Freedom, not necessity,
is the mother of invention.

Mathematik und Innovation

von Gero von Randow

Der vorliegende Text dokumentiert einen Vortrag am 13. 9. 2004 auf der DMV-Jahrestagung in Heidelberg.

Sehr geehrte Damen und Herren,

zu Beginn meines Vortrages möchte ich Ihnen eine Geschichte nacherzählen, die ich bei Arthur Koestler gefunden habe. Sie handelt von einem jungen Mann, der am Strand sitzt und Dreiecke in den Sand malt. Er blickt nicht auf die See, nicht in den Himmel, immer nur auf seine Dreiecke und denkt ganz offenbar angestrengt nach.

Da naht sich ein alter Mann, ebenfalls angetan mit einem langen, weißen Gewand, der dem jungen Mann eine Zeitlang zusieht und schließlich fragt: „Mein Freund, was tust du da?“.

Erschrocken springt der junge Mann auf, errötet leicht und stammelt blöderweise: „Oh, äh, ich zeichne Dreiecke“.

„Soso. Und warum machst Du das, wenn ich fragen darf?“

„Ich weiß es nicht. Ich glaube, sie haben ein Geheimnis, und ich möchte es herausfinden.“

„Ein Geheimnis?“ fragt der alte Mann, und fährt fort: „Hast Du schlechte Träume oder so etwas?“

„Ja, manchmal schon.“

„Erzähle mir von Deinen Träumen.“

Der junge Mann wird nun über und über rot und erzählt von einem Traum, in dem er und seine Frau Celia die athletischen Wettkämpfe in Athen besuchen. Sie sehen, wie sein Freund Porphyrius den Diskus wirft, aber er wirft ihn in die falsche Richtung, in die Zuschauermenge, auf die beiden zu, das schwere Ding trifft die Frau an den Kopf, und sie wird ohnmächtig, mit einem merkwürdigen Lächeln auf den Lippen.

Da kichert der alte Mann und sagt: „Mein lieber junger Freund, Du kannst dich glücklich schätzen, mir begegnet zu sein, denn ich kann Träume deuten. Du wirst mir eine Drachme geben, denn ich sage Dir dies: Während Du mir davon erzähltest, sah ich, wie Deine Hand unwillkürlich Zeichen in den Sand setzte. Du zogest eine Linie, als Du von Dir sprachst. Als Du den Porphyrius erwähntest, zogest Du die zweite Linie, die deine erste Linie in rechtem Winkel kreuzte. Und als Du Deine Frau erwähntest, vervollständigtest Du das Dreieck mit einer Hypothenuse. Und wenn Du das Rätsel des Dreiecks wirklich lösen willst, dann frage Deine Diener nach dem Privatleben Deiner Frau aus.“

Der junge Mann, sein Name war Pythagoras, zog seine Sandalen an und rief: „Gepriesen seist Du! Mein Rätsel ist gelöst, ich werde keine Dreiecke mehr zeichnen sondern nach Hause laufen und meine Frau verdreschen, wie es jeder vernünftige Mann tun würde.“

Und deshalb, schreibt Arthur Koestler, wurde der Satz des Pythagoras nie gefunden.

An diese Geschichte erinnerte ich mich, als mich die Anfrage erreichte, ob ich vielleicht diesen Vortrag halten könnte. Meine erste Reaktion war eine doppelte: große Freude und ein mulmiges Gefühl. Der Grund zur Freude ist offenkundig, denn die Anfrage ist eine große Ehre. Besorgt musste ich mich indessen fragen: Was soll ein Nichtmathematiker Ihnen schon über Mathematikbezogenes erzählen? Bald zeigte sich eine weitere Schwierigkeit. Es ist nämlich so, dass ich die Mathematik sehr gerne mag. Mir geht es da ähnlich wie dem Romanhelden Ulrich im „Mann ohne Eigenschaften“, von dem Robert Musil schreibt: „Von Ulrich ... konnte man mit Sicherheit das eine sagen, dass er die Mathematik liebte, wegen der Menschen, die sie nicht ausstehen mochten.“

Also: ich mag die Mathematik. Ihrerseits hat sie mich leider nicht immer gemocht, namentlich in der Schule nicht, aber manchmal hilft bei zunächst unerwiderter Liebe eine unermüdliche Ermattungsstrategie. Das damit einhergehende Problem für diesen Vortrag besteht jedoch darin, dass ich versucht bin, im Folgenden lauter Nettigkeiten zu erzählen. Das wäre vielleicht erbaulich, aber doch langweilig.

Also habe ich mir überlegt: Wen könnte man ärgern? Als erstes fallen einem natürlich Abwesende ein. So ist der Mensch. Also könnte man ein wenig auf den Sündenböcken unserer Zeit herumhacken, auf den Politikern. Das will ich auch gerne tun, aber nur kurz, denn das ist nicht originell und oft auch ganz falsch, denn sie bilden ja immerhin eine von uns Nichtpolitikern ausgewählte Gruppe. Wen also könnte man noch ärgern? Die Lehrer vielleicht? Auch nicht originell. Und ebenfalls oft ganz falsch. Aber die Umstände, unter denen heutzutage in Deutschland Mathematik gelehrt wird, die sind in der Tat kritikwürdig. Diese Umstände sind auch schon oft kritisiert worden.

http://www.zappa.com/

Ich will diese Kritik nicht, oder doch nicht länglich, wiederholen, sondern ich möchte in diesem Vortrag mein Ideal der Mathematik und damit der Mathematikdidaktik vorstellen. Mit Konsequenzen für den Unterricht. Dieses Ideal heißt natürlich „Freiheit“. Als Ausgangspunkt habe ich allerdings ein politisch hochaktuelles Zauberwort gewählt: es heißt Innovation. Eine Erörterung über Mathematik und Innovation ist es also, was Sie jetzt erwartet, und es wird Ihnen nicht entgangen sein, dass der Titel des Vortrags einem innovativen Komponisten und Musiker die Reverenz erweist, der sich in seinem Werk viel mit dem Begriff der Freiheit beschäftigt hat.

Eines der ersten Alben von Frank Zappa hieß übrigens „Absolutely Free.“

Innovation ist auf Dauer gestellte Erneuerung. Innovation, das ist zunächst ein deskriptiver Begriff. Klar, es geht um etwas Neues, und man kann sich wohl auch darauf einigen, dass es sich um etwas Dauerhaftes, etwas Haltbares handeln muss. Die Natur gibt uns schöne Beispiele dafür. In unseren Gehirnen etwa kombinieren sich pausenlos die Gedanken, Bilder, Wünsche, Absichten. Ein irrwitziges Geschehen im Kopf – die Buddhisten nennen es „den verrückten Affen“. Das Dauerfeuer der Neuronen löst den Bewußtseinsstrom aus, doch nur ein Bruchteil des Gedankenflusses hält vor, bis er eine Handlung steuert.

Auch die biologische Evolution bringt unaufhörlich Neues hervor, aber nur wenige neue Phänotypen überleben und geben ihren Genotyp weiter; dies sind die Innovationen. Permanente Innovation ist das Gesetz der biologischen Evolution. Das ist natürlich nur ein faktischer Befund und keineswegs ein Schluss auf das Sollen, auf irgendwelche Normen. Tatsache ist allerdings, dass auch die Geschichte der menschlichen Zivilisation als Innovationsgeschichte gelesen werden kann. Unter bestimmten historischen Bedingungen führen Rückkopplungseffekte von Innovationsprozessen zu ihrer Beschleunigung und Ausbreitung. Solche Rückkoppelungsprozesse sind ebenfalls aus der biologischen Evolution gut bekannt. Regenwürmer beispielsweise graben ihre Umwelt in einer Weise um, dass sich der Anteil von Kohle- und Stickstoffverbindungen im Erdreich erhöht, was wiederum die Lebensbedingungen der Regenwürmer verbessert. Da lässt sich durchaus eine schmeichelhafte Parellele zum Menschen ziehen, der seine Lebenswelt ebenfalls so verändert hat, dass sie seine Ausbreitung begünstigt – insonderheit so, dass sie die Innovationsprozesse beschleunigt. Die Erfindung der Mathematik ist nicht der geringste Beitrag dazu, aber darüber später mehr.

Die Tendenz des Menschen, seine Lage zu verbessern, ist nicht uniform in Zeit und Raum, aber sie ist in der Geschichte seit der neolithischen Revolution dominierend geworden, und das gilt für Individuen sowohl als auch für Gruppen. Das hat auch damit zu tun, dass die Rückkopplungseffekte jene benachteiligen, die innovationsschwach sind. Nehmen wir als Beispiel das China des 16. Jahrhunderts. Hatte es nicht stolze Schiffe? Den Buchdruck? Gesetze, Ordnung, Stabilität? Half alles nichts. Die Bürokratie erstickte jede Initiative; die Flotte diente der Repräsentation, und die gedruckten Seiten vorwiegend dazu, Gebetsmühlen zu ersetzen. Handel, Wandel gar, nicht auszudenken, wohin das führen sollte! Es führte zur Vorrangstellung Europas, China fiel ab und wurde zum Opfer des Kolonialismus. Die Lehre daraus ist diese: Eine Kultur, die Innovationen behindert, wird nicht mehr wie in ferner Vergangenheit bloß stillstehen, sie bietet ihren Mitgliedern vielmehr sich verschlechternde Lebensbedingungen.

Um so wichtiger also, sich über den Charakter des Neuen klarzuwerden.

