Bildarchiv der MPG

Cantorpreis für Yuri Ivanovich Manin

von Friedrich Hirzebruch, Matilde Marcolli und Don Zagier

Yuri I. Manin, 1937 geboren, hat seine mathematische Laufbahn früh begonnen. Er wurde im Alter von 23 Jahren promoviert (Kandidat) und habilitierte sich bereits drei Jahre später (Doktor Nauka). Von 1960 bis 1993 war er am Steklov-Institut der Akademie der Wissenschaften in Moskau tätig, wo er heute noch Forschungsmitglied in Absentia ist. Seit 1993 ist Manin Wissenschaftliches Mitglied des Max-Planck-Instituts für Mathematik in Bonn und seit November 1995 Direktor am Institut. Von Herbst 1999 bis Herbst 2001 war er Geschäftsführender Direktor des MPI.

Manin ist einer der größten lebenden Mathematiker. Seine Publikationsliste besticht durch ihre Länge (über 220 Arbeiten, darunter ein Dutzend Monographien) und ihre Vielfalt: Diophantische Analyse, mathematische Logik, algebraische Geometrie, Modulformen, Codierungstheorie, Differentialgleichungen, Eichtheorien, Supersymmetrie und viele andere Gebiete der Mathematik und der Mathematischen Physik. In jedem Gebiet hat er tiefe Erkenntnisse gefunden, wovon hier einige kurz beschrieben werden sollen:

Die ersten Arbeiten waren hauptsächlich auf den Gebieten der Algebra und der algebraischen Geometrie und waren stark durch zahlentheoretische Fragestellungen motiviert. Mit 26 wurde er schlagartig berühmt durch seinen Beweis der Mordellschen Vermutung für algebraische Kurven über Funktionenkörpern. (Dieser Fall wurde auch von Grauert behandelt; für den Beweis im Falle von Kurven über Zahlkörpern bekam Faltings 1986 die Fieldsmedaille.) Hierzu hat er den „Gauss–Manin-Zusammenhang“ eingeführt, der inzwischen zu den wichtigsten Hilfsmitteln in der Theorie der Differentialgleichungen auf algebraischen Varietäten und der algebraischen Geometrie überhaupt zählt.

Andere Hauptergebnisse in der *Algebra* und der *algebraischer Geometrie* sind:

- ∘ wichtige Sätze über formale Gruppen und Hasse–Witt-Matrizen, die später zu einer Theorie von p-adischen Perioden führten (1961, 1963);
- ∘ Beweis der Weilschen Vermutungen für unirationale 3-Mannigfaltigkeiten – für den Beweis der allgemeinen Falls bekam Deligne 1978 die Fields-Medaille – und Entwicklung des Formalismus der Motive unabhängig von Grothendieck (1968);
- ∘ die Widerlegung der Lürothschen Vermutung in der Dimension 3 (Zusammenarbeit mit Iskovskih, 1971);
- ∘ Konstruktion neuer Codes mit Hilfe von Methoden aus der algebraischen Geometrie über endlichen Körpern (1982–1984, z. T. zusammen mit Vladuz); diese Arbeit, die zu einer Verbesserung der Varshamov–Gilbert-Schranke führte, gilt als eine der wichtigsten neueren Entwicklungen in der Codierungstheorie.

In der *Zahlentheorie* hat Manin unter anderem

- ∘ bewiesen, dass die p-Torsion elliptischer Kurven über einem festen Zahlkörper beschränkt ist (1969);
- ∘ die berühmte „Manin-Obstruktion“ zur Gültigkeit des Hasse-Minkowski-Prinzips für die Existenz rationaler Lösungen diophantischer Gleichungen entdeckt (1971);
- ∘ die Theorie der Modulsymbole entwickelt und damit die algebraische Relation zwischen den Perioden von Modulformen und den speziellen Werten ihrer L-Reihen bewiesen (1973–1977);
- ∘ nachgewiesen, dass die Spitzendivisoren auf Modulkurven endliche Ordnung haben (Satz von Manin-Drinfeld, 1974);
- ∘ die Theorie der kubischen Flächen entwickelt und

einen überraschenden Zusammenhang mit „Moufang loops" aufgedeckt (1969, Forschungsmonographie 1972);
- die Theorie der p-adischen Schottkyschen automorphen Formen entwickelt (1974, mit Drinfeld);
- eine Reihe von unerwarteten Sätzen und Vermutungen über die asymptotische Verteilung rationaler Punkte auf algebraischen Varietäten gefunden (1989–1991, z. T. in Zusammenarbeit mit Batyrev, Franke und Tschinkel).

