

## Zwischen Mythos und Banalität Von der Schwierigkeit, Mathematik zu vermitteln

von Martin Aigner

*Im Frühjahr 1990 fiel mir durch Zufall das Programm der Berliner Urania in die Hände. Die Urania ist ein alt eingesehenes und hoch angesehenes Vortragshaus, das für jedermann etwas zu bieten hat. Als ich das Programm durchblättert, bemerkte ich, dass wirklich alles vertreten war: vom Reiseführer in den Hindukusch über Lebenshilfe bei Problemen aller Art bis hin zu anspruchsvollen Vorträgen über Biologie, Physik und Wirtschaft – alles war dabei. Ja eben nicht alles, ein Fach fehlte: Es gab keinen einzigen Vortrag über Mathematik!*

Tags darauf gingen mein Kollege Erhard Beherns und ich zum Direktor der Berliner Urania, um ihn deswegen zu befragen. Seine Antwort war ebenso einfach wie logisch: „Es gibt keinen Vortrag über Mathematik, weil uns niemand einen angeboten hat – die Initiative muss schon von Ihnen ausgehen!“ Nun, das konnten wir ändern, und seither gibt es jährlich mehrere Veranstaltungen zur Mathematik, inzwischen sind es mehr als 70. Ein Höhepunkt war während des Internationalen Kongresses 1998, als eine Reihe unter dem Titel „Mathematik und Alltag“ unter großer Publikumsbeteiligung stattfand. Aber gehen wir noch einmal zurück an den Anfang. Den ersten Vortrag im Herbst 1990 hielt ich selber. Es war auch für mich eine völlig neue Erfahrung und ich dachte mir, ich wähle ein Thema, das sowohl klassisch als auch aktuell ist und sogar im täglichen Leben vorkommt. Der Titel lautete: „Primzahlen, Geheime Codes und die Grenzen der Berechenbarkeit“. Zu meinem Erstaunen war das Haus voll, die Stimmung war ausgezeichnet, am Schluss der Applaus mehr als freundlich – und dann kam die erste Frage: „Herr Professor, ist es richtig, dass mit dem Universum irgendetwas nicht in Ordnung ist?“ Der Mathematiker als mystischer Seher? Da war wohl irgendetwas schief gelaufen.



Alles ok im Universum?

(Illustrationen: Karl H. Hofmann)

### Das unbekannte Wesen

Wo findet die Vermittlung von Mathematik statt? Im Wesentlichen in vier Bereichen. Am wichtigsten ist natürlich die Schule – hier wird Mathematik gelernt, geübt, man macht sich vertraut und entwickelt ein (oft) lebenslanges Gefühl dafür – im positiven wie im negativen Sinn. Die Medien stellen mathematische Themen (selten aber doch) in Zeitungen, Essays oder Filmen vor: Treffen sie den Kern der Sache? In Politik und Wirtschaft dominiert der technokratische Aspekt: Was ist machbar, worin liegt der gesellschaftliche Nutzen? Aber ich möchte zunächst einmal eingehen auf die Resonanz, die man als Mathematiker im täglichen Leben erfährt, also auf die Öffentlichkeit.

Letzten Sommer ging ich mit einem katholischen Priester bergsteigen, und auf dem Heimweg über die Almen sagte mein Bergkamerad plötzlich zu mir: „Ist Dir eigentlich schon einmal aufgefallen, wie ähnlich unsere Berufe sind? Wann immer wir uns als Priester oder Mathematiker zu erkennen geben, die erste Reaktion ist vorsichtige Distanz, allerdings mit einem charakteristischen Unterschied: Bei mir wissen sie ungefähr, was ein Priester so den ganzen Tag treibt, sie fragen sich nur, warum um alles in der Welt jemand diesen Beruf ergreift. Bei Dir ist es genau umgekehrt: Sie können sich vorstellen, warum Du dieses Fach gewählt hast (immerhin kann man ja Professor werden), aber sie haben nicht die geringste Ahnung, was Du eigentlich machst.“