Über das Neue, und auch über die innere Widersprüchlichkeit dieses Begriffes, nämlich über die Abhängigkeit des Neuen vom Alten, wird seit der Antike nachgedacht. Aber vielleicht ist es kein Zufall, dass erst mit einer gewissen Reife des Kapitalismus eine dezidierte Theorie der Innovation aufkam. Der österreichisch-amerikanische Ökonom Joseph Schumpeter befreite in der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts den Innovations-Begriff von seiner Verdinglichung. Eine Innovation kann seither vieles sein, ein Produkt oder eine Produktqualität, ein Herstellungsverfahren, eine neue Erkenntnis oder Theorie oder eine Form der Organisation. Was immer sie ist - sie schafft Mehrwert durch Verbilligung oder Verbesserung. Dadurch wird sie dauerhaft. Die Fernbedienung ist ein Beispiel oder das Internet und demnächst vielleicht die Technik für das micropayment: Mit ihr werden Web-Inhalte kostenpflichtig, aber Klick für Klick in Cent-Beträgen und ohne Abonnement.

Innovationen sind also nicht einfach neue Sachen. Auch Dienstleister können innovativ sein. Banken etwa, die mit einer neuen Kombination von Titeln einen Kunden besser als bisher vor Währungsrisiken schützen, ja selbst Putzfirmen, die ihre Kolonnen besser motivieren. Entscheidend ist, dass das Neue auch dauerhaft wird. Die Geschichte der Erfindungen ist reichhaltiger als die Geschichte der Innovationen. Denn Innovationen sind das, was übriggeblieben ist, was sich bewährt hat. Man kann Innovationen definieren als die non-Flops der Erneuerungsgeschichte.

Das Durchbrechen der Macht der Gewohnheit ...

Zwei Voraussetzungen innovativen Handelns sind gut belegt: Freiheit und Kommunikation. Untersuchungen zeigen, dass innovative Firmen mehr als andere über die Grenzen von Unternehmen, Behörden und Forschergemeinden hinweg kommunizieren. Unterschiedliche Akteure zusammenzubringen ist namentlich das Erfolgsrezept der Innovationspolitik in Finnland, und auch die deutsche Forschungspolitik zeigt sich dort von ihrer besten Seite, wo sie regionale und fachliche Netze knüpft.

Innovation setzt Freiheit voraus. Die zweite Voraussetzung der Innovation heißt Freiheit. Seit Jahren bemängelt der deutsche Wissenschaftsrat, dass die Forschung kaum Freiräume für explorative Studien kennt, für Spaziergänge im Suchraum gewissermaßen. Für das Zeichnen von Dreiecken im Sand. Als Gauss einmal gefragt wurde, wie er auf neue Ideen stoße, antwortete er: „Durch planmäßiges Tattonieren." Leider regt unser Wissenschaftssystem zuwenig zum planmäßigen Tattonieren an. Forschungsanträge zum Beispiel müssen die Vorhaben zumeist derart genau beschreiben, dass die Ergebnisse beinahe schon feststehen. Es kommt vor, dass Wissenschaftler ihre bereits gefundenen Resultate in Anträge packen, um mit dem bewilligten Geld ein anderes, neues Projekt zu beginnen. Oder auch, dass gute Leute kein Geld bekommen, weil sie offen zugeben, dass ihnen der Ausgang des Projekts ungewiss erscheint.

Innovationen seien wie Fremde, schrieb Francis Bacon in seinem Essay „On Innovations"; sie würden gefürchtet, bestenfalls bewundert, selten geliebt. Das ist die Macht der Gewohnheit. Sie zu durchbrechen, ist schwer. Innovativ sein heißt, diese Macht der Gewohnheit zu durchbrechen.

An dieser Stelle ließe sich mit Leichtigkeit der Bogen zur Mathematik schlagen, denn ihre bedeutendsten Innovationen lassen sich auch beschreiben als das Durchbrechen der Macht der Gewohnheit, denken wir nur an die Einführung irrationaler Zahlen, an die Analysis, die nichteuklidische Geometrie oder an ein so merkwürdiges Gebilde wie die Turingmaschine. Aber bevor nun das große Lobpreisen der Mathematik als Innovationswissenschaft anhebt, lassen Sie mich einen Schritt zurücktreten.

Vor 75 Jahren erschien die Schrift *The Function of Reason*, die Alfred North Whitehead verfasst hatte. Darin unterscheidet der Logiker und Philosoph zwei, wie er sagt: Gesichter der Vernunft, die er mit den beiden Namen Plato und Odysseus in Verbindung bringt: „eines, dem es um Vollständigkeit und Einsicht geht, und eines, das den Weg des unmittelbar anstehenden Handelns plant."

Darin ist Whitehead nicht wesentlich entfernt von der Einsicht seines Kollegen Charles Sanders Peirce, ebenfalls Logiker und Philosoph, dem zufolge der Inhalt eines Gedankens dadurch definiert ist, welche Wirkungen er auslöst – und das sind entweder weitere Gedanken oder eben Handlungen. Wir haben es also, auch das muss man mit Blick auf die sogenannte angewandte Mathematik festhalten, nicht mit zwei disjunkten Mengen zu tun, sondern mit zwei Funktionen der Vernunft, die aber wohl als ein Ganzes zu betrachten ist. Whitehead jedenfalls nennt die platonische Vernunft, also jene, der es auf die von ihr ausgelösten Gedanken ankommt, die spekulative Vernunft, und er preist die Griechen der Antike, weil diese mittels Logik und Mathematik, wie er schreibt, „Methode in die Spekulation" gebracht haben. Das sei nun zweitausend Jahre her, und, Zitat:

> Wenn wir die Vorformen in Asien miteinschließen, kommen wir auf einen Zeitraum von etwa dreitausend Jahren, für den man von einem effektiven Gebrauch der spekulativen Vernunft sprechen kann.

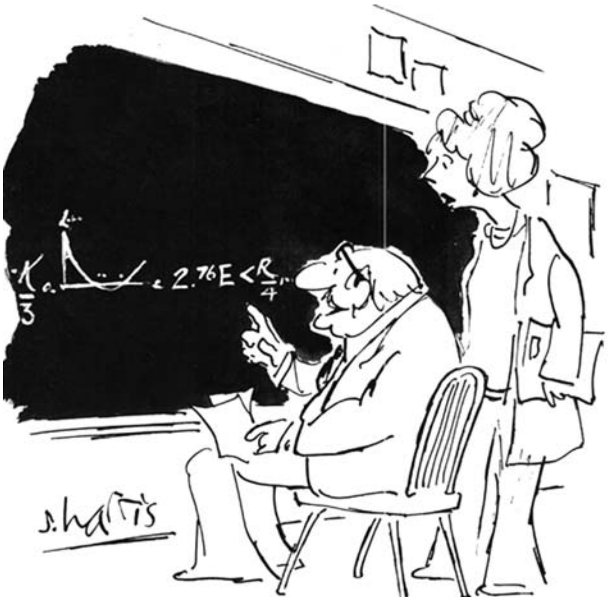
Whitehead fährt fort:

> Unsere Technologie hat während der letzten dreitausend Jahre zweifellos Fortschritte gemacht. Aber bis in die jüngste Vergangenheit hinein ist es kaum möglich, irgendeinen Einfluss der spekulativen Vernunft auf diesen Entwicklungsprozess zu erkennen ...

Und dann folgt der Schlüsselsatz:

> Die enormen technischen Fortschritte der letzten hundertfünfzig Jahre sind das Resultat des endlich hergestellten Kontakts zwischen der spekulativen und der praktischen Vernunft ... Beide Funktionen der Vernunft sind dadurch gestärkt worden. Die spekulative Vernunft hat neue Inhalte, Arbeitsmaterial für ihre theoretische Aktivität gewonnen, und die methodische Vernunft hat theoretische Einsichten gewonnen, die die Grenzen ihres unmittelbaren Blickfelds überschreiten.

Das schlagende Beispiel dafür ist die Informatik, diese hybride Disziplin, halb Ingenieurwissenschaft und halb Geisteswissenschaft, die sich selbst wiederum



"The beauty of this is that it is only of theoretical importance, and there is no way it can be of any practical use whatsoever."

aus theoretischer und technischer Informatik zusammensetzt und mit der praktischen Informatik sogar einen sozialwissenschaftlichen Zug gewonnen hat. Und natürlich ist die Informatik wenigstens dort Mathematik geblieben, wo sie Theoreme formuliert und beweist, und der Versuch der Informatikbegründer wie zum Beispiel Friedrich Bauer vor dreißig Jahren, die Informatik durch den Begriff des Prozesses oder, genauer, des Algorithmus, von der Mathematik abzugrenzen, hat sich nicht als tragfähig bewiesen. Immerhin wurde es damals auf diese Weise möglich, für die neue Disziplin zusätzliche Forschungsmittel aufzutun. Mit ihr kam die mathematische Maschine schlechthin über die Welt, namentlich die wissenschaftliche Welt, nämlich der Computer, und das geht ja so weit, dass selbst in der Mathematik der Computer zu neuen Erkenntnissen verholfen hat, sei es beim Beweisen oder sei es dort, wo der Mathematiker die bildliche Darstellung zum Explorieren benutzt. Zum Zeichnen der Nachfolger von Dreiecken in den Nachfolger des ägäischen Sandes.

Damit steht der Mathematiker nicht allein. In vielen Natur- und Ingenieurwissenschaften findet eine visuelle Wende statt, was nicht zuletzt mit den neu verfügbaren Datenmassen zu tun hat, und beides, die Bilder und die Datenmassen, muss mit Computerhilfe interpretiert werden.

Ein bisschen ist es wie in der Sammelphase der Wissenschaft, wie sie von der Royal Society gepflegt wurde. Die Masse der Daten übersteigt die theoretische Kraft. Und siehe da: die Methoden der Abhilfe, vom Data Mining bis zur theoretischen Biologie, verlangen nach Mathematik, und zwar nach neuer Mathematik. So wird es wohl weitergehen. In etlichen Wissenschaften beispielsweise ist eine Tendenz zur Verräumlichung zu beobachten, es wird also nicht nur gefragt, warum ist etwas so, sondern: warum ist ausgerechnet hier etwas so – wir sehen das zum Beispiel in den Nanowissenschaften, den Umweltwissenschaften oder in der Epidemiologie. Damit aber gewinnen die Objekte der Forschung eine zusätzliche Komplexität, es treten kombinatorische Explosionen auf, und meines Wissens lieben Mathematiker kombinatorische Explosionen. Alfred North Wihehead hätte wohl seine helle Freude daran, könnte er sehen, wie heutzutage der Begriff des Raumes und des Prozesses die Wissenschaften bestimmen. Die exakten Formen der spekulativen Vernunft, unter die er an erster Stelle die Mathematik reihte, haben eine praktische Wirksamkeit wie noch nie, und die angewandte Mathematik wird zu recht als Schlüsseltechnologie bezeichnet.

Aber diese spekulative Vernunft hat eine Eigenschaft, die sie mit der Innovation teilt: Auch sie braucht Freiheit.

„Das Wesen der Mathematik liegt in ihrer Freiheit." (Cantor) Ich habe kürzlich einem Mathematiker geschrieben, der gerade emeritiert wurde, und ihn aus Neugier gefragt, was er so treibt. Er antwortete mir sinngemäß: Ich mache das, was ich schon immer getan habe – ich gehe meinen mathematischen Interessen nach. Nun könnte man sagen: Das ist ja nicht bloß das Ideal der Mathematik. Das Versprechen akademischer Freiheit gilt für alle Wissenschaften. Natürlich, das ist wahr. Aber die Mathematik braucht noch eine andere Art von Freiheit. Darüber hat John von Neumann im Jahre 1947 geschrieben. Er verglich die theoretische Physik mit der Mathematik. Ihm zufolge kennen beide Disziplinen sogenannte objektiv wichtigen Probleme, und er schreibt:

> Aber selbst in einem solchen Fall hat der Mathematiker im Wesentlichen die Freiheit, das Problem aufzugreifen oder es liegen zu lassen und sich etwas anderem zuzuwenden, während in der theoretischen Physik ein wichtiges Problem für gewöhnlich ein Konflikt, ein Widerspruch ist, der gelöst werden muss. Der Mathematiker verfügt über eine große Auswahl an Gebieten, mit denen er sich befassen kann, und es steht ihm nahezu vollkommen frei, was er mit ihnen machen will. Und nun das Entscheidende: Ich glaube, es ist richtig, wenn man sagt, dass seine Auswahl – und auch seine Erfolgskriterien in der Hauptsache ästhetischer Natur sind.

Das finde ich interessant. Wenn man es so betrachtet, dann ist der Mathematiker sogar noch freier als der Komponist oder der Maler. Diese beiden müssen ja nicht nur ihresgleichen, sondern auch einem größeren Publikum gefallen. Der Mathematiker hingegen muss noch nicht einmal den Mathematikern sondern nur einer kleinen Teilmenge von Kollegen gefallen, jenen nämlich, die sein Teilgebiet verstehen. An dieser Stelle muss ich natürlich die Einschränkung machen, dass dies nur innerhalb der Grenzen gibt, die der Wissenschaftsbetrieb dem freien Forschen setzt. Und innerhalb der Grenzen, die das Leben so zieht. Jedem Menschen, den es zur freien Betätigung zieht, dem Musiker, dem Schreiber, dem Mathematiker, wird es unweigerlich ein wenig so gehen wie Balduin Bählamm, dem verhinderten Dichter, den Wilhelm Busch unsterblich gemacht hat. Mich erinnert Thema immer an die hervorragenden Poularden aus der Bresse in Frankreich, die küchenfertig geliefert werden und den Hinweis tragen, sie seien in vollkommener Freiheit aufgewachsen – was ja im strengen Sinn nicht stimmen kann.

Damit ist ein Schlüsselbegriff gefallen: die Strenge. Von Cantor stammt der Satz: „das Wesen der Mathematik liegt in ihrer Freiheit“ – aber es ist eben nur die Freiheit, Anfangsbedingungen des Denkens festzulegen und dann zu sehen, wohin diese Bedingungen führen, und das können Paradoxien sein, denen niemand entkommt, auch ein Cantor nicht. Mit Freiheit ist also nicht der klassische Satz IF P WHY NOT Q gemeint.

Und auch nicht so etwas:

Berufenere als ich sehen gerade die Strenge der Mathematik, und sei sie auch historisch wandelbar, als ihr Wesen an. Jedenfalls muss der Mathematiker, der ja unaufhörlich Neues hervorbringt, viel Arbeit darein stecken, das Neue mit Altem zu versöhnen. Das nennt man dann Beweis. Aber hier schlägt die unbarmherzige Dialektik zu: Ein guter Beweis ist selbst innovativ, er rekombiniert Bekanntes auf ungewöhnliche Art, so ungewöhnlich und neu, dass beim q.e.d. im Hörsaal durchaus Gelächter aufkommen kann.

Also, innerhalb der selbstgesetzten Grenzen indes ist das mathematische Denken frei, und das ist eine Familienähnlichkeit mit innovativem Handeln, ob in der Wirtschaft, in der Musik oder in der bildenden Kunst.

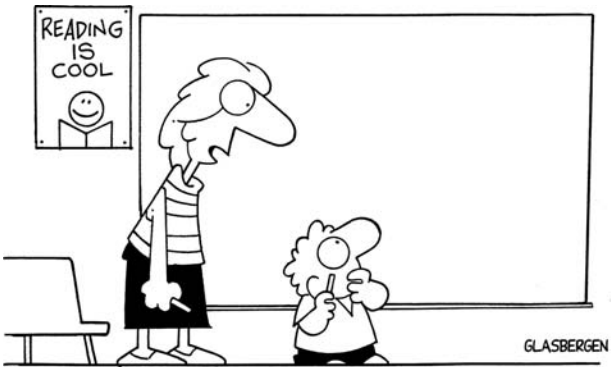
Mathematische Fortschritte, die dadurch entstehen, dass man Bekanntes plötzlich mit anderen Augen sieht, also dass man zum Beispiel wie bei der Erfindung des Begriffs der Funktion die Tatsache, dass eine Variable eine Anzahl von Werten haben kann, ihrerseits als mathematisches Objekt ansieht – das sind echte Innovationen. Wenn ich Mathematiker bei der Arbeit erlebt habe, dann hatte ich schon mehrfach den Eindruck, der Trick bestünde darin, etwas schon einmal Gesehenes mit ganz anderen Augen zu sehen. Eben das ist Freiheit. Und ebendas ist es, was beispielsweise die angewandte Mathematik den Ingenieuren oder Physikern oder anderen Gesprächspartnern gibt. Ebendas, diese Freiheit des Umdenkens, des Übertragens von Methoden aus einem Gebiet in das andere, dieses „planmäßige Tattonieren“, der Widerstand gegen die Macht der Gewohnheit, macht den Kern einer innovativen Kultur aus. Und wenn man nichts, rein gar nichts aus der Mathematik anwenden könnte, selbst dann wäre die Mathematik noch immer die große Schulungsstätte dieses innovativen Geistes und allein schon deswegen in hohem Maße praktisch. Weshalb es auch völlig egal ist, welche tiefenpsychologischen Erklärungen für die Freude an der Mathematik herhalten müssen, und es ist eben sehr die Frage, ob der Pythagoras von Arthur Koestler einen kleinen Erkenntnisfortschritt gegen einen großen eingetauscht hat und nicht vielmehr umgekehrt.

Das Gesagte hat Konsequenzen. Und zwar für den Schulunterricht. An der Quelle also, oder dort, wo die Quelle trüb wird. Bei der Qualität des Unterrichts in Mathematik und Naturwissenschaften belegt Deutschland nach den Berechnungen des World Economic Forum nur Rang 47, und das trotz des erstaunlichen Ausmaßes fachdidaktischer Forschung hierzulande.

Da verwundert es auch nicht, dass Deutschland beim Anteil von Naturwissenschaftlern und Ingenieuren unter den Beschäftigten weltweit auf Platz 10 dahindümpelt. Was ist da los? Was ist mit unserem Mathematikunterricht los?

Die folgende Beschreibung ist kurz, denn Ihnen sind die Missstände ja geläufig. Der deutsche Mathematikunterricht krankt in den meisten Fällen daran, dass der Stoff in sehr wenige Unterrichtsstunden gepresst wird, und zwar in strikt programmierter Reihenfolge und ohne dass Zeit und Raum gegeben sind, den Schülern den Sinn des Stoffs zu vermitteln. Mit dem „Sinn des Stoffs“ ist nicht gemeint, dass die Schüler verstehen sollen, dass alle ihre geliebten Handys oder MP3-Player ohne Mathematik nur Sondermüll wären. Gemeint ist auch nicht der pseudopraktische Stumpfsinn der sogenannten eingekleideten Aufgaben. Gemeint ist vielmehr die Entwicklung des freien und genauen Denkens. In einer Schule, in der ich das wahre Grauen des Mathematikunterrichts erlebt habe, nämlich im ehrenwerten Johanneum zu Hamburg, hielt dessen berühmter Rektor Joachim Jungius am 19. März 1629 eine interessante Rede mit dem Titel „Über den propädeutischen Nutzen der Mathematik für das Studium der Philosophie“. Er führte darin aus, dass Kinder seiner Erfahrung nach gerne mit mathematischen Objekten umgehen. Der Schüler, sagte er,

> wird in Zahlen und in Figuren finden, was er bewundert, woran er sich freut, was ihn interessiert; ihm wird schon Kreide, Sand oder ein Blatt Papier genügen, um sein Wissen durch eigene Arbeit zu erproben.



There aren't any icons to click. It's a chalk board.

Wenn man indessen Erwachsenen

> Punkte, Linien, Winkel, Parallelen und Zentren vorlegt und durch die erforderliche, häufige Wiederholung ihnen einzutrichtern sucht, so bekommen sie Ekel wie vor mehrfach gekochtem Kohl.

Tja, und nun frage ich mich: Warum erinnere ich mich nur an gekochten Kohl und nicht an die freie Aktivität, in den Worten von Jungius, „Wissen durch eigene Arbeit zu erproben"? Vielleicht lag es ja doch nicht nur an den Lehrern, und doch nicht nur an den falsch programmierten Lehrplänen. Vielleicht lag es und liegt es heute daran, dass das Kindsein heute etwas anderes ist als vor 375 Jahren, als Jungius seine Rede hielt.

Ich vermute, dass es heute größerer pädagogischer Anstrengung als damals bedarf, um Kinder in eine geistige Welt zu entführen, in der nichts anderes zählt als das freie Spiel mit wenigen, gut definierten Voraussetzungen. Und wenn das so ist, wenn das Eröffnen eines solchen Freiraums schwierig ist, weil die Stressoren dieser Welt mit Macht auf die Gemüter der Kinder einwirken, dann folgt daraus: Der Mathematikunterricht braucht ausgedehnte, von keiner Klassenarbeit und keinem Pausengeklingel und keiner drohenden Biologiestunde beeinträchtigte Zeitblöcke, deren Struktur nicht durch einen Lehrplan vorgegeben ist. Zeitblöcke, in denen diskursiv und explorierend Dreiecke in den Sand gezeichnet werden. In denen die Klasse an interessanten Problemen arbeitet, also an solchen, aus denen neue interessante Probleme entstehen – und wenn zu ihrer Lösung etwas neues gelernt werden muss, dann ist der Sinn des Lehrstoffes unmittelbar einsichtig.

Gegen diese Art des diskursiven und explorierenden Unterrichts ließe sich einwenden, er sei ein typisches Mittelschichtsideal. Die häuslichen Voraussetzungen vieler Kinder setzten sie nicht in den Stand, sich in einem solchen Unterricht artikulieren zu können; für sie sei Auswendiglernen und das Einüben von Rechenverfahren die bessere Ausrüstung für das spätere Leben. Meine beiden Gegenargumente lauten: Erstens wäre das kein Argument, den besseren Schülern einen solchen Unterricht zu verweigern. Zweitens aber glaube ich vielmehr, dass ein solcher Unterricht sich an unterschiedliche Niveaus anpassen ließe, und dass er mehr als alles andere geeignet wäre, gerade die Unterprivilegierten erleben zu lassen, dass sie kreativ sein können, selbständig denken können und wie man darüber spricht.

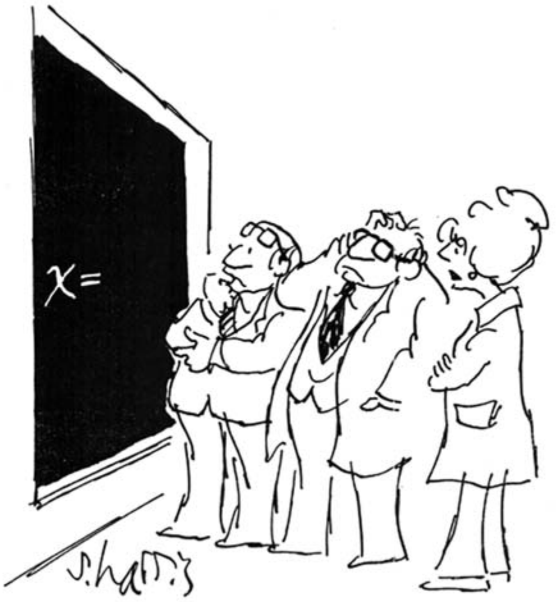
An dieser Stelle kommt mir das Giessener Mathematikum in den Sinn. Das praktische Lernmuseum von Albrecht Beutelspacher. Wir haben vor wenigen Tagen beim Euroscience Open Forum in Stockholm eine Veranstaltung durchgeführt, in der es um populäre Mathematik ging. Albrecht Beutelspacher stellte dort sein Mathematikum vor, all die minimalflächigen Blasen und die Penrose-Kacheln und so weiter, und ein Mathematiker fragte ihn skeptischen Blicks: „Was für eine Art Mathematik lernen die denn da in Ihrem Museum?" – Und da gab der Giessener Mathematiker sinngemäß zur Antwort: Sie lernen, mit eigenem Denken unter streng vorgegebenen Voraussetzungen ein genau bestimmtes Problem zu lösen.

Sie können sich vorstellen, wie sehr mir diese Antwort gefallen hat, und wie sehr ich die Schüler beneide, zu deren Mathematikunterricht ein Besuch im Mathematikum gehört.

Um wieder das Ganze in den Blick zu nehmen: Wer sich um die Innovationskraft unseres Landes sorgt, der muss an die Mathematik denken. An ihre Förderung sowieso, aber besonders an eine tiefgreifende Reform des Mathematikunterrichts, an eine Befreiung des Mathematikunterrichts. Sagen wir es ruhig noch einmal: Ohne Mathematik kommen Naturwissenschaft und Technik nicht von A nach B, und jede Diskussion von Themen wie Treibhauseffekt, Bevölkerungswachstum, Sicherheit bestimmter Techniken oder das Für und Wider medizinischer Methoden bezieht sich – bewusst oder unbewusst – auf Mathematik.

Angesichts dieser Befunde darf gefragt werden, ob Bildung ohne ein Grundverständnis des Mathematischen überhaupt denkbar ist; angefügt sei: die Klassiker der deutschen Geistesgeschichte, von Hegel einmal abgesehen, hätten diese Frage gewiss mit Nein beantwortet. Treffend daher der Satz des Mathematikers Eric Temple Bell:

> Ich will nicht so weit gehen zu sagen, eine Geistesgeschichte ohne die mathematische Ideengeschichte zu schreiben wäre das Gleiche wie den Hamlet zu schreiben und die Hauptfigur wegzulassen. Aber es käme sicherlich dem Auslassen der Ophelia gleich. Dieser Vergleich ist exakt. Denn Ophelia spielt eine Hauptrolle, ist bezaubernd und ein wenig verrückt.



Ein wenig verrückt. Etwa wie der Pythagoras von Arthur Koestler, dem unglücklicherweise ein Psychoanalytiker über den Weg lief. Das $a^2 + b^2 = c^2$ ist jedenfalls beständiger als die Liebe, es ist eine reine und abstrakte Form und just deswegen so ungemein praktisch. Es zu finden, war eine große Innovation, und ein wenig davon kann man noch heute spüren, wenn man sich darin übt, für diesen Satz möglichst viele Beweise zu finden. Auch das ist ein schönes, ein lehrreiches Problem für den Mathematikunterricht. Wer daran arbeitet, lernt Kreativität und Innovation. So entsteht das sogenannte Humankapital, ich weiß leider kein besseres Wort. Und all jenen, die unter Innovationspolitik verstehen, dass der Staat dort Geld hineinsteckt, wo nach Ansicht von Politikern Arbeitsplätze herauskommen, sei es am Schluss noch einmal mitgegeben: *Freedom, not necessity, is the mother of invention.*

Adresse des Autors
Gero von Randow
DIE ZEIT
20079 Hamburg
randow@zeit.de

Gero von Randow wurde 1953 geboren. Wehrdienst, Jurastudium. Von 1978–1988 Öffentlichkeitsarbeit für politische Linke und soziale Bewegungen, 1988–1992 freier Wissenschaftsjournalist, 1992–2001 Redakteur der ZEIT, 2001–2003 Aufbau des Wissenschaftsressorts der *Frankfurter Allgemeinen Sonntagzeitung*, seit Ende 2003 wieder Redakteur der ZEIT, außerdem Mitherausgeber des Magazins ZeitWissen. Buchveröffentlichungen u. a.: Das kritische Computerbuch (1990), Das Ziegenproblem (1992), Roboter (1997), Genießen (2001), Jetzt kommt die Wissenschaft (2003). (Photo: Klaus Kallabis)

Bologna und Baloney

Bologna kennt im Bildungswesen inzwischen jeder. Kennen Sie *Baloney*? Hier sind vier Links, die auch gleich über den Zusammenhang mit Bologna aufklären:

http://www.bartleby.com/61/79/B0047950.html

http://www.bartleby.com/61/79/B0047900.html

http://www.bartleby.com/61/56/B0375600.html

http://www.xenu.net/archive/baloney_detection.html

Welches Ergebnis wohl die Bologna-Deklaration bei dem Versuch der baloney detection liefert? *(RSP)*