Bourbaki in Tübingen und in den USA Erinnerungen an die französische Revolution in der Mathematik

Karl Heinrich Hofmann

Zur Einführung[1]

Nach Adam Riese gilt 2 + 2 ist 4, sagt der Volksmund. Besagter Adam Ries (1492–1559), „Rechenmeister" seines Zeichens, lebte in einer Zeit, in welcher das bloße Rechnen mit Zahlen in der Gesellschaft zum Spezialistenwissen gehörte. Diese noch in der Renaissance zutreffende Vorstellung setzt sich in dem heutigen Bild der Mathematik und der Mathematiker bei dem sprichwörtlichen Menschen auf der Strasse fort. Für ihn ist ein Mathematiker immer noch ein gewandter Rechner und Zahlenjongleur. Dass Mathematiker in ihrer Wissenschaft von „Stil" oder gar von ästhetischen Kategorien sprechen könnten, ist ihm dann natürlich schwer eingängig. Aber auch die *Intellektuellen*, unter denen im deutschen Kulturraum hauptsächlich die Mitglieder der schreibenden Zunft und allgemein Vertreter der Geistes- und allenfalls Sozialwissenschaften angesehen werden, verweigern den Mathematikern die Anerkennung der Dimension des Ästhetischen. Die Frage: „Sind die Mathematiker Intellektuelle?" wird hierzulande mit nein beantwortet; das ist in Frankreich anders, und in den USA ist das Wort "an intellectual" meistens mit dem Odium des Verächtlichen behaftet.

Dabei erfreute sich die Mathematik während des ganzen Mittelalters auf den hohen Schulen eines großen Ansehens; beim Studium der *septem artes liberales* kamen zuerst die „trivialen" Bereiche Grammatik, Rhetorik und Dialektik (d. h. Logik). Erst danach erlernte man die Künste des Quadrivium Arithmetik, Geometrie, Musik, Astronomie, allesamt mit engen Bezügen zur Mathematik. Man kann also nicht sagen, dass Mathematiker mit einem mittelalterlichen Vorurteil kämpfen.

Wo das Vorurteil herkommt, ist eine Frage, der ich heute nicht nachspüre. Adam Ries war praktisch ein Zeitgenosse Albrecht Dürers (1471–1528). Dieser war völlig eingebettet in den Nürnberger Humanismus und ist mit gleichem Recht als Mathematiker zu bezeichnen, wie er gemeinhin den bildenden Künsten, etwa der Malerei und Grafik zugerechnet wird. Unter anderen verfasste er ein Buch über die „Vn-

[1] [Der Beitrag ist die Schriftfassung des Vortrages, gehalten am 16. November 2007, zum Abschluss der Vorlesungsreihe „500 Jahre Mathematik in Tübingen" und zur Ehrenpromotion von G. Frey und E. Vesentini.]

derweysung der messung mit dem zirckel vnd richtscheyt in Linien ebnen unnd gantzen corporen“, bei Hieronymus Andreae, Nürnberg 1525, ein Werk zur Geometrie der Zentralperspektive. Er hatte sich schon 1507 ein Exemplar der Elemente von Euklid erworben, die in lateinischer Übersetzung 1505 gedruckt erschienen waren. Keine Frage also, dass Dürer im akzeptierten Sprachgebrauch als Intellektueller zu gelten hat.

Die euklidische Geometrie müßte eigentlich selbst den Leuten auf der Straße und den Schreibern des literarischen Feuilletons als ein *Stil* in der Mathematik bekannt sein, denn ihre Schulbildung dürfte ihnen ein gutes Stück Geometrie gezeigt haben.

Das wesentliche Charakteristikum des euklidischen Stils ist das *axiomatische Verfahren*. Dabei wird nämlich die ganze Theorie aus wenigen Postulaten abgeleitet. In der antiken Mathematik sollten diese besonders einleuchtend sein. Dies freilich kann aus moderner Sicht nicht das entscheidende Kriterium sein; am Besten illustriert dies die Jahrhunderte dauernde Diskussion um das Parallelenpostulat, welches besagt, dass es zu einer Geraden in der Ebene und einem in ihr nicht enthaltenen Punkt genau eine weitere Gerade gibt, welche die gegebene nicht schneidet. Im letzten Band der Mitteilungen der Deutschen Mathematikervereinigung schreibt Benno Artmann, der in Tübingen in den 50er Jahren studiert hat, einen Aufsatz, den er Günter Pickert widmet, der uns in Tübingen damals unterrichtete. Darin führt er den Nachweis, dass mit der euklidischen Methode die logische Eleganz als eine bleibende Charakteristik in die Mathematik eingeführt wurde.[2] Soviel halten wir hier fest: Wenn in der euklidischen Geometrie eine andere Qualität mathematischen Handelns zutage tritt als beim blossen Zahlenrechnen, dann wird schon an der Wiege der abendländischen Mathematik sichtbar, dass man von Stilen ebenso reden darf, wie in der Literatur oder den Künsten.

Die Bourbakibewegung

Es mag kontrovers sein, ob die Bourbaki-Bewegung in der Mitte des letzten Jahrhunderts mit einem neuen Stil in der Mathematik in Erscheinung trat. Ich behaupte jedenfalls, dass es uns, den Studierenden der Mathematik in den 50er Jahren des letzten Jahrhunderts in Frankreich und Deutschland so erschienen ist. Jetzt muss aber erst erläutert werden, worum es sich handelt.