Zwei philosophierende Heilige, bergsteigend

Wie ist es nun, wenn ich mich bei einer Einladung, bei einem Abendessen als Mathematiker oute? Im Wesentlichen gibt es drei Reaktionen. Genau genommen gibt es auch eine nullte Reaktion, die allerdings die mit Abstand häufigste ist. Das Gegenüber erklärt mit sichtlicher Begeisterung: „Oh Mathematik, das war mein schlechtestes Fach in der Schule!“ Nun, das ist Koketterie mit der eigenen Ignoranz nach dem Muster von Paukerfilmen und keiner weiteren Erörterung wert. Die erste interessante Reaktion ist die unmittelbare Gegenfrage: „Ja ist denn nicht schon alles in der Mathematik bekannt, können Computer nicht alles?“ Das ist natürlich einigermaßen bedenklich, wenn das allgemeine Meinung ist, wird ja meinem Berufsstand rundweg die Daseinsberechtigung abgesprochen. Eigentlich werden wir nicht gebraucht, die Computer haben uns doch schon längst ersetzt. Hier schwingt eine typische Mischung aus Glaube und Skepsis mit, sowohl der alltägliche Glaube an die Allmacht des Computers wie auch die gefühlsmäßige Distanz dazu.

Die zweite Reaktion ist subtiler, liegt aber ebenso weit daneben: Es ist die absolute Gleichsetzung von Mathematik und Rechnen. Als 1995 Andrew Wiles das berühmteste offene Problem, die Fermatsche Vermutung, bewies, so war dies allen Zeitungen eine Schlagzeile auf Seite 1 wert. Und in einer überregionalen Zeitung war zu lesen: „Rechenkünstler aus Cambridge löste 350 Jahre altes mathematisches Rätsel“. Die äußerst komplizierte Abfolge von logischen Schlüssen und Strukturaussagen in der Arbeit von Wiles als „Rechnen“ zu bezeichnen, könnte nicht ferner von der Wahrheit sein. Aber offenbar ist es allgemeine Ansicht, dass ein Mathematiker jemand ist, der 99 Formeln durcheinander mischt und daraus eine 100. Formel gebiert. Im übrigen war das keineswegs immer so. Pythagoras, Aristoteles, Plato – bei ihnen wurde Mathematik mit Kosmologie, Theologie, Philosophie und geometrischer Anschauung verbunden, und ebenso bei Descartes oder Kant. Aber auch im 20. Jahrhundert hätte niemand Hilbert als Rechner bezeichnet, ganz zu schweigen von Kurt Gödel. Man verband Mathematik mit Physik, mit Symmetrien, mit der Suche nach Wahrheit und endgültigen Erkenntnissen, aber keineswegs nur mit Rechnen.

Vor ein paar Wochen saß ich bei einem Abendessen einem bekannten deutschen Filmemacher gegenüber. Und nach einiger Zeit sagte ich zu ihm: „Sie wissen gar nicht, wie ich Sie beneide. Was immer Sie machen, die Menschen diskutieren darüber, sie loben Sie, sie ärgern sich, sie sind involviert und oft sogar emotional berührt.“ Und nach kurzer Zeit erwiderte er: „Und Sie wissen nicht, wie sehr ich Sie beneide. Wenn jemand mit Ihnen spricht, dann weiß er, dass er nichts von Mathematik versteht. Sie glauben gar



Der private Wunsch nach Transszendenz

nicht, wie viele Leute sich für die geborenen Regisseure halten!“ Da hat er Recht, Mathematik ist in diesem Sinn eine angenehme Nische: Die Öffentlichkeit weiß nicht, was wir tun, sie ist auch gar nicht interessiert daran, möglicherweise hält sie das ganze auch für überflüssig – aber trotzdem billigt sie uns eine bemerkenswerte Intelligenz zu und lässt uns in Ruhe. Bequem ist diese Nische, aber auf Dauer führt dieses Außenseiterdasein mit Sicherheit in die Isolation und Bedeutungslosigkeit.

Nun zur dritten und interessantesten Reaktion. Hin und wieder passiert es mir, dass jemand mich dann wirklich fragt: „Und was machen Sie tatsächlich?“ Und da bemerke ich, da ich etwas erfahrener geworden bin, dass mein Gegenüber nicht wissen möchte, woran ich gerade arbeite oder welches Buch ich schreibe, sondern es möchte wissen, wer ich bin, was mich und meinen Beruf ausmacht. Und da habe ich mir angewöhnt zu antworten: „Ich denke über das Unendliche nach!“ Diese Antwort ist immer ein Erfolg, das Gespräch am Tisch verstummt, plötzlich hören alle zu, und ich denke an meinen Bergkameraden, der beim Abstieg noch etwas hinzufügte, was Theologie und Mathematik verbindet: Je profaner das öffentliche Leben, desto größer der private Wunsch nach Transszendenz, über Dinge nachzudenken, die nicht auf der Hand liegen, wie zum Beispiel eben das Unendliche. Und ich fahre dann fort: „Ich möchte Ihnen gern vom bedeutendsten mathematischen Ergebnis des letzten Jahrhunderts



Mathematische Erbsünde

erzählen – vom Unvollständigkeitssatz von Gödel.“ Natürlich sofort erschrockene Abwehr: Das verstehe ich ja niemals – doch, das werden Sie sicher verstehen. Es geht um folgendes: Kurt Gödel hat mit mathematischer Strenge bewiesen, dass es in jedem formalen System, in dem wir Schlüsse aufgrund unserer logischen Regeln ziehen, immer Sätze gibt, die innerhalb dieses Systems nicht bewiesen werden können. Und jetzt kommt die Pointe: Einer dieser Sätze ist die Widerspruchsfreiheit der Mathematik selber! Wir werden niemals wissen, ob die Mathematik, wie wir sie betreiben, nicht einen Widerspruch in sich enthält und alles wie ein Kartenhaus zusammenstürzt. Und wenn ich dann mit der folgenden Bemerkung fortfahre, dann ist mir die Aufmerksamkeit des ganzen Tisches gewiss: Wenn es denn so ist, dass die Mathematik die höchste Ausgeburt unseres Gehirns ist (es ist ja alles in der Mathematik erdacht), sie aber möglicherweise widerspruchsvoll ist, liegt da nicht der Rückschluss nahe, dass unser Gehirn möglicherweise nicht ganz richtig verdrahtet ist oder dass es ganz anders funktioniert, und damit auch eine ganz andere Mathematik möglich und denkbar ist? Und wieder kommt einem die Parallele zur katholischen Theologie in den Sinn: Der Unvollständigkeitssatz ist sozusagen die Erbsünde der Mathematik. Wie die Katholiken um die Erbsünde wissen (und sich nicht weiter darum kümmern), so wissen auch wir Mathematiker um den schwankenden Grund, auf dem wir uns bewegen. Wir beweisen trotzdem unsere Sätze und schreiben unsere Bücher, immer in der Hoffnung, dass unsere Theoreme dereinst Eingang finden in das Paradies der ewigen Wahrheiten.

### Good Will Hunting

Während des ICM 1998 in Berlin war ich für die Medienarbeit zuständig. Ich habe viele Kontakte ge-

schlossen und eine Menge dabei gelernt. Vor allem aber merkte ich, dass es Journalisten auch nicht leicht haben. Sie stehen ständig unter Zeitdruck und kämpfen immer um die Aufmerksamkeit der Leser. Während dieses Kongresses wurden unter anderem die Fields-Medaillen verliehen, die ja bekanntlich als die Nobelpreise der Mathematik angesehen werden. Da die Arbeiten der Preisträger schwierig sind und vor allem schwierig zu erklären, mussten Presseerklärungen vorweg formuliert werden, Zusammenfassungen gedruckt und Interviewtermine vereinbart werden. Ich selber war auch mehrmals Partner in einem Gespräch, und üblicherweise lautete die erste Frage: „Können Sie mir in drei Sätzen erklären, worum es geht?“ Also schnell muss es gehen und verständlich noch dazu. Von Gero von Randow, der während des Kongresses in der Urania einen Vortrag hielt, habe ich gelernt: Man muss Geschichten erzählen. Auch die Mathematik hat solche Geschichten wie der schon erwähnte Wiles oder etwas später John Nash, dessen Leben in einem faszinierenden Buch und dem Film *A beautiful mind* nachgezeichnet wurde. Natürlich wird dabei kein Cliché ausgelassen, aber das stört mich persönlich weniger. Bedenklicher ist, dass das Bild, das von der Mathematik und den Mathematikern gezeichnet wird, meist auf ein banales Niveau herabgestuft wird. Ein besonders ärgerliches Beispiel ist der Hollywood-Film „Good Will Hunting“. Die Protagonisten sind ein junger Mann, der offensichtlich außerordentlich begabt ist, und ein älterer Professor, der unbedingt die Fields-Medaille erringen will. Der Alltag der Forschung wird dargestellt als ein einziger Kampf um Einfluss, Ansehen und Anerkennung. Nicht in einer Minute des Films wird die Freude vermittelt, ja die Euphorie der Erkenntnis, das Durchhaltevermögen oder die Transzendenz des mathematischen Denkprozesses. Letztlich stellt sich dem jungen Mann die Alternative: Privates Glück oder Fields-Medaille, und da wir in Hollywood sind, ist klar, wofür er sich entscheidet.

### Computertomographie und Primzahlzwillinge

Das Verhältnis von Mathematik zu Politik und Wirtschaft ist relativ unproblematisch, aber doch merkwürdig verzerrt. Die Berufsaussichten sind gut, und dass Mathematiklehrer gebraucht werden, steht außer Frage. Während die Bedeutung der Mathematik in der Schule vor allem durch die Vermittlung von logischem Denken und analytischer Kompetenz begründet wird, so spielen erstaunlicherweise genau diese Fähigkeiten bei der Beurteilung der Hochschulmathematik keine Rolle mehr. Wie sonst ist zu erklären, dass praktisch überall die Logikprofessuren abgebaut



Zugbrücke vor der Nase hochgezogen

werden und auch Algebrastellen oft nur mit dem Hinweis auf Kryptographie und Computeralgebra erhalten werden können? Nun gilt der Primat der Anwendbarkeit, des praktischen Nutzens. Was dabei unter die Räder zu geraten droht, ist die wunderbare Einheit der Mathematik, ihre Universalität. Mathematik ist das einzige Fach, das einen gemeinsamen Kongress hat, der alle Teildisziplinen vereint, wo alle eine gemeinsame Sprache sprechen. Die jetzige Tendenz zum praktischen Nutzen bedingt eine gewisse Professionalisierung, eine gewisse Vereinzelung, es werden wie in anderen Fächern längst üblich Spezialisten ausgebildet – und dies geht ohne Zweifel auf Kosten der Einheit der Wissenschaft, der gemeinsame Baum der Erkenntnis droht auszutrocknen.

Diese duale Wahrnehmung ist schon in der Schule zu beobachten. Bei den Vorträgen in der Urania sind immer auch eine Reihe Lehrer und Schüler anwesend, und wir erhalten regelmäßig nach den Vorträgen Zuschriften. Erhard Behrends und ich haben einige der besten Vorträge in einem Buch mit dem programmatischen Titel „Alles Mathematik!“ zusammengefasst. Nun bekommen wir interessanterweise von den Lehrern höchstes Lob dafür, dass in dem Buch so viele aktuelle Anwendungen beschrieben werden. Die Lehrer sagen: Endlich können wir den Schülern mitteilen, wozu Mathematik alles gut ist, von der Computertomographie zur Kryptographie, vom gläsernen Patien-

ten bis zur Routenplanung. Alles Probleme, über die wir nicht so gut Bescheid wussten, und jetzt können wir den Schülern sagen: Seht her, dazu wird das alles gebraucht, was ihr in der Schule lernt.

Was wir aber von den Schülern an Zuschriften erhalten, hört sich ganz anders an. Sie interessieren sich nicht im mindesten für Computertomographie, sie wollen wissen, wie der Fermatsche Satz gelöst wurde, oder etwas über Primzahlzwillinge oder das Vier-Farbenproblem erfahren. Der mythische Aspekt der Mathematik, Abstraktion und Denksport scheinen also bei Schülern die weit größere Rolle zu spielen. Offensichtlich haben wir ein Vermittlungsproblem schon in der Schule, und dies wird programmatisch auf den Punkt gebracht, wenn die Schüler an die Universität kommen. Eine der ersten Fragen lautet immer: „Was ist das Wichtigste, um Mathematik zu studieren?“ Und meine Antwort dazu: „Neben einem vorausgesetzten Talent ist es die Freude am Denken und die Phantasie. Vergesst nicht, Mathematiker sind Menschen, die das Udenkbare denken, das bisher noch nicht gedacht wurde, die neue Zusammenhänge aufspüren – und dazu braucht man vor allem Phantasie.“ Das Erstaunen bei den neuen Studenten ist meistens groß.

## Mathe wird Kult?

Die Situation ist also schlecht, Vermittlung von Mathematik findet praktisch nicht statt, wobei zualtererst die Mathematiker selber schuld sind. Es ist schwierig, jemanden zu gewinnen, über eine aktuelle Entwicklung einen allgemein verständlichen Artikel zu schreiben (und als ehemaliger Mitherausgeber der *Mitteilungen* weiß ich, wovon ich rede). Und so nimmt es nicht Wunder, dass wie oben ausgeführt weite Kreise überhaupt nichts von Mathematik wissen. Enzensberger hat dies während des Kongresses 1998 in einem Vortrag zugespitzt: „Die Zugbrücken sind heruntergelassen – die Mathematik im Abseits der Kultur.“

Ohne Zweifel ist die Schule entscheidend für das Bild, das jemand dann ein Leben lang mit sich herumträgt. Doch jenseits von PISA ist auch Grund für Optimismus gegeben. Viele Lehrer erzählen mir, dass Mathematik bei vielen Schülern das beliebteste Fach ist, bei anderen auch das unbeliebteste – jedenfalls lässt sie keinen kalt, und das ist schon einmal ein guter Anfang. Neue Inhalte zu schaffen ist absolut notwendig, die Curricula sind hoffnungslos veraltet und haben mit der heutigen Lebenswelt (auch die der Mathematiker) kaum etwas zu tun. Aber das ist nur ein Teil des Dilemmas. Der andere und viel wichtigere Aspekt ist, Mathematik als Denksport zu begreifen, die grauen Zellen anzuregen, Knobeln statt Formeln,

Freude an der Entdeckung zu fördern statt unentwegt Kalküle einzuüben: Denken muss wieder in sein.

Ich will noch einmal die Analogie Priester–Mathematiker bemühen. So wie bei der Kirche ist die Ehrfurcht vor der Mathematik gewichen. Man will eigentlich nichts mehr mit ihr zu tun haben. Es gibt sie noch, aber sie steht im Abseits. Und wie manche innerkirchliche Dispute so ist auch die innermathematische Diskussion um reine oder angewandte Mathematik fruchtlos – sie interessiert niemanden. Beides hat es immer gegeben und wird es immer geben, das liegt in der Natur der Sache. Ich möchte sogar das Gegenteil postulieren: Die Vielfalt in der Einheit ist das größte Pfund, mit dem die Mathematik wuchern kann.

Wir Mathematiker haben unser Problem gelöst, wenn wir vermitteln können, was wir jenseits von Mythos und Banalität können und wie wir arbeiten, wenn wir vermitteln können, dass die Mathematik beides ist, reines Denken und nützlichste Anwendung, und wenn wir in der Schule vermitteln können, wie es Gero von Randow formulierte: Mathe ist Kult!

#### **Adresse des Autors**

Prof. Dr. Martin Aigner  
Institut für Mathematik II  
Freie Universität Berlin  
Arnimallee 2  
14195 Berlin  
aigner@math.fu-berlin.de

## **Rätsel**

### **„. . . etwas für Langweiler“**

Nicht viel besser stand es mit dem Rechnen. Es war nicht so, daß R. nicht rechnen konnte – er *wollte* es nicht. Alles in ihm sträubte sich dagegen, abstrakte Zahlen zu addieren, zu subtrahieren oder zu dividieren. Worte hingegen liebte R., er konnte sie mit Bildern oder Gefühlen füllen, sie halfen ihm im täglichen Leben – Zahlen brachten ihn nur durcheinander. Rechnen, das war wie der Versuch, Rauch mit den Händen zu greifen oder eine Witterung zu kauen. Rechnen, das war etwas für Langweiler, zukünftige Kassenwarte und Ameisenzähler. Tatsächlich waren die langweiligsten Typen in seiner Klasse die besten Rechner. Die standen selbst in der Pause zusammen

und knackten mathematische Kopfnüsse, um die sie den Lehrer angefleht hatten. Während der Rechenstunden saß er nur da, starrte aus dem Fenster und hoffte, vom Lehrer nicht an die Tafel geholt zu werden – was dieser nach einer gewissen Zeit auch nicht mehr tat, da R.s Fall so hoffnungslos erschien, dass jede Beschäftigung mit ihm gleichbedeutend mit Zeitvergeudung war.

Von wem stammt der Text? – Die erste richtige Antwort an [mdmv@math.tu-berlin.de](mailto:mdmv@math.tu-berlin.de) belohnt die Redaktion mit einem Buch. (GMZ)

## **In Mathe war ich immer schlecht . . .**

*Der Tagesspiegel über Peter Scholl-Latour am 29. März 2003:*

Er schlafe immer wie ein Murmeltier, träume nie vom Krieg, sagt er, dafür dauernd blöderweise von einer

Mathematikprüfung in der Schule, bei der ich ziemlich schlecht war.