

Rätsel rund um das Schachbrett

Das Schachbrett und die Schachfiguren mit ihren jeweils typischen Fortbewegungsarten sind immer wieder eine Inspirationsquelle für spannende mathemathikhaltige Rätsel und Knobeleyen. Wir haben einige für Sie zusammengestellt. Es geht dabei nicht nur um „normale“ Schachbretter, sondern um Schachbretter in einem verallgemeinerten Sinn, bei denen die Felder zwar auch regelmäßig schwarz und weiß gefärbt sind, aber nicht unbedingt im üblichen abwechselnden Schachbrettmuster. Auch gibt es für diese Knobeleyen manchmal viel mehr Figuren als normalerweise beim Schachspiel üblich, im ersten Rätsel zum Beispiel ganze 33 Türme!

Gönnen Sie sich Muße, viel Papier und einige Farbstifte und dann: viel Spaß beim Knacken der „harten Nüsse“!

1

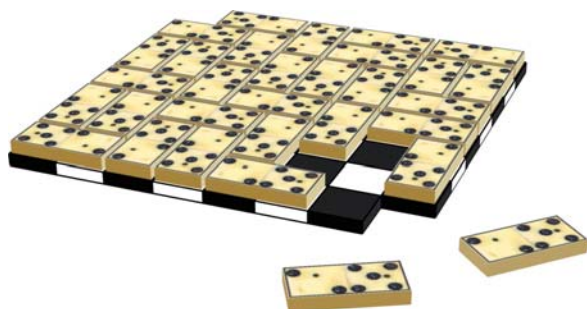
Insgesamt 33 Türme werden in beliebiger Weise auf die Felder eines Schachbretts gestellt.

Wahr oder falsch? Egal, wie die Türme stehen, man kann immer fünf Türme finden, die sich nicht gegenseitig angreifen.

2

Zersägen Sie Ihr Schachbrett! Entfernen Sie zwei Felder und versuchen Sie dann, das verkleinerte Schachbrett mit Dominosteinen auszulegen. Die Dominosteine müssen so groß sein, dass sie exakt zwei Schachfelder abdecken. Probieren Sie mehrere Varianten aus (vielleicht doch besser nur gedanklich ...).

Welche Bedingungen muss man an die beiden herausgesägten Felder stellen, damit man das verkleinerte Schachbrett lückenlos mit Dominosteinen auslegen kann?



(Visualisierung: Franz Gruber, aus Bilder der Mathematik, vgl. S. 138)

3

Wir erfinden einen neuen Springer: Ein (n, m) -Springer sei eine Figur, die in einem Zug vom aktuellen Standfeld n Felder horizontal oder vertikal und noch m Felder in eine dazu senkrechte Richtung zieht. Dabei seien n und m nichtnegative ganze Zahlen und $n + m > 0$. Jetzt nehmen wir auch noch ein unendlich großes Schachbrett dazu und erlauben uns, die Felder nach eigenen Regeln schwarz und weiß zu färben.

Und jetzt die Aufgabe: Beweisen Sie, dass die Felder dieses unendlichen Schachbretts in einer Weise schwarz und weiß gefärbt werden können, so dass sich für einen (n, m) -Springer mit jedem beliebigen Zug die Farbe des Standfeldes ändert.

4

Angenommen, wir können zwei beliebige Spalten oder zwei beliebige Zeilen eines Schachbretts gegeneinander austauschen.

Kann man durch eine Serie dieser Austauschvorgänge zu einem Brett gelangen, dessen linke Hälfte schwarz und dessen rechte Hälfte weiß ist?

5

Dieses Mal betrachten wir ein 10 mal 10 Felder großes Schachbrett. Wir belegen es aber nicht mit Dominosteinen, sondern mit größeren Platten, die vier nebeneinanderliegende Felder abdecken (4×1 -Platten).

Ist es möglich, 25 solcher 4×1 -Platten überschneidungsfrei auf dem Brett unterzubringen?

Vielen Dank an Christian Hesse (vgl. Seite 156)