In jenen Jahren haftete dem Verfasser namens Nicolas Bourbaki eines Mathematiklehrbuches in einem offenbar neuartigen Stil etwas Geheimbündlerisch-Verschwörerisches an. In seinem Roman „The Bourbaki Gambit“ (1995) hat der Biochemiker Carl Djerassi die Grundstimmung über ein unter einem Pseudonym von einer Gruppe von Wissenschaftlern veröffentlichten Werk eingefangen und in die Belletristik eingeführt. Heute, im Jahre 2007 liegt die Geschichte der Bourbaki-Gruppe und der Entstehung ihres Werkes auf Grund von verschiedenen lesenswerten Veröffentlichungen offen zutage.[3] Wenn man den Quellen glauben darf, dann offenbart die Enstehungsgeschichte des Werks von Bourbaki in Frankreich einen gewissen Gegensatz zu der historischen Situation in Deutschland. In Deutschland hatdie Mathematikergeneration, die nach dem ersten Weltkrieg in Göttingen oder Berlin oder auch anderswo zur Hochform der deutschen Mathematik beitrug, und von der noch die Rede sein wird, den ersten Weltkrieg im Wesentlichen überlebt. Im Gegensatz dazu verblutete eine ganze Generation hoffnungvoller französischer Talente in den Gräben von Verdun und an der Somme. Als Folge davon war der Mathematikunterricht auf den französischen Universitäten im Vergleich zu Deutschlands Göttingen und Berlin rückständig – oder so sah es jedenfalls eine Gruppe junger französischer Mathematiker, allen voran der geniale André Weil. Die Kritik richtete sich gegen veraltete Lehrbücher wie das von Goursat. In der Mitte der dreißiger Jahre empfand die junge Generation das Bedürfnis, den universitären Mathematikunterricht ein für alle Mal auf eine moderne tragfähige Unterlage zu stellen und zu diesem Zweck fundamentales mathematikdidaktisches Lehrmaterial zur Ausbildung und Bildung französischer Mathematikstudenten zu schaffen. Dies sollte den Anschluss an die Mathematik Göttingens und Berlins sichern, die freilich mittlerweile von den Nationalsozialisten bereits ruiniert war.

Die Gruppe traf sich an verschiedenen, eher abgelegenen und landschaftlich attraktiven Orten und diskutierte erbittert zur Sache. Die treibende Kraft für das Schreiben einzelner Kapitel war der unermüdliche Jean Dieudonné. Das Ergebnis ist bekannt: ein auf im Grunde genommen naiver Mengenlehre begründeter, in

2 Benno Artmann, Allgemeine Phänomene mathematischen Denkens in den Elementen Euklids, Mitteilungen der Deutschen Mathematiker Vereinigung 15 (2007), 165–172.

3 Maurice Mashaal, Bourbaki – A Secret Society of Mathematicans, Amer. Math. Soc. 2006, 168 pp. (Translated from the French original 2002). Amir D. Aczel, The Artist and the Mathematician: The Story of Nicolas Bourbaki, the Genius Mathematician who never existed, New York, 2006, viii + 239 pp. André Weil, Lehr-und Wanderjahre eines Mathematiker, Birkhäuser Basel etc., 1993 (Französisch 1991, Englisch 1992, 212 S.)

Hellmut Kneser

diesem Rahmen streng axiomatischer Aufbau der Analysis und Algebra (über die Topologie), kulminierend in solchen monumentalen Bänden wie der *Algébre commutative* oder den *Groupes et algèbres de Lie*, in deren Entstehung schliesslich das Unternehmen in den 70er Jahren des letzten Jahrhunderts erlahmte. In den späten 90er Jahren erschienen noch Bände zur Algebra.

Diese verkürzte Darstellung, die jeder durch die Lektüre der zur Verfügung stehenden Quellen ergänzen sollte, gibt freilich keinen Eindruck davon, wie die frühen Bände der *Topologie générale* oder *Mesure et intégration*, oder *Algèbre linéaire* bei uns einschlugen. Der Stil der Darstellung bestach durch seine Eleganz, Kohärenz, Systematik und Allgemeinheit.

Was sind die wesentlichen Charakteristika der Bourbaki-Bewegung?

Die Darstellung meiner Sicht der Grundprinzipien der Bourbakischen Methode muss in diesem Vortrag ein rudimentärer Versuch bleiben. Dies mag entschuldbar sein, denn die erwähnten Quellen geben sehr aufschlussreiche Auskunft über die Einzelheiten.

1. Die Bourbaki-Bewegung begann als mathematikpädagogische Erneuerungsbewegung auf universitärer Ebene und nicht als eine mathematische Reformbewegung; allerdings wurde sie so rezipiert.
2. Das Werk der Éléments de Mathématique wollte in dem Sinne enzyklopädisch sein, als alle dargestellten Resultate rigoros und lückenlos aus den zunächst dargestellten (axiomatischen) Grundlagen abgeleitet werden sollten. Dazu wird eine breit, möglichst reibungslos und elegant angelegte Strukturtheorie zu verschiedenen Bereichen der Mathematik aufgebaut. Zwischen der Algebra und Analysis (die die allgemeine Topologie einschliesst) fehlt eklatanterweise freilich die Geometrie. Intern ist es ganz selten, dass in den Bänden von Bourbaki Bilder oder Diagramme auftauchen, und wenn sie schon einmal erscheinen, dann sie sind sie meistens eher dürftig, vor allem, wenn man sie beispielsweise mit der mathematischen Bilderkultur der klassischen Zeit des Springer-Verlags vergleicht.
3. Die Bourbaki-Bewegung ermutigt den schreibenden Mathematiker dazu, seine Darstellungen, insbesondere seine Beweise, ausdauernd daraufhin zu überprüfen, unter welchen geringstmöglichen Voraussetzungen die erzielten Ergebnisse gerade noch aufrecht erhalten werden können. Die so gewonnenen Einsichten nützt man, um zu sinnvollen allgemeinen Begriffsbildungen vorzustoßen. In gegenwärtiger Terminologie würde man dieses Vorgehen vielleicht *reverse mathematical engineering* nennen.
4. Im Laufe von etwa vier Jahrzehnten kulminierte das Bourbaki-Unternehmen in solchen Werken wie den 9 Kapiteln (= 5 Bänden) der „Groupes et algèbres de Lie", lief sich dann aber fest, und dieses Projekt blieb, wie die Experten konstatieren müssen, auf drei Vierteln des Weges stecken.
5. Die behandelten Gebiete umfassten Algebra, Topologie, Maßtheorie, reelle Analysis (Funktionen einer reellen Variablen), topologische Vektorräume, die Analysis auf Mannigfaltigkeiten, die Lie-Theorie von Algebren und Gruppen, kommutative Algebra, aber keine Geometrie im traditionellen Sinn. Jedoch ist das keine komplette Liste.
6. Im Laufe von vier Jahrzehnten änderte sich der Schreibstil in signifikanter Weise. Dies reflektiert den Generationenwechsel, an dem die Bourbakigruppe durch eisern eingehaltenen Regeln festhielt. Die Altersgrenze war 50 Jahre; bei ihrem Erreichen scheidet jedes Mitglied aus der Gruppe aus. Die Bourbakigruppe überlebte mehrere Verleger, so z. B. Hermann, den ursprünglichen Verleger Bourbakis, Masson, Diffusion C.C.L.S. Die gegenwärtigen Rechte liegen beim Springer-Verlag, der dafür sorgt, dass die letzten Auflagen der Bourbaki-Bände sämtlich zur Verfügung stehen.

