Mathematik

von Gero von Randow

Unter dem Titel „Lust auf Bildung“ hieß es im Dossier der ZEIT vom 19. Januar 2006: „Ob Philosophie oder Physik, ob Technik oder Literatur, jedes Fach verliert sich in Spezialistentum. Höchste Zeit, neuen Mut zur Allgemeinbildung zu fassen. 14 ZEIT-Redakteure begründen, warum es sich lohnt“ ... (RSP)

Es war einmal, da galt Schopenhauer als das Non-plusultra des Geistes. In jene Zeit fällt seine abfällige Äußerung, Arithmetik sei die „niedrigste aller Geistestätigkeit“, denn sie könne „auch durch eine Maschine ausgeführt werden“, und letztlich liefe auch alle übrige Mathematik aufs Rechnen hinaus. Interessant zunächst, dass Schopenhauer den Urheber dieses Unsinns nicht nennt, nämlich Hegel, den er sonst nur mit Verachtung zitierte. Verblüffend sodann die (keineswegs zeitbedingte) Kenntnislosigkeit der beiden Philosophen: Denn Mathematik ist nicht Rechnen, sondern Denken. Sie ist eine Geisteswissenschaft. Von dem Logiker und Philosophen Alfred North Whitehead stammt die Unterscheidung zweier Seiten der Vernunft, die er mit den Namen Plato und Odysseus in Verbindung brachte. Die eine will Gedanken auslösen, die andere Handlungen. Whitehead nennt die platonische auch die „spekulative Vernunft“, und er preist die Griechen der Antike, weil diese „Methode in die Spekulation“ gebracht haben: mit Logik und Mathematik. Diese sind frei in der Wahl ihrer Annahmen, aber formenstreng in der Durchführung.

Dies zeigt sie mit aller Klarheit im mathematischen Beweis, und es folgt jetzt einer, dessen Verständnis zur Allgemeinbildung zählen darf, und zwar mit weitaus höherem Recht als die Beherrschung des Dreisatzes oder der Zinseszinsformel. Er ist vor etwa 2300 Jahren in Euklids Elementen veröffentlicht worden und begründet unwiderleglich, also für alle Ewigkeit, dass es unendlich viele Primzahlen gibt. Das sind solche Zahlen, die durch keine anderen teilbar sind; alle übrigen lassen sich durch Multiplikation aus Primzahlen konstruieren. Und nun der Beweis, der sich ohne jegliche Vorkenntnisse verstehen lässt. Sie müssen sich nur etwas mehr Zeit dafür nehmen als für den vorigen Absatz:

Denken wir uns eine beliebige Menge M von Primzahlen $(a, b, \dots k)$ und nehmen wir einmal an, mehr Primzahlen gäbe es nicht. Nun bilden wir die Zahl $(a \cdot b \cdot \dots k) + 1$. Ist sie eine Primzahl? Wenn ja, dann liegt sie außerhalb von M . Wenn nein, ist sie durch

eine Primzahl p teilbar. Aber liegt p in M ? Wenn ja, dann teilt p das Produkt der Zahlen aus M . Aber p teilt ja auch $(a \cdot b \cdot \dots k) + 1$. Dann müsste p auch die Differenz der beiden Zahlen teilen, also die 1. Das geht nicht. Folglich liegt p nicht in M . Mithin: Zu jeder vorgegebenen Menge M von Primzahlen gibt es eben doch eine, die außerhalb dieser Menge liegt.

War das Rechnen? Nein, nur Denken. Zwar ist von „Zahlen“ die Rede, aber das Thema war ja auch Zahlentheorie. Andere Gebiete der Mathematik sind weitaus abstrakter. Sie ist die abstrakteste Wissenschaft von allen. Sie spricht beispielsweise von Räumen, nennt deren Elemente „Punkte“ und kann davon abstrahieren, ob es sich dabei um Zahlen, Kurven, Flächen, Funktionen oder sonstwas handelt. Verrückt nur, dass einige ihrer reinsten Gedankenkonstruktionen den weltzugewandten Verstand überhaupt erst möglich machen – von der Raumfahrt über Klimaforschung und Kommunikationstechnik bis zur Medizin und Demografie.

Warum aber ist sie – in Deutschland! – vielen ansonsten Gebildeten fremd? Vielleicht liegt es daran, dass zu den deutschen Kulturtraditionen ein kämpferischer, antimathematischer Irrationalismus gehört. Mag sein, dass er sich auch aus Neid speist. Denn die Mathematik ist die einzige Wissenschaft, die ohne die Hilfe einer anderen auskommt.

Wenn Sie mehr wissen wollen: Schauen Sie sich <http://www.mathematikum.de> an, besuchen Sie dieses einzigartige Museum, am besten, so vorhanden, zusammen mit Ihren Kindern.

Adresse des Autors

Gero von Randow
DIE ZEIT
Pressehaus
Speersort 1
20095 Hamburg

(Wiederabdruck mit freundlicher Genehmigung des Autors)