoch ist Mathematik Glückssache in einem ganz anderen Sinn, einem positiven Sinn. Mathematiker-Tagungen sind heitere Treffen. Dafür muss es Gründe geben. Ich glaube, es ist der Gegenstand. Die Beschäftigung mit schönen Dingen macht die Menschen heiter. Und vielleicht auch, dass Lösungen gefunden werden, was ja sehr befriedigend sein kann. Überraschende zumal, was wiederum sehr erheitend sein kann.

Es muss ein großes Glück sein, an der mathematischen Forschung teilhaben zu können. Ich beneide alle Mathematiker darum und bin froh, diese Arbeit wenigstens als Beauftragter des Publikums ein wenig beäugen zu dürfen.