Das Bourbaki-Programm war zwar als eine Propädeutik zur Mathematik konzipiert, aber es hat den Stil und das Forschungsklima in der reinen Mathematik in der zweiten Hälfte ganz wesentlich beeinflusst. Das Konzept der *Strukturmathematik*, also das sytematische Studium ganzer Klassen von Strukturen, wie etwa topologischer Räume, Gruppen, Moduln, Varietäten, topologischer Vektorräume, topologischer Gruppen und Lie-Gruppen. Die Mathematiker erkennen die „Strukturmathematik" an der Gegenwart der eben geschilderten Merkmale. Typischerweise ist die nach dem Norweger Marius Sophus Lie benannte Lie-Theorie eine Strukturtheorie, in welche die Teilstrukturtheorien der Analysis, Algebra, Topologie allesamt wesentlich eingehen und synthetisiert werden. In seinem Buch macht Aczel den Versuch, den Strukturbegriff Bourbakis in den weit größeren Rahmen des französischen *Strukturalismus* in der Philosophie (und Anthropologie) zu sehen, der dem *Existentialismus* nachfolgte. Als einer seiner prominentesten Vertreter gilt der Anthropologe Claude Levi-Strauss.

Rezeption von Bourbaki am Tübinger Mathematischen Institut

Wir haben gesehen, dass der Ursprung der Bourbaki-Bewegung in Frankreich wesentlich in den demographischen Folgen des ersten Weltkriegs zu suchen ist. Es ist recht bemerkenswert, dass dies in Deutschland nicht gleichermaßen der Fall gewesen sein kann. Wir wollen daraufhin den Lehrkörper des Mathematischen Instituts der Universität Tübingen etwa um 1950–1960 samt ihren genealogischen Herkunftsdaten[4] ins Auge fassen.

Erich Kamke	←	Landau, 1921	Göttingen
Hellmuth Kneser	←	Hilbert, 1921	Göttingen
Konrad Knopp	←	Schottky, 1907	Berlin
Helmut Wielandt	←	Schur, 1935	Berlin
Max Müller	←	Liebmann, 1925	Heidelberg
Günter Pickert	←	Hasse, 1938/9	Göttingen

Die Aufbaugeneration der Nachkriegszeit lehrte uns die Mathematik der ersten drei Jahrzehnte des 20. Jahrhunderts. In Tübingen sprach man von den großen „K“s: Kamke, Kneser, Knopp; als Konrad Knopp noch vor meinem Studienbeginn 1952 entpflichtet wurde, folgte ihm der Issai Schur-Schüler Helmut Wielandt. Der Edmund Landau-Schüler Erich Kamke kam aus dem Göttingen der 20er Jahre, und das Gleiche gilt für den David Hilbert-Schüler Hellmuth Kneser, während der Friedrich Schottky-Schüler Knopp ebenso wie Wielandt dem Berliner Kreis zuzurechnen ist. Wir Studenten der 50er Jahre profitierten, aus historischer Sicht gesehen, von der fantastischen Blüte der Mathematik in Deutschland im ersten Drittel des 20. Jahrhunderts auf dem Umweg über unsere Professorengeneration. Dazu zählte noch der aus der Heidelberger Schule kommende Max Müller. Die Flakhelfergeneration hatte ihre Mathematik erst recht bei der ehrwürdigen Generation gelernt. Uns wurde durch sie, die unsere Übungsassistenten waren, die Mathematik mit Landauscher Präzision eingetrichtert bis aufs letzte Epsilon und das genau dazugehörige Delta.

Erich Kamkes damals enzyklopädische Bücher über gewöhnliche Differentialgleichungen waren noch Jahrzehnte später auch in den USA bekannt. Auch Kamkes derzeit populäres Lehrbuch über Mengenlehre war in englischer Übersetzung in den USA wohl eingeführt. Bourbaki hat in seinen „Fonctions d’une variable reelle“ auf ein paar Dutzend Seiten einen kompletten Abriss der gewöhnlichen Differentialgleichungen der Funktionen einer reellen Variablen mit Werten in einem Banachraum dargestellt, der an Allgemeinheit und begrifflicher Klarheit alles weit hinter sich ließ, was in Kamkes Büchern zu finden war, der aber auf der anderen Seite den lexikalischen Reichtum an Beispielen in Kamkes Werk nicht ersetzen konnte. Kamke sperrte sich nicht gegen den Einfluss der Funktionalanalysis auf den Analysisunterricht, was man an seiner Darstellung des Beweises des Satzes vom Lokalen Inversen erkannte, den er im Gegensatz zu dem noch als Standardwerk geltenden Lehrbuch von Mangoldt und Knopp sehr wohl mit dem Banachschen Fixpunktsatz bewies, welchen er zu diesem Zweck bereitstellte. Kamke las auch eine Einführung in die Funktionalanalysis unter dem Titel „Lineare Räume“, die an Allgemeinheit freilich hinter dem Niveau von Bourbaki’s Espaces vectoriels topologiques weit zurückblieb. Obgleich Kamke ein auch international verbreitetes Lehrbuch zur naiven Mengenlehre verfasst hatte, nahm er von Bourbaki keine Notiz.

