



G. Perelman
(Courtesy Celene Chang
The Daily Princetonian)

Was soll das bedeuten?

von Harold P. Boas

Wir Mathematiker erzählen unseren Studenten ja gerne, dass Mathematik eine Mitmachveranstaltung ist, kein Zuschauersport. Nur weil man jemand anderem zugesehen hat, wie er unendliche Reihen auf Konvergenz testet, heißt noch lange nicht, dass man das selber kann. Trotzdem hat in letzter Zeit die Tagespresse löblich großes Interesse daran gezeigt, in die neuesten Entwicklungen mathematischer Forschung „hineinzuhorchen“. Ich finde es ermutigend, wie Reporter versuchen, sowohl die Begeisterung an mathematischen Entdeckungen zu vermitteln als auch die zugrunde liegenden mathematischen Ideen anzudeuten.

Nachdem die Aufregung um Andrew Wiles' Beweis der Fermat'schen Vermutung abgeklungen ist, sind einige Jahre vergangen, in denen die Worte „elliptische Kurve“ in der *New York Times* höchstens noch ganz nebenbei aufgetaucht sind (wie in dem Nachruf auf André Weil, 1998). Dann hat im Juli 2002 eine Meldung von Sara Robinson nicht nur diese Wörter verwendet, sondern auch einen Eindruck von der Mathematik gegeben, die der Rekonstruktion der Escher-Lithographie „Ausstellungspavillon“ von Hendrik W. Lenstra Jr. und Bart de Smit zugrunde liegt (siehe die Titelstory der *Notices of the American Mathematical Society*, April 2003.)

Im August 2002 war die mathematische Welt plötzlich durch einen neuen Primzahltest-Algorithmus von Agrawal, Kayal und Saxena elektrisiert (siehe den Aufsatz von Folkmar Bornemann in den *DMV-Mitteilungen* 2-2003). Die drei Forscher haben ihren Preprint ins Internet gelegt und innerhalb von wenigen Tagen publizierte Sara Robinson eine Meldung über den Durchbruch. Für die Leserschaft der *New York Times* konnte sie nicht in der Sprache der Mathematik den neuen Algorithmus zu beschreiben, mit dem bewiesen wurde, dass das

Primzahltest-Problem in der Komplexitätsklasse P der polynomial-berechenbaren Probleme liegt, aber ihr Artikel stellte lebendig die hektische Aktivität dar, die die Verbreitung der neuen Idee unter den Mathematikern ausgelöst hat.

Dieses Jahr konnte man ähnliche Bewegung unter den Zahlentheoretikern beobachten, ausgelöst durch einen Preprint von Dan Goldston und Cem Yıldırım über „kleine Lücken zwischen Primzahlen“. Niemand weiß, wie man wirklich die Primzahlwillings-Vermutung angehen kann, die besagt, dass es unendlich viele Primzahlen p gibt, für die $p+2$ auch prim ist, aber Goldston und Yıldırım haben eine neue Technik entwickelt, die anscheinend alle früheren Rekorde einstellte darüber, wie nah beieinander aufeinanderfolgende Primzahlen unendlich oft liegen können.

Ich bin sehr zufrieden darüber, wie stimmig die Presse über die Story berichtet hat. Am 9. April gab es eine Meldung in der *Nature*, die behauptete „in der Umgebung einer Zahl x in der Folge der ganzen Zahlen ist der mittlere Abstand zwischen aufeinanderfolgenden Primzahlen proportional zum Logarithmus von x . . . Goldston und Yıldırım haben gezeigt, dass die Lücken zwischen aufeinanderfolgenden Primzah-

len auch sehr viel kleiner sein können als der Mittelwert ($\log x$)“.

„The *idea* is the important thing“, sagte der Mathematiker und Kabarettist Tom Lehrer in seinem legendären Konzert im „hungry i“ Nachtclub in San Francisco 1965. Er machte sich dabei lustig über die „Neue Mathematik“, indem er die damals so moderne neue-Mathematik-Manier verwendete, um ein einfaches Subtraktionsproblem *falsch* zu lösen, und im Publikum gab es großes Gelächter über die Bemerkung. Trotz des satirischen Bezugs der Bemerkung enthält sie doch mehr als ein Körnchen Wahrheit. Wir Mathematiker sind ja so stolz über unsere präzise Logik und unsere Aufmerksamkeit auf die Details, aber über allem schätzen wir die großen Ideen.

