# „Da fühle ich mich manchmal schon wie eine Art Ingenieur“

## Martin Hairer im Interview

Andreas Loos

*Martin Hairer*
*(Foto: The Royal Society)*

*Martin Hairers Vater Ernst arbeitet seit fast vier Jahrzehnten an der Universität Genf – er ist einer der weltweit führenden Experten für die Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen. Offenbar hat er es geschafft, auch bei seinem Sohn ein Interesse für Differentialgleichungen zu wecken; Martin mixt es mit Neugierde für Wahrscheinlichkeitstheorie und Physik.*
*So schrieb er 2001 seine Doktorarbeit an der Universität von Genf über das* Comportement Asymptotique d'Equations à Dérivées Partielles Stochastiques. *Die Verteidigung fand am Département de Physique Théorique statt, obwohl die 130 Seiten der Arbeit eigentlich ausschließlich reine Mathematik enthalten – schließlich geht es um die Lösung gewisser stochastischer partieller Differentialgleichungen (SPDEs).*
*13 Jahre später erhielt Martin Hairer eine Fields-Medaille, als einer der innovativsten und kreativsten Erforschern von SPDEs – und als einer der produktivsten: Die Veröffentlichungsliste des 39-Jährigen umfasst schon jetzt etwa 70 Arbeiten. Neben der Fields-Medaille wurde er unter anderem 2008 mit dem Whitehead-Prize der London Mathematical Society (LMS) ausgezeichnet, und 2013 mit dem Fermat Prize. Seit 2014 ist Martin Hairer auch Fellow der Royal Society. Er lehrt heute auf einer vom britischen Königshaus gestifteten („Regius“) Professur für Mathematik an der Universität von Warwick.*

*Bei Wikipedia steht, Sie seien ein österreichischer Mathematiker.*

Tatsächlich bin ich in Genf geboren, mehr oder minder durch Zufall. Meine Eltern sind danach aber sofort nach Österreich zurückgezogen. Als ich fünf war, gingen wir nach Heidelberg und dann nach Genf, als ich acht war – mein Vater hatte dort eine Professur bekommen.

*Ist Ihre Mutter auch Mathematikerin?*

Nein, sie war Volksschullehrerin, hat aber den Beruf aufgegeben, als sie Kinder bekommen hat – ich habe noch einen Bruder und eine Schwester. Später hat sie dann unter anderem eine Ludothek geleitet.

*Ludothek, Mathematik – wurde in der Familie Hairer beim Abendbrot viel über mathematische Knobeleien und Differentialgleichungen geredet?*

Eigentlich nicht, nein. Mein Vater hat natürlich immer gern auf meine Fragen geantwortet. Aber er hat nie sehr versucht, mich in die Mathematik hineinzuschieben.

*Hätte es für Sie denn andere Optionen gegeben als die Mathematik?*

Ich habe ja in Physik promoviert – auch wenn das eigentlich schon sehr mathematisch war, ein Experiment war jedenfalls nicht dabei. Ich habe auch ziemlich viel programmiert. Schon im Gymnasium habe ich am *Schweizer Jugend forscht* teilgenommen. Das Ziel war, eine Software zu entwickeln, die Musik aufnimmt und die Noten ausspuckt. Das hat aber nie wirklich funktioniert, das war irgendwie viel zu schwierig. Also habe ich die Software als Soundeditor weiterentwickelt, unter dem Namen *Amadeus*. In den letzten Jahren hatte ich natürlich nicht viel Zeit, daran herumzuspielen. Ich entwickle das Programm nur noch minimal weiter, damit es auf den neuesten Betriebssystemen läuft.

*Sie haben sich dann aber mit mathematischer Physik beschäftigt. Was bedeutet das für Ihre mathematische Arbeit?*

Die Physik ist eine gute Quelle von Problemen. Ich finde, ein Physiker-Hintergrund hilft in der Mathematik sehr – man baut da eine gute Intuition auf, das gibt eine andere Perspektive. Der Blickwinkel ist nicht so technisch. In der Mathematik habe ich – ohne generalisieren zu wollen – manchmal den Eindruck, dass Leute eher an gewissen Werkzeugen hängen und dann Probleme suchen, die dazu passen. In der Physik geht es oft andersherum: Du willst gewisse Probleme lösen und suchst dir dann die Werkzeuge, die zu diesem Problem passen.