Erich Kamke

Helmut Wielandt war ein Ästhet erster Ordnung, ebenso in seinen Vorlesungen wie seinen Arbeiten. In beiden Feldern, auf denen er wissenschaftlich arbeitete, der Gruppentheorie und der Matrizentheorie, ist er durch zahlreiche wichtige Einzelbeiträge bekannt, wie man auch aus der zweibändigen Sammlung seiner Werke entnimmt,[5] von denen der erste Band zu den gruppentheoretischen Arbeiten von seinem Schüler Bertram Huppert besorgt wurde, der als Assistent neben wenigen anderen der Aufzählung des Tübinger Lehrkörpers in den 50er Jahren zuzurechnen ist. Die Gruppentheorie als Ganzes ist ein erstklassiges Beispiel von Strukturmathematik. Selbst in den kleinsten Arbeiten erweist sich Wielandt als Strukturdenker: so etwa in seinem vielzitierten Beweis, dass die Heisenbergsche Vertauschungsregel $pq - qp = 1$ in einer Banachalgebra nicht gelten kann, womit er auf einer halben Seite den Beweis erbrachte, dass die Operatoren der Quantenmechanik nicht alle beschränkt sein können. Jedoch hat er wohl Bourbaki kaum gelesen, was damit zusammenhängen mag, dass sich die ersten Bände im Buchhandel mit Topologie und Analysis befassten, Gebiete, die Wielandt ferner lagen. Wahrgenommen hat er Bourbaki wohl, und es war ihm auch bekannt, dass in der damaligen Studentengeneration die Bücher Bourbakis gelesen wurden. Gelegentlich veranlasste ihn dies, beim Nachwuchs nachzufragen,

[4] S. Harry Coonce, Mathematics Genealogy Project, http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu.
[5] Huppert, B., und H. Schneider, Hrsg.: Helmut Wielandt: Collected Works, 1, 2, Walter de Gruyter, Berlin.

Helmut Wielandt

ob dieses oder jenes auch bei Bourbaki stünde.

Hellmuth Kneser hatte – und man wird mit dieser Feststellung niemand zu nahe treten – unter allen seinen Kollegen innerhalb seines Faches und darüber hinaus den weitesten Horizont. Der Genesis der Topologie hatte er in den 20er Jahren des vorigen Jahrhunderts entscheidende Impulse gegeben; aber auch in anderen Bereichen der Mathematik, wie etwa der komplexen Analysis, kamen wichtige Anstösse von ihm. Diesen Befund kann man in einem Studium seiner gesammelten Werke nachvollziehen.[6] Insbesondere gibt es darin zahlreiche sachliche Indizien, dass er der klassischen, am Einzelproblem orientierten Mathematik ebenso wie der Strukturmathematik gleichermassen und bewusst nahestand.

Mündliche Prüfungen zum Staatsexamen fanden im Zeichensaal des mathematischen Instituts statt; vorne saßen zwei Prüfer; bei mir im Jahre 1957 waren das die Professoren Kneser und Wielandt, etwas im Hintergrund ein Beamter des Regierungspräsidums. Zum Thema Bourbaki am Institut in Tübingen gehört die folgende Episode:

> Kneser: „Definieren Sie das Integral!"
>
> Kandidat, von Bourbaki'scher Integraltheorie beschwingt: „Ist X ein kompakter Hausdorffraum, so ist der Raum $C(X, \mathbb{R})$ ein Banachraum mit Partialordnung, ein sogenannter Riessscher Raum. Ein positives lineares Funktional ist stetig und wird als *Integral* auf X bezeichnet."
>
> Kneser: „Sehr schön!" Steht auf, schreitet zur Tafel und schreibt mit seiner vorbildlich schönen Handschrift hin:
>
> $$\int_0^2 e^{-x^2}\,dx = ?$$
>
> „Nun berechnen sie dieses Integral – mit welcher Integraltheorie Sie auch immer wollen!"
>
> Kandidat denkt: Zack! Das hab' ich nun davon!

Es ist freilich dann, glaube ich, ganz gut weitergegangen, denn man konnte selbstverständlich mit Hellmuth Kneser jederzeit ein exzellentes Gespräch führen.

Schlimmer war es beim zweiten Prüfer:

> Wielandt: „Bei einer zweimal differenzierbaren Raumkurve spielen Krümmung und Torsion eine Rolle. Welche?"
>
> Kandidat: „Das sind die Frenetschen Formeln; man bekommt eine schiefsymmetrische Matrix."
>
> Wielandt: „Und warum ist das so?"
>
> Kandidat: „Das kommt beim Rechnen so heraus."
>
> Wielandt: „Stimmt! Aber das habe ich nicht gemeint. Sie haben sich doch mit Lie-Gruppen befasst. Da ergibt sich doch eine begriffliche Perspektive."
>
> Kandidat bleibt eine Antwort schuldig.
>
> Wielandt: Es handelt sich um eine infinitesimale Transformation der orthogonalen Gruppe in drei Dimensionen, und die Lie-Algebra der SO(3) ist in euklidischen Koordinaten die Lie-Algebra der schiefsymmetrischen Matrizen.

Da wurde mir ein Lehrstück in Strukturmathematik in meinem mündlichen Staatsexamen vorgeführt. Die einschlägige Grundvorlesung hatte ich bei Kamke gehört, bei dem rechnerich korrekt vorgegangen, aber auf gruppentheoretische Hintergründe nicht eingegangen worden war. Da war ich jetzt im Hintertreffen.

Knesers Kenntnis des Bourbakischen Unterrichtskonzepts geht unzweideutig hervor aus seinem Buch mit dem Titel „Die wissenschaftlichen Grundlagen der Schulmathematik".[7] Insbesondere die Grundlegung der Winkelfunktionen auf der Basis der Einparametergruppen ist von Bourbaki übernommen, bei dem die reellen Zahlen erst auftreten, nachdem Topologie und uniforme Räume in der ‚Topologie générale' sowie der Gruppenbegriff in der ‚Algèbre' abgehandelt worden sind.[8]

Wer aber führte uns heran an die damals neuesten Entwicklungen der Mathematik der 40er Jahre? Es konnte doch nicht wahr sein, dass das große Fortschreiten der Mathematik in der Welt um 1939 herum Halt gemacht hatte und dass es ausser der Mathematik des ersten Jahrhundertdrittels in der Mitte des Jahrhunderts nichts Neues gab! Die Ermutigung, sich als Studierende mit Bourbaki besonders zu befassen, kam von Günter Pickert. So formulierte ich es kürzlich[9] in Gießen in einem Festkolloquium anläßlich seines 90. Geburtstages am 23. Juni 2007. In zahlreichen Lehrveranstaltungen hatte er es verstanden, uns auf die Bedeu-

6 G. Betsch und K. H. Hofmann, Hrsg: Hellmuth Kneser: Collected papers; Walter De Gruyter, Berlin, 2005.
7 Dies war der Titel der Lehrveranstaltung und der von Fritz Nestle besorgten Vorlesungsausarbeitung, aus der das Buchmanuskript hervorgehen sollte. Der wirklich beabsichtigte Titel war gelehrter formuliert: „Der mathematische Schulstoff im Gefüge der mathematischen Wissenschaften", Werke, S. 617–800.
8 Loc.cit. p.703 ff.
9 6. Juli 2007.

tung des Bourbakischen Strukturkonzepts immer wieder hinzuweisen und uns darauf neugierig zu machen. Es ist im Hinblick auf dieses mathematikpädagogische Faktum begreiflich, dass sich Günter Pickert stets mit allergrößter Hochachtung über Hellmuth Kneser äußert. Die Neigung zur Strukturmathematik hat Pickert seinen Schülern vom ersten Semester an eingepflanzt, und Kneser hat sie behutsam gesteuert.[10]

Während wir Bourbaki-Leser unter den Studenten begierig in den erschienenen Bänden schmökerten und dabei bald belesener waren als unsere Lehrer, variierten die Reaktionen im Umfeld allerdings beträchtlich.

Bertram Huppert nahm einen der Bände in die Hand, überflog den Inhalt mit seiner fantastisch raschen Auffassungsgabe und kam schnell zu dem Schluss: „Steht ja nichts drin!“ und legte ihn aus der Hand, womit dann für ihn das Thema Bourbaki für Jahrzehnte seines reichen wissenschaftlichen Lebens erledigt war. Erst das Erscheinen der ‚Algèbre commutative‘ scheint ihn später etwas umgestimmt zu haben, nachdem er sich zuvor mit großer Kraft dem Studium und der Lehre der Ring- und Modultheorie zugewandt hatte. Es bedurfte freilich auch einer angelernten Kompetenz, mit den Büchern von Bourbaki umzugehen. Die Leser von Bourbaki lernten schnell, dass sie wichtige Detailinformationen in den „Exercises“, in den Übungsaufgaben, fanden.

Wie auch immer man den Mathematikunterricht in Tübingen im Jahrzehnt der 50er Jahre abschließend beurteilen mag, die Zeitzeugen werden sich jedenfalls darüber einig sein, dass die beachtliche Diversität der pädagogischen Grundphilosophien des Lehrangebots in der Mathematik den Tübinger Mathematikstudenten in jenen Jahren einen sehr weitreichenden Horizont vermittelt hatte, als sie ins mathematische Berufsleben traten. Dazu gehörte eben auch, dass viele sich daran erfreut hatten, den Grundkanon des mathematischen Wissens mit Bourbakischer Systematik zu überblicken.[11]

Die Rezeption von Bourbaki in den USA

Aus der Perspektive meines Tübinger Studiums in den 50er Jahren schien sich der Bourbaki-Stil am Reinsten in der Topologie zu manifestieren. Dort repräsentierte er am Deutlichsten die Moderne. Insbesondere war beispielsweise der auf Henri Cartan zurückgehende Begriff des *Filters* ideal geeignet, die Idee der Konvergenz sachgerecht zu formulieren. Die Umgebungen eines Punktes, die schon Felix Hausdorff zur Grundlegung der Topologie benutzt hatte, bilden in ihrer Gesamtheit einen Filter. Schon aus diesem Grund war es klar, dass eine Umgebung nicht selbst offen zu sein hatte. In Günter Pickerts Vorlesungen konnte man an verschiedenen Stellen den Begriff des Filters kennenlernen. Der Filterbegriff bewährte sich bei der Theorie der uniformen Struktur, bei den Cauchy-Filtern, bei der Vervollständigung uniformer Räume, wo die minimalen Cauchyfilter das ideale Instrument sind, beim Satz von Tychonoff, für dessen Beweis die maximalen Filter, also die Ultrafilter, wie geschaffen zu sein schienen.

Günter Pickert

Durch eine Vermittlung von Reinhold Baer kam ich im Jahre 1960 in die USA und erlebte in New Orleans eine radikal andere Welt – auch in der Mathematik besonders in der Topologie. Ein hoch entwickelter Zweig der Topologie hatte sich im Süden der USA herangebildet, vor allem an der University of Texas in Austin durch das Wirken von R. L. Moore;[12] bekannte offene Probleme der Topologie wurden in den 50er Jahren durch Vertreter dieser Schule gelöst.

Bourbaki schien unbekannt zu sein. In den darauffolgenden vier Jahrzehnten hatte ich an der sicher nicht unbedeutenden Tulane University in New Orleans um den Bestand an den Büchern Bourbakis stets zu kämpfen, was man nach der Zusammensetzung des Lehrkörpers an der Tulane University im Jahre 1960 nicht unbedingt erwarten würde.

A. H. Clifford	←	Eric Bell, 1933	Caltech
Paul F. Conrad	←	Reinhold Baer, 1951	U Illinois
Paul S. Mostert	←	M.Shanks, 1953	Purdue U
Frank D. Quigley	←	André Weil, 1953	U Chicago
Bruce Treybig	←	R. L. Moore, 1958	U Texas
A. D. Wallace	←	G. T. Whyburn, 1939	U Virginia
Fred B. Wright	←	I. Kaplansky, 1953	U Chicago
Gail S. Young	←	R. L. Moore, 1942	U Texas

Zur Mooreschule gehören darunter Treybig, Wallace, Young. Europäische Genealogien sind leicht erkennbar. Freilich war das pädagogische Grundkonzept der Moore-Topologen zu dem Bourbakischen diametral entgegengesetzt. Nach Moore sollten seine Studenten die Topologie Schritt für Schritt für sich selbst entdecken; er verbot ihnen, Lehrbücher zu lesen;

[10] Hofmann, K. H., und G. Betsch: Hellmuth Kneser: Persönlichkeit, Werk und Wirkung, Preprint Nr. 2009 TU Darmstadt, November 1998, i + 39 pp.

[11] Ich verdanke Gerhard Betsch folgenden Hinweis: Dass die Rezeption von Bourbaki an anderen Instituten in der Dekade 1950–60 ganz ähnlich war, bezeugt für Münster die folgende Quelle: Henri Cartan, Nicolas Bourbaki und die heutige Mathematik, Arbeitsgemeinschaft für Forschung des Landes Nordrhein-Westfalen, 76. Sitzung am 8. Januar 1958 in Düsseldorf, in: Heft 76, Köln und Opladen 1959, 27 S.

[12] Die Initialen stehen für „Robert Lee“.

  

A. H. Clifford, Paul S. Mostert und A. D. Wallace (v. l. n. r.)

untereinander durften sie die zu behandelnden Gegenstände nicht diskutieren. Konträr dazu propagiert Bourbaki das Verständnis eines weiten Horizontes von Strukturen, die in großer Allgemeinheit und mit ihren gegenseitigen Verknüpfungen verstanden werden sollen. Die Vertreter der Moore-Schule beeinflussten die Topologie weltweit durch ihre kraftvollen Beiträge.[13] Die Moore-Schüler Edwin E. Moise und R H Bing[14] beipielsweise haben die Triangulierbarkeit der 3-Mannigfaltigkeiten bewiesen und Moise hat die Knesersche Hauptvermutung für 3-Mannigfaltigkeiten gesichert und damit in den 50er Jahren wichtige Projekte zum Abschluss gebracht, die Hellmuth Kneser in den 20er Jahren angestossen hatte.[15]

Will man Bourbakis Topologie mit der in der Mitte des letzten Jahrhunderts in den USA kultivierten Topologie vergleichen, so eignet sich hierzu besonders das Buch von John L. Kelley, General Topology. Verfasst wurde es in den 50er Jahren, zum Teil an der Tulane University, wo Kelley Aufnahme fand, als er an der Universität von Kalifornien den in der McCarthy-Ära verlangten „Loyalty Oath" verweigerte. Bis heute ist im amerikanischen Unterricht der Begriff des Filters unbekannt. Konvergenztheorie in großen topologischen Räumen wird mit Moore-Smith Folgen oder Netzen betrieben. (Eliakim Hastings Moore, 1862–1932.)[16]

Uniforme Räume können nicht ganz ignoriert werden, aber die Topologen vermeiden sie. Auf der Ebene der allgemeinen Topologie stossen zwei pädagogische und epistomologische Philosophien aufeinander: Amerika und Frankreich (im übrigen unter Umgehung der sehr prominenten russischen und polnischen Topologie). Noch in den ersten Jahrzehnten des 20. Jahrhunderts kamen die amerikanischen Mathematiker zum Studium nach Berlin oder Göttingen. Als Wissenschaftssprache war die deutsche Sprache führend in der Welt und akzeptiert. Der durch Bourbaki eingeleitete Aufschwung der Mathematik in Frankreich hat die inzwischen eingesetzte Dominanz des Englischen nicht mehr brechen können.

Durch die Tradition der Erlernung von Fremdsprachen auf sekundären Stufen und durch unsere akademischen Lehrer, in Tübingen vor allem durch Günter Pickert und durch seine Kompetenz in der französischen Sprache, haben Tübinger Studenten der 50er Jahre die Bedeutung des Französischen für unser Studium der Mathematik erkannt. Das Interesse der amerikanischen Studenten an Fremdsprachen ist eher dürftig, und es gab in der zweiten Hälfte des letzten Jahrhunderts keine Tradition, die eine Liebe zu Fremdsprachen im Studium der Mathematik vermittelt hätte. Zur Ehrenrettung der amerikanischen Graduierten- und Doktoratsprogramme sei freilich erläutert, dass sie in den 60er Jahren als Prüfungsfach bei den Doktorprüfungen Sprachprüfungen verlangten. Im Falle der Tulane University handelte es sich um deren zwei, davon wurde eine schriftlich bei den Spracheninstituten abgelegt und eine mündlich im Mathematics Department durch Übersetzung einer Passage mathematischer Literatur von einer gängigen Fremdspa-

[13] Siehe John Parker: R. L. Moore – Mathematician and Teacher, Math. Assoc. of Amer., 2005, xiv+387 pp., and D. Reginald Traylor: Creative Teaching: Heritage of R. L. Moore, University of Houston, 1972, iv + 469 S.
[14] Die ungepunkteten Initialen stehen für nichts als RH.
[15] S. Collected Papers, S. 840 ff.
[16] E. H. Moore and H. L. Smith, A general theory of limits, Amer. J. Math. 44 (1922), 102–121.

che ins Englische; die zulässigen Sprachen waren Deutsch, Französisch, Russisch. Muttersprachen wurden ohne Prüfung anerkannt; in New Orleans wurde häufig ein Antrag auf Zulassung des Spanischen als Muttersprache gestellt.

Die New Math-Bewegung hat in den USA nicht weniger Aufmerksamkeit auf sich gelenkt als ihr Gegenstück in Europa. Aber sie wurde nicht von der Bourbaki-Bewegung gesteuert. Auf der Ebene der universitären Mathematikbildung in den USA ist Bourbaki niemals direkt präsent gewesen – es sei denn durch die Vermittlung von Lehrern die aus Europa importiert wurden. Davon gab es in den frühen 60er Jahren etliche, denn noch war die Expansion der deutschen Universitäten in den späten 60er Jahren nicht angelaufen und der akademische Stellenmarkt in Deutschland war demnach Anfang der 60er Jahre eng. Ganz im Gegensatz dazu hatte die US-Wissenschaftspolitik nach dem Sputnik-Schock und dem charismatischen Aufruf des Präsidenten Kennedy das Jahrzehnt der 60er Jahre zu einer beispiellosen Aufbauperiode der Wissenschaft gemacht. Zu einer spürbaren Akzeptanz der Bourbaki-Bewegung ist es dabei dennoch nicht gekommen.

Dies mag ja vielleicht erstaunen, weil André Weil, einer der wesentlichen Motoren der ursprünglichen Bourbaki-Reformbewegung, nach dem Zweiten Weltkrieg an der University of Chicago und danach am Institute for Advanced Study in Princeton wirkte und zu den Bourbaki-Treffen nach Frankreich reiste. Zu den Bourbakisten gehörte auch Armand Borel, der von 1957 bis 1983 Professor am Institute for Advanced Study war.[17]

Missverständnisse

Während die Bourbakigruppe die Mathematik-Pädagogik auf dem universitären Niveau reformieren wollte, ist dieses Ziel nur in sehr beschränktem Umfang erreicht worden; ich versuchte darzustellen, dass die Auswirkungen auf den Stil mathematischer Forschung in der zweiten Hälfte des letzten Jahrhunderts beträchtlich waren. Es wäre ein Missverständnis, der Gruppe zu unterstellen, sie strebten eine Neubegründung der Mathematik an.

Das wirklich große Missverständnis indessen setzte ein, als der Versuch unternommen wurde, wesentliche Elemente der Bourbakischen Propädeutik auf die Mathematik des gymnasialen Unterrichts zu übertragen. Das Schlagwort hierzu ist die „neue Mathematik“

Es mag hier genügen zu erwähnen, dass diese Idee wohl auf Dieudonné zurückgeht. Als pädagogisches Experiment hat sich dieser Versuch nicht durchgesetzt. Damit genug hiervon!

Wo sind die Defekte des Bourbaki-Konzepts?

(1) Der erste und oft kritisierte Defekt liegt erstaunlicherweise bei den Grundlagen selbst: Bei der Mengentheorie. Wahrscheinlich gehört die «Théorie d'ensembles» zu den am wenigsten gelesenen Bücher Bourbakis. Die Entwicklungen in der mathematischen Logik seit Bernays–Hilbert wurden einfach ignoriert; von Gödel, Gentzen, Tarski, Quine ist nirgends die Rede. Wenn man einen knappen, aber instruktiven Abriss von ZFC zum Zwecke der allgemeinen Topologie lesen will, dann nehme man den Anhang von Kelleys Buch.

(2) Da nun Bourbaki als der große Exponent der Theorie der mathematischen Strukturen gilt, ist es sicherlich erstaunlich, dass die Theorie der Kategorien (S. Eilenberg und S. MacLane, 1946) von Bourbaki als die Mutter aller Strukturtheorien geradezu demonstrativ ignoriert wurde. In der kommutativen Algebra ließ sich dies kaum mehr durchhalten, und der Zwist zwischen Grothendieck und Bourbaki hat wohl nicht zuletzt in dieser Weigerung eine seiner Wurzeln. Diese abweisende Einstellung ist um so erstaunlicher, als Eilenberg als einer der wenigen Nichtfranzosen der frühen Bourbakigruppe angehörte und dass der französische Begründer der Kategorientheorie, Charles Ehresmann, zu gewissen Zeiten Bourbaki nahegestanden ist. Aus meiner Sicht ist dieses Versagen von Bourbaki gravierend.

(3) Die Bourbakische Maßtheorie ist geradeswegs auf die Existenz und Eindeutigkeit des Haarschen Maßes auf topologischen Gruppen ausgerichtet und damit auf die Anwendungen in der harmonischen Analysis und der Darstellungstheorie von lokal kompakten Gruppen und insbesondere Liegruppen. Vermutlich wurde diese Strategie von André Weil beeinflusst; schrieb er doch die erste Monographie zum Thema unter dem Titel «L'intégration dans les groupes topologiques et leurs représentations» (1938). Das ist alles sehr gründlich und elegant abgewickelt. Weil selbst wies nach, dass die Theorie invarianter Maße auf topologischen Gruppen nicht sehr weit über die lokal kompakten Gruppen hinausführen kann: Eine topologische Gruppe mit einem linksinvarianten Maß ist lokal präkompakt, hat also eine lokal kompakte Vervollständigung.

[17] Armand Borel, 25 Years with Nicolas Bourbaki (1949–1973), Notices of the Amer. Math. Soc. March 1998, 373–380.

Aber das Funktionieren einer topologiefreien Maßtheorie ist außerhalb des Bourbakikreises strittig: es gibt eine Maßtheorie ohne Topologie. Des Weiteren sind nicht alle topologischen Räume in der Welt lokal kompakt. Für Bourbaki bedeutet dies, dass nach getaner Arbeit, also dem Kapitel 8 mit dem Haarschen Maß, eine Aufholjagd mit nachgeschobenen Kapitel über «Mesures dans les espaces topologiques séparés» einsetzte um wenigstens die Brownsche Bewegung und Gaußsche Prozesse noch erfassen zu können.

Die Wahrscheinlichkeitstheoretiker im Gefolge von Andrei Kolmogoroff und Maßtheoretiker beginnend mit Paul Halmos haben sich mit der Bourbakischen Maßtheorie nie versöhnt; für die Zwecke der harmonischen Analyse bleibt sie eine vorzügliche und genaue Quelle. So steht auch ein wichtiges Tübinger Werk im Umfeld der Maßtheorie ganz im Geiste Bourbakischer Strukturmathematik und Maßtheorie, nämlich der bedeutende Ergebnisbericht über "Probability Measures on Locally Compact Groups" von Herbert Heyer.[18]

(4) In seiner reellen Analysis benützt Bourbaki die Klasse der «fonctions réglées», auf deutsch „Regelfunktionen" genannt, die die Einführung des Riemannschen Integrals in tragfähiger Weise als Umkehroperation der Differentiation erlaubt. Es handelt sich um den gleichmäßigen Abschluss der Menge der endlichen Stufenfunktionen. Eine sehr allgemeine Akzeptanz scheint diese Funktionenklasse nicht gefunden zu haben, außer vielleicht in der geometrischen Kontrolltheorie und in einigen Analysislehrbüchern.[19] Das ist schade, denn sie ist eine natürliche und brauchbare Funktionenklasse, die Begriffsbildung ist im Sinne von Bourbaki ganz konsistent.

(5) Die Geometrie hat keinen eigenen Stellenwert bei Bourbaki. Das ist konträr zur Tübinger Pädagogik im Hinblick auf das blaue und gelbe Buch von Günter Pickert.[20] Die Nachwirkung Pickertscher Pädagogik werden besonders sichtbar in der von seinem Schüler Helmut Salzmann begründeten, weitverzweigte Schule und deren mit Ausdauer und Erfolg durchgeführten Programm, die kompakten projektiven Ebenen zu klassifizieren.[21] Hier bilden die Geometrie, die Topologie (in allen ihren strukturtheoretischen Ausprägungen), sowie die Theorie der topologischen Gruppen und Lie-Gruppen eine Synthese: Das Salzmannsche Programm ist geradezu ein Paradigma einer mathematischen Strukturtheorie. An dieser Stelle brauche ich nicht daran zu erinnern, dass durch Salzmann dieses Programm von Tübingen ausging.

Zusammenfassung

Nachdem nun manches Kritische über Bourbaki, sein Programm und dessen Durchführung sowie seine Rezeption in Tübingen und im Süden der USA gesagt wurde, möchte ich mich auch deutlich zu meiner Meinung bekennen: Die «Éléments de mathématique» sind eines der elegantesten und ästhetisch überzeugendsten Mathematiklehrbücher der 2. Hälfte des letzten Jahrhunderts. Dieses Werk hat das Stilbewusstsein der Mathematiker im 20. Jahrhundert eindeutig geprägt. Der Wert des Werkes wirkt weiterhin fort in seinem Charakter als Nachschlagewerk. Ich selbst finde Bourbaki ausserordentlich hilfreich etwa im Bereich der mich heute interessierenden Gebiete, wo etwa die neun Kapitel der hauptsächlich von Armand Borel verfassten «Groupes et algèbres de Lie» eine wahre Fundgrube sind. Der Stil der Mathematik in der zweiten Jahrhunderthälfte ist von Bourbaki weit über die Grenzen Frankreichs hinaus beeinflusst worden, obschon seine Rezeption nicht in allen Teilen des Planeten gleich lebendig ist wie etwa in Kontinentaleuropa. Für mehrere Generationen von Mathematikern hatte Bourbaki eine Vorbildfunktion. Ich selbst zähle mich mit zu den Generationen, denen Bourbaki als Stil und Philosophie vermittelt worden ist. Wir danken es großartigen Lehrern wie Hellmuth Kneser und Günther Pickert, uns durch ihre Vision von Mathematik, durch ihre Publikationen, ihre Bücher und durch ihre Lehre in Tübingen vorbildhaft einen Weg gewiesen zu haben.

Adresse des Autors
Prof. Dr. Karl Heinrich Hofmann
Fachbereich Mathematik
Technische Universität Darmstadt
Schlossgartenstraße 7
64289 Darmstadt
hofmann@mathematik.tu-darmstadt.de

(Zeichnungen: K. H. Hofmann)

[18] Springer-Verlag Berlin usw., 1977, x + 531 S.
[19] Z. B. Amann, H., und J. Escher, Analysis II, Birkhäuser 1999.
[20] Analytische Geometrie, Leipzig, 1953, 397 S.; Projektive Ebenen, Springer-Verlag, Berlin usw., 1955, viii + 343 S.
[21] H. Salzmann, D. Betten, T. Grundhöfer, H. Hähl, R. Löwen, M. Stroppel, Compact Projektive Planes, Walter de Gruyter, Berlin, 1995, xiii + 688 S.