Mathematik am Königshof

von Alfred Schreiber


Thomas Woolner
Ophelia, 1874

Auf der historischen Bühne tritt – je nachdem, welcher Akt gerade gespielt wird – die Mathematik in zwei Rollen auf: als Magd oder als Königin der Wissenschaften. Dienen kann sie freilich in beiden. Als Magd ist sie beliebt, wenn sie nur fleißig rechnet und Modelle zimmert: für Astronomen, Physiker, Ingenieure, Wirtschaftsleute und, nicht zu vergessen, fürs Militär. Als Königin sollte oder möchte sie ihre Bedeutung herausstellen, Vorbild und Muster für andere sein, z. B. durch Vorzeigen ihrer überlegenen Methoden, gar nicht zu reden von der unbegrenzten Haltbarkeit ihrer Juwelen. Die neidische Konkurrenz legt ihr das natürlich als Hochnäsigkeit aus. Ein Übriges tut das unfaire Publikum, darunter ein Dichterfürst, der ihr seine Abneigung kaum verhehlt, ein philosophischer Rüpel, der ständig Buh ruft, die naserümpfende hermeneutische Intelligentsia oder ein bekannter Kirchenvater, der sie (lange vor der Hexenverfolgung) bezichtigte, „mit dem Teufel im Bunde den Geist zu trüben und den Menschen in die Bande der Hölle zu verstricken". Tja, da ist es immer noch am schönsten, wenn sie gerade mal wieder die Magd spielt und im Flüsterkasten ein Verliebter sitzt, der ihr zu verstehen gibt, sie sei die wahre Königin.

Applaudiert wird gelegentlich in den Bezirken der Macht. Da trifft man auf recht unterschiedliche Fälle: Enver Hodscha pries vor der Jugend des von ihm „befreiten" Albanien die Mathematik als wunderbare, poetische Wissenschaft. Napoleon Bonaparte, der die mathematische Elite Frankreichs in höchste Staatsämter hievte, flirtete mit der Geometrie und kam so zu einem möglicherweise untergeschobenen Beitrag zur Dreieckslehre. Staufenkaiser Friedrich II. hat die Mathematik hochgeschätzt und pflegte engen Kontakt zu Leonardo von Pisa (alias Fibonacci). Es ist nicht unwahrscheinlich, dass er an der mathematisch inspirierten Architektur des Castello del Monte (der um 1240 in Apulien erbauten Stauferburg) mitgewirkt hat. Über Euklid, den Verfasser der berühmten *Elemente* ist überliefert, Klaudios Ptolemaios von Alexandria, selbst tüchtiger Geometer und Astronom, habe ihn gefragt, ob kein kürzerer Weg zur Geometrie führe als Euklids Lehrbuch. Dieser soll geantwortet haben: Es gibt keinen Königsweg!

Heute könnte man das so deuten: Es gibt keinen Weg *zu* den Königen, zumindest nicht zum schwedischen Königshaus, das der alljährlichen Verleihung des Nobelpreises den Rahmen gibt. Dass die Mathematik nicht dabei sein darf, hat Stifter Alfred Nobel testamentarisch so verfügt (aus unbekannten Gründen, über die endlos spekuliert wurde und wird). Zum Ersatz trösten sich Mathematiker mit der Fields-Medaille, die auf ihren Mathematischen Weltkongressen (ICM) vergeben wird. Als der ICM 1998 in Berlin stattfand, spottete der *Spiegel*: *„Nobelpreis für Quatsch"*. Übrigens hatte Nobel auch die Wirtschaftswissenschaften zunächst nicht berücksichtigt. Die Bank von Schweden hat das nachträglich wieder in Ordnung gebracht. Auf die Weise ist die Mathematik fast unbemerkt doch ein wenig mit dabei, sozusagen als Aschenputtel. Wird das alles demnächst besser, wenn die norwegische Regierung jedes Jahr einen Abelpreis verleiht?

Apropos Quatsch. Ein kleiner Schritt ist es von da zum Wahnsinn – und wer Wahnsinn sagt, muss auch Shakespeare sagen. Der englische Mathematiker und Philosoph Alfred North Whitehead fand am dänischen Königshof eine wenn auch nicht glückliche, so doch dauerhaft gültige Antwort auf die Frage nach der Rolle der Mathematik:

Ich will nicht soweit gehen, zu sagen, daß eine Geschichte des Denkens, die auf ein tiefes Studium der mathematischen Ideen in den verschiedenen Epochen verzichtet, etwas tut, das mit dem Streichen der Rolle Hamlets aus dem gleichnamigen Drama vergleichbar ist. Das wäre zu anspruchsvoll. Aber es entspricht gewiß dem Weglassen der Rolle Ophelias. Dieser Vergleich ist erstaunlich treffend. Denn Ophelia ist wesentlich für das Stück, sie ist entzückend – und ein wenig verrückt. Geben wir zu, daß das Streben der Mathematiker ein göttlicher Wahnsinn des

menschlichen Geistes ist, eine Zuflucht gegenüber der bedrängenden Enge der dem Zufall ausgelieferten Ereignisse.
(A. N. Whitehead, *Wissenschaft und moderne Welt* (Lowell-Lectures, Harvard 1925). Übers. von G. Tschiedel und F. Bondy. Morgarten Verlag, Conzett & Huber: Zürich 1949, S. 28.)

Adresse des Autors
Prof. Dr. Alfred Schreiber
Institut für Mathematik und ihre Didaktik
Universität Flensburg
Auf dem Campus 1
24943 Flensburg
schreiber@uni-flensburg.de

Teacher's corner – kurze Beweise mit langer Wirkung

In Heft 3–2001 starteten wir eine Kolumne, welche ungewöhnlich kurze Beweise oder prägnante Konzepte sammelt, unmittelbar geeignet für den Einsatz in der Lehre. *(FB)*

Nr. 6: Riemann-Integrierbarkeit stetiger Funktionen. In jeder Analysisvorlesung kommt der Satz vor, dass eine stetige Funktion auf einem kompakten Intervall Riemann-integrierbar ist – zumindest in jeder Vorlesung, die das Riemann-Integral behandelt. Der kanonische Beweis fußt auf der gleichmäßigen Stetigkeit einer solchen Funktion; dass es aber auch anders geht, hat Erhard Schmidt in seinen Vorlesungen vorgeführt (*Vorlesungen über Differential- und Integralrechnung* [aus dem Wintersemester 1948/49], Akademie-Verlag 1992, insbesondere Seite 132).

Schmidt erklärt in bekannter Weise Ober- und Untersummen einer beschränkten Funktion

$$f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$$

sowie das Ober- und Unterintegral

$$\int_a^{*b} f(t)\,dt \quad \text{bzw.} \quad \int_{*a}^{b} f(t)\,dt\,.$$

Sein nächster Schritt ist, mit dem üblichen Argument zu zeigen, dass die durch

$$F_o(x) = \int_a^{*x} f(t)\,dt \quad \text{bzw.} \quad F_u(x) = \int_{*a}^{x} f(t)\,dt$$

definierten Funktionen an einer Stelle x_0 differenzierbar mit Ableitung $f(x_0)$ sind, falls f bei x_0 stetig ist.

Sei jetzt f eine stetige Funktion auf $[a,b]$; wir wissen dann also, dass

$$F_o' = F_u' = f$$

ist. Daher unterscheiden sich F_o und F_u nur um eine Konstante, die wegen

$$F_o(a) = 0 = F_u(a)$$

null sein muss. Das liefert insbesondere

$$F_o(b) = F_u(b)\,;$$

mit anderen Worten ist Oberintegral = Unterintegral, und f ist Riemann-integrierbar auf $[a,b]$.

Adresse des Autors
Prof. Dr. Dirk Werner
Fachbereich Mathematik und Informatik
FU Berlin
Arnimallee 2–6
14195 Berlin
werner@math.fu-berlin.de