*Ihre Veröffentlichungsliste ist sehr lang, und sie enthält große Arbeiten, die Sie ganz allein verfasst haben, etwa* Solving the KPZ equation, *ein viel gelobtes Paper in den Annals über ein neues Konzept zur Lösung der Kardar–Parisi–Zhang-Gleichung, einer wichtigen nichtlinearen SPDE. Darin wird die Theorie der „rauen Pfade (rough paths)“ benutzt, die in den 1990er Jahren entwickelt wurde, zur Lösung von Differentialgleichungen, die von Zufallsprozessen bestimmt werden. Ist das ein roter Faden in Ihrem Werk?*

Ich würde sagen, es gibt drei rote Fäden. Während meiner Promovierung und in der Zeit danach habe ich ziemlich viel über Ergodizitätsprobleme nachgedacht, vor al-

DOI 10.1515/dmvm-2014-0084

lem für SPDEs. Das Standardbeispiel ist: Man nimmt eine Tasse Kaffee, gießt Milch hinein und rührt um. Nach einer Weile hat das System seine Anfangsbedingungen vergessen. Man hat also ein unendlich-dimensionales stochastisches System und fragt nach den Bedingungen an das Rauschen, das man hineingibt, damit das System sein Gedächtnis der Anfangsbedingungen verliert.

Wir haben das mit den zweidimensionalen Navier-Stokes-Gleichungen untersucht, und uns angesehen, welche die richtigen mathematischen Bedingungen an die externe Kraft sind, um „Kaffee und Milch" effizient zu durchmischen. Es gab damals eine gute Methodologie in endlichdimensionalen Systemen, also mit nur endlich vielen Freiheitsgraden, aber diese Methodologie funktioniert im Unendlichdimensionalen überhaupt nicht. Es gab nur Ergebnisse für den Fall, dass man statt Wasser sozusagen so etwas wie Honig nimmt, also etwas mit starker Viskosität. Dann sieht man beim Rühren gerade mal die Spur vom Löffel aus den letzten zwei Sekunden. Im Kaffee sieht das aber anders aus: Da entstehen Strudel und Wellen, weil die Dämpfung viel weniger stark ist. Wir haben ein neues Kriterium eingeführt, das auch in solchen Fällen noch funktioniert und das habe ich dann weiterentwickelt.

*Und der zweite rote Faden in Ihren Arbeiten?*

Der beginnt in der Absicht, die Wärmeleitungsgleichung zu verstehen. Die Idee ist: Man modelliert Wärmefluss mit einem mechanischen System aus gekoppelten Oszillatoren. Man stelle sich also zum Beispiel eine Stange vor, die auf einer Seite kalt und auf der anderen Seite warm ist, und man will dann eine Wärmeverteilung sehen, die Fouriers Gesetz der Wärmeleitung gehorcht – mithilfe eines rein deterministischen Systems; jedes Atom ist also ein Oszillator, der mit den Nachbarn gekoppelt ist. Die Temperatur an den Seiten wird dann typischerweise durch eine stochastische Kraft modelliert, also durch ein Wärmebad. Auf einer Seite pumpt man Energie rein, an der anderen Seite fließt Energie raus.

Doch es ist unglaublich schwer, dabei etwas mathematisch auszuschließen, was in der physikalischen Realität gar nicht passieren kann: nämlich, dass Energie in das System hineingeht und dann in der Mitte „steckenbleibt". Man braucht also einen Mechanismus, der die Energie irgendwie wieder ableitet, aber die Energie kann nur am Rand verschwinden, und es ist sehr schwierig zu zeigen, dass die Stange nicht auf einmal in der Mitte extrem heiß wird.

Und in den letzten Jahren habe ich mich sehr viel für raue Objekte interessiert.

*Das ist auch der Bereich, in dem das Annals-Paper erschienen ist.*

Genau. Hier interessiere ich mich für die Frage, was die Gleichungen überhaupt bedeuten. Das ist bei normalen partiellen Differentialgleichungen meistens klar, wenn auch im schwachen Sinn. Bei stochastischen partiellen Differentialgleichungen kann es aber zum Beispiel passieren, dass, wie bei der KPZ-Gleichung, die Gleichung das Quadrat der Lösung enthält, obwohl die Lösung gar keine Funktion ist, sondern nur eine Distribution.

Ich bin durch Zufall in diese Forschungsrichtung gekommen, durch eine gