

Das Klein-Projekt

Eine Aktualisierung der *Mathematik vom höheren Standpunkt aus*

Hans-Georg Weigand

Im Jahr 2008 jährte sich der Gründungstag der IMUK (Internationale Mathematische Unterrichtskommission) oder ICMI (International Commission on Mathematical Instruction) zum 100. Mal. Der erste Präsident dieser Kommission war Felix Klein. Anlässlich dieses Ereignisses haben IMU (International Mathematics Union) und ICMI ein Projekt angeregt, das die Intention Felix Kleins wiederbeleben soll, mit der er 1908 die *Elementarmathematik vom höheren Standpunkt aus* (Band I) geschrieben hat. Das Ziel dieses dreibändigen Werkes war es, Mathematiklehrerinnen und -lehrern die Breite der damaligen mathematischen Forschung aufzuzeigen, ihnen Hintergrundwissen über den üblichen Lehrplan hinaus zu vermitteln und die Beziehung zwischen dem Mathematikunterricht der Sekundarstufen und der Forschung zu stärken. Dieses Werk ist national und international zur klassischen Referenz geworden, allein schon sein Titel wurde zum Programm.

Felix Klein (1849–1925) studierte in Bonn u.a. bei Rudolf Lipschitz und Julius Plücker, promovierte und habilitierte sich in Göttingen. 1872 erhielt er einen Ruf an die Universität Erlangen und entwickelte dort das *Erlanger Programm* (1872), in dem er eine Systematisierung der damals bekannten Geometrien vorschlug. 1880 erhielt er einen Ruf auf eine Professur für Geometrie an die Universität Leipzig und 1886 nach Göttingen. Dort blieb er bis zu seinem Tode.

Felix Klein hat der Lehre an der Universität stets eine große und wichtige Bedeutung beigemessen. Er setzte sich vehement für eine Modernisierung des Unterrichts durch eine stärkere Betonung von Mathematik und Naturwissenschaften ein, die schließlich in den Meraner Beschlüssen (1905) ihren Niederschlag fand. Darin wurden eine Orientierung des Mathematikunterrichts am Funktionsbegriff, eine verstärkte Einbeziehung der Raumgeometrie und die Einführung der Analysis in den Mathematikunterricht gefordert. Im Jahre 1908 wurde der *Deutsche Ausschub für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht* (DAMNU) gegründet. Felix Klein übernahm den Vorsitz des Ausschusses für die Lehrerbildung. Im selben Jahr wurde die *Internationale Mathematische Unterrichtskommission* (IMUK) gegründet, deren Vorsitz ebenfalls Klein übernahm und bis 1916 innehatte.

1908 erschien der erste Band der *Elementarmathematik vom höheren Standpunkt aus*. Im Vorwort wendet sich Felix Klein an das „mathematische Publikum und ganz besonders an die Lehrer der Mathematik an unseren hö-

heren Schulen“. Nachdem er sich zuvor – auch in den Meraner Beschlüssen – auf die Ziele des Unterrichts und dessen Organisation konzentriert hatte, standen nun die Inhalte oder der „Unterrichtsstoff“ im Vordergrund. Sein Ziel war es,

Inhalt und Grundlegung der im Unterricht zu behandelnden Gebiete, unter Bezugnahme auf den tatsächlichen Unterrichtsbertrieb, vom Standpunkte der heutigen Wissenschaft in möglichst einfacher und anregender Weise überzeugen darzulegen. (Vorwort I. Auflage)

Die Lehrerbildung ist eine fortwährende und stets neu zu definierende Aufgabe, bei der die Probleme – in ähnlicher Weise wie in der Schule – in gleicher oder ähnlicher Weise immer wieder auftreten. So prangerte Felix Klein vor fast 100 Jahren die „doppelte Diskontinuität“ in der Lehramtsausbildung an:

Der junge Student sieht sich am Beginn seines Studiums vor Probleme gestellt, an denen ihn nichts mehr an das erinnert, womit er sich bisher beschäftigt hat, und

natürlich vergißt er daher alle diese Dinge rasch und gründlich. Tritt er aber nach Absolvierung des Studiums ins Lehramt über, so muß er eben dies herkömmliche Elementarmathematik schulmäßig unterrichten, und da er dies Aufgabe kaum selbständig mit seiner Hochschulmathematik in Zusammenhang bringen kann, so nimmt er bald die alte Unterrichtstradition auf, und das Hochschulstudium bleibt ihm nur eine mehr oder minder angenehme Erinnerung, die auf seinen Unterricht keinen Einfluss hat. (1908, Einleitung zur I. Auflage der *Elementarmathematik vom höheren Standpunkt*, Bd. I)

Dagegen möchte Felix Klein mit seiner *Elementarmathematik* angehen. Der I. Band umfasst die Gebiete Arithmetik, Algebra und Analysis. Darin bringt Klein die in der Schule oft intuitiv benutzten Begriffe und Rechenoperationen mit den damals – zu Beginn des 20. Jahrhunderts – neuen Erkenntnissen aus der mathematischen Forschung



über die Grundlagen der Mathematik in Zusammenhang. Dabei geht er auch auf die damaligen „neuen Technologien“ ein, etwa die mechanische Rechenmaschine. Und er schreibt:

Vor allem sollte natürlich jeder Lehrer der Mathematik mit ihr (der Rechenmaschine, d. Verf.) vertraut sein, und es müßte sich gewiß auch ermöglichen lassen, daß jedem Primaner unserer höheren Lehranstalten einmal eine solche Rechenmaschine vorgeführt wird! (S. 24)

Heute kann man „Rechenmaschine“ durch „Computer“ und „vorgeführt wird“ durch „selbst damit arbeiten“ ersetzen.

Weiterhin ist das Buch dadurch gekennzeichnet, dass es immer wieder die Beziehung zwischen Arithmetik, Algebra und Analysis mit der Geometrie oder der geometrischen Anschauung aufzeigt, dass häufig auf Probleme der Entwicklungsgeschichte der Mathematik eingegangen wird und dass Inhalte immer wieder im Zusammenhang mit aktuellen Entwicklungen gesehen und erläutert werden.

In gleicher Weise sollen im Rahmen des Klein-Projektes von IMU und ICMI diese Ziele für die gegenwärtige Mathematik und den heutigen Mathematikunterricht aufgegriffen und in Buchform für Lehrende dargestellt werden.

In der Einleitung zum 2. Band mit dem Titel *Geometrie* spricht sich Felix Klein nochmals deutlich für eine „Fusion der Arithmetik und Geometrie“ (S. 2) aus, und er hebt insbesondere hervor:

(...) will ich jetzt die Raumschauung (...) von vornherein durch analytische Formeln begleiten, welche in höchstem Maße die präzise Formulierung geometrischer Tatsachen erleichtern. (S. 3)

Das Buch greift dann die Ideen auf, die bereits 1872 in dem *Erlanger Programm* aufgezeigt worden waren: das Ordnen von Geometrien durch Transformationen, die für Klein „nichts als eine Verallgemeinerung des einfachen Funktionsbegriffes“ darstellen, „den unsere modernen Reformtendenzen durchaus in den Mittelpunkt des mathematischen Unterrichts stellen wollen“ (S. 74). Der 3. Band ist der *Präzisions- und Approximationsmathematik* gewidmet. Inhalte sind Funktionen einer und zweier Veränderlicher und ebene Kurven in der Geometrie.

Das von der IMU und der ICMI angeregte *Klein-Projekt* strebt die Herausgabe eines Werkes an, das in moderner und aktueller Form die Ideen von Felix Klein aufgreift und für Lehrende verständlich dargestellt. Hierfür hat sich ein internationales Projekt-Team gebildet, das sich zur Aufgabe macht, mathematische Forschung und deren Anwendungen so darzustellen, dass angehende und praktizierende Lehrerinnen und Lehrer dazu angeregt werden, Schülerinnen und Schülern in ihrem Unterricht ein aktuelles und zeitgemäßes Bild der Mathematik zu vermitteln. Dabei sollen vor allem Beziehungen zwischen verschiedenen

Zweigen und Gebieten der Mathematik aufgezeigt werden. Das Ziel des Projekts ist ein ca. 300 Seiten starkes Buch mit begleitenden Internet- und DVD-Materialien. Das Projekt soll etwa vier Jahre dauern.

Das Projekt-Team bittet all diejenigen um Unterstützung, die in der Mathematik und in der Mathematikdidaktik arbeiten und an der Umsetzung aktueller mathematischer Forschungen und deren Anwendungen im Mathematikunterricht interessiert sind. Die Autoren der einzelnen Kapitel sollen – natürlich – Experten in ihren Bereichen sein, die eine Affinität zur Darstellung ihres Faches für eine interessierte Öffentlichkeit haben. Hierzu wird sich das Projekt-Team an geeignete Autorinnen und Autoren wenden. Es wird eine Reihe von „Klein-Treffen“ an verschiedenen Orten der Welt geben, bei denen Buchbeiträge diskutiert, ergänzt und erweitert werden sollen.

Bei einem ersten Treffen des Projekt-Teams wurde bereits ein Vorschlag für eine Gliederung des Buches diskutiert (auch hierzu sind Anregungen und Vorschläge willkommen). Eine entsprechende Internetseite des Klein-Projekts wird gerade eingerichtet.

Einleitung
Gebietsspezifische Themen
Arithmetik
Logik
Algebra und Strukturen
Geometrie
Funktionen und Analysis
Diskrete und Algorithmische Mathematik
Numerische Mathematik
Wahrscheinlichkeit und Statistik
Allgemeine Themen
Beziehung zwischen mathematischen Gebieten
Mathematik als eine lebendige Wissenschaft in unserer Gesellschaft
Wie Mathematiker arbeiten

Die Leitung des Projekts hat Bill Barton aus Neuseeland übernommen. Weitere Mitglieder der Arbeitsgruppe sind: Michèle Artigue (Frankreich), Ferdinando Arzarello (Italien), Graeme Cohen (Australien), William McCallum (USA), Tomas Recio (Spanien), Christiane Rousseau (Kanada), Hans-Georg Weigand (Deutschland).

All diejenigen, die sich für das Klein-Projekt interessieren und über den aktuellen Stand und weitere Entwicklungen informiert werden möchten, evtl. auch Kapitelentwürfe zur kritischen Durchsicht zugesandt bekommen möchten, wenden sich bitte an:

Prof. Bill Barton
Department of Mathematics
University of Auckland (New Zealand)
b.barton@auckland.ac.nz

Prof. Dr. Hans-Georg Weigand, Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik, Universität Würzburg, Am Hubland, 97074 Würzburg
weigand@mathematik.uni-wuerzburg.de