Schließlich verdankt man Manin sehr wichtige Beiträge zur *mathematischen Physik*. Dies begann 1974 mit seiner Entdeckung der selbstdualen Lösungen („Instantonen") der Yang-Mills-Gleichungen über S^4 (gemeinsam mit Drinfeld). Diese Lösungen, die unabhängig auch von Atiyah und Hitchin entdeckt wurden, führten zu weitreichenden Entwicklungen sowohl in der Differential- und algebraischen Geometrie wie auch in der Quantenfeldtheorie. Im Jahre 1979 hat Manin zusammen mit Lebedev die gruppentheoretische Interpretation der Hamiltonschen Struktur vollständig integrierbarer Systeme gefunden. Zusammen mit Kuperschmidt und Lebedev entdeckte er die Hierarchie der Benneyschen langen Wellengleichungen (1977–1980). In einer Reihe von Arbeiten in den frühen achtziger Jahren entwickelte er algebraisch-geometrische Methoden zur Lösung einer großen Klasse nichtlinearer Differentialgleichungen aus der mathematischen Physik (insbesondere Yang–Mills–Dirac-Felder). Danach folgte eine Reihe von Beiträgen zur Stringtheorie (Polyakov-Mass, spezielle Werte der Selbergschen Zetafunktion, Zusammenhang zwischen Modulräumen von Kurven und Virasoro-Algebren usw. zum Teil in Zusammenarbeit mit A. Beilinson). Hier wurde erstmalig gezeigt, wie man String-Amplituden mit Hilfe der Arakelov-Geometrie aus der arithmetischen algebraischen Geometrie berechnen kann. In dieser Zeit begann Manin sich auch mit Fragen der Quantengruppen und nichtkommutativen Differentialgeometrie und den mathematischen Grundlagen der Theorie der Supersymmetrie zu beschäftigen.

Wir haben bisher Manins Leistungen bis vor etwa 10 Jahren beschrieben, das heisst, bis zu dem Zeitpunkt, als er nach Deutschland kam. In den letzten 10 Jahren haben die tiefen Zusammenhänge zwischen der Zahlentheorie, der algebraischen und arithmetischen Geometrie, sowie der Mathematischen Physik zu großartigen Höhepunkten von Manins Forschungen geführt, die wir mit ihrem ganzen Spektrum von Resultaten, neuen Perspektiven und philosophisch-mathematischen Grundlagen nur oberflächlich andeuten können:

In der arithmetischen Geometrie hat Manin weiterhin die rationalen Punkte beschränkter Höhe auf algebraischen Varietäten gründlich untersucht. Die auftretenden Probleme sind parallel zu der Aufzählung rationaler Kurven auf kompakten Kählerschen Mannigfaltigkeiten, Probleme, die wiederum mit Calabi–Yau-Mannigfaltigkeiten und „Spiegel-Symmetrie" (mirror symmetry) zusammenhängen. Wie schon erwähnt, hat Manin in der Arakelov-Geometrie (die Theorie, die die Analogie zwischen Punkten und Kurven motiviert) gearbeitet. Er hat eine weitreichende Beziehung zwischen der Arakelov-Geometrie und der Geometrie hyperbolischer 3-dimensionaler Mannigfaltigkeiten entdeckt, die sich neuerdings auswirkt auf Quantengravitation und die Geometrie der schwarzen Löcher.

Manin verdankt man fundamentale, sehr beeindruckende Beiträge zur Entwicklung der algebraischen und geometrischen Methoden in der theoretischen Physik. Diese faszinierende Richtung kann man als Quantengeometrie bezeichnen, die die mathematischen Theorien der Quantengruppen und der Quantisierung über Deformationen als einen Aspekt der nicht-kommutativen Geometrie enthält. In letzter Zeit hat Manin interessante Parallelen zwischen nicht-kommutativer Geometrie und Klassenkörpertheorie entwickelt, die klassische Probleme der Zahlentheorie wie die Starkschen Vermutungen neu beleuchten. (In Analogie zum Kroneckerschen Jugendtraum spricht Manin gern von Alterstraum oder „midlife crisis"!) In den letzten Jahren sind immer neue Perspektiven für die algebraische Geometrie entstanden: Gromov-Witten-Invarianten, Quanten-Kohomologie, Frobenius-Mannigfaltigkeiten, Spiegel-Symmetrie. Manin stand im Mittelpunkt aller dieser Entwicklungen. Seine Forschungen legten die Grundlage für eine axiomatische Behandlung der Gromov–Witten-Invarianten (mit Kontsevich) und für eine geometrische Interpretation der Quanten-Kohomologie mittels der Theorie der Frobenius-Mannigfaltigkeiten, die wiederum tiefe Verbindungen zur Theorie der Singularitäten hat. Sein Studium der Spiegel-Symmetrie für abelsche Varietäten baut Brücken zwischen der algebraischen Geometrie und der nicht-kommutativen Geometrie der Quantentori. Manins Visionen zur Interaktion von Mathematik und Physik werden für viele junge Mathematiker Leitlinien für ihre Forschung bilden.

Yuri I. Manin hat einen enormen Einfluss auf die Entwicklung der Mathematik in der Sowjetunion und der Welt gehabt. Zu seinen mehr als 40 Doktoranden zählen solche Berühmtheiten wie Drinfeld (Fields-Medaille 1990), Beilinson, Zarhin, Iskovskih, Vladuz, Tsfasman, Kapranov, Voronov und Penkov. Er spricht und arbeitet außerordentlich gern mit anderen Mathematikern (über 60 seiner Arbeiten haben Koautoren). Seine Vorträge im In- und Ausland finden stets großen Anklang. Darüberhinaus ist Manin ein äußerst kultivierter Mensch, der Literatur und Musik kennt, viele Sprachen studiert hat und über Themen in Psychologie, Ethnologie, Linguistik und Geschichte nachgedacht und Arbeiten veröffentlicht hat. Diese ungewöhnliche Mischung von wissenschaftlicher Leistung und hohem intellektuellem Niveau machen ihn besonders inspirierend für seine Umgebung. Manins Berufung an das Max-Planck-Institut für Mathematik war für die Entwicklung der Mathematik in Deutschland ein großer Anstoß. Seine Seminare und Vorlesungsreihen am MPI und in Bonn werden von vielen Bonner Mathematikern und Physikern und den zahlreichen Gastforschern des MPI hochgeschätzt. Die Zuhörer sind fasziniert und werden zu eigenen Forschungen angeregt.

Manins Leistungen wurden vielfach geehrt, erwähnt sollen hier nur die drei Preise, die in seine MPI-Zeit fallen: Frederic Esser Nemmers Prize in Mathematics 1994, Rolf Schock Prize of the Swedish Royal Academy 1999, King Faisal International Prize for Mathematics 2002. Auch die Cantor-Medaille ehrt das Lebenswerk von Manin, sie bringt aber auch zum Ausdruck, wieviel wir ihm hier in Deutschland zu verdanken haben.

Adresse der Autoren
Prof. Dr. Friedrich Hirzebruch
Prof. Dr. Matilde Marcolli
Prof. Dr. Don Zagier
Max-Planck-Institut für Mathematik
Postfach 7280
53072 Bonn

[Yuri Manins Vortrag anlässlich der Preisverleihung mit dem Titel *Georg Cantor and his Heritage* ist über `http://front.math.ucdavis.edu/math.AG/0209244` zugänglich.]