Inzwischen – dies ist der Stand der Dinge zum Zeitpunkt der Drucklegung dieser *Mitteilungen* [vgl. S. 40. Anm. d. Red.] – ist offenbar ein Problem in dem Beweis von Goldston und Yıldırım aufgetaucht: Einige Fehlerterme, von denen man ursprünglich dachte, sie seien von kleinerer Ordnung, haben in der Tat dieselbe Größenordnung wie der Hauptterm. Was auch immer das endgültige Resultat nun sein wird, so hoffe ich doch, dass in der zukünftigen Berichterstattung die Arbeit von Goldston und Yıldırım als eine Erfolgsgeschichte beschrieben wird: Auch nach Mitternacht brennen noch die Schreibtischlampen der Experten, die versuchen, die richtigen Schlüsse aus der neuen Idee zu ziehen. Wie viele von uns können dies von ihrer eigenen Arbeit behaupten?

Auch die Topologen waren dieses Frühjahr mit dramatischen Entwicklungen in ihrem Gebiet konfrontiert: Die sehr zurückhaltende Ankündigung von Grisha Perelman, dass er die Geometrisierungs-Vermutung von William P. Thurston durch Fortschreibung des Programms von Richard Hamilton beweisen könne. Als Korollar würde sich daraus die Poincaré-Vermutung ergeben, dass jede einfach-zusammenhängende, kompakte, drei-dimensionale Mannigfaltigkeit ohne Rand zur drei-Sphäre homöomorph ist. Perelman hat im arXiv zwei Preprints über seine Arbeit hinterlegt (11. November 2002 und 10. März 2003) und weitere versprochen.

Obwohl Perelman keine Interviews gibt („verfrüht“), macht der eine-Million-Dollar-Preis des Clay Mathematik-Instituts für einen Beweis der Poincaré-Vermutung die Angelegenheit doch unwiderstehlich. Innerhalb von sechs Tagen im April hat die *New York Times* zwei Artikel über Perelmans Angriff auf die Poincaré-Vermutung gebracht. Ich finde es

durchaus bemerkenswert, dass diese Artikel in einer Sprache geschrieben sind, wie wir Mathematiker sie auch selbst verwenden könnten. Die Überprüfung von Perelmans Arbeiten wird einige Zeit brauchen, sagt ein Artikel, aber in Hinblick auf seine neuen Ideen „ist es klar, dass seine Arbeit einen substantiellen Beitrag zur Mathematik darstellen werden.“ Und der andere Artikel sagt: „Dass erwachsene Männer und Frauen davon leben können, über solche Dinge nachzudenken, ist ein Zeichen, dass die Zivilisation, so brüchig sie manchmal scheinen mag, doch intakt bleibt.“

Ich hoffe, dass die allgemeine Presse weiterhin die Mathematik wie Diamanten beschreibt: ausgesprochen hartes Material, aber wertvoll und hochgeschätzt, sowohl für ihre industriellen Anwendungen als auch für ihre inhärente Schönheit.

Adresse des Autors

Prof. Harold P. Boas
Department of Mathematics
Texas A&M University
College Station
TX 77843-3368, USA
boas@math.tamu.edu

Zuerst erschienen als „Opinion“ in *Notices of the AMS*, June/July 2003, p. 637. Der Abdruck erfolgt mit freundlicher Genehmigung. Der Autor ist Herausgeber der *Notices of the American Mathematical Society*.

Übersetzung aus dem Amerikanischen von Günter M. Ziegler.

garbage they throw out in Troy, they drink at lunch in Perth Amboy, and so on. Second, for further details of the life of Alma Werfel, the reader is referred to her autobiography *And The Bridge Is Love*. Third, for the benefit of anyone who wants to follow the subtraction problems worked out in *New Math*, they are:

342 ten	342 eight
- 173 ten	- 173 eight
169 ten	147 eight

(If this doesn't make any sense to you, ask the next eight-year-old you meet to explain it.)
Final note to significance-seekers: Any ideas expressed on this record should not be taken as representing Mr. Lehrer's true convictions, for indeed he has none. "If anyone objects to any statement I make," he has said, "I am quite prepared not only to retract it, but also to deny under oath that I ever made it." So don't write in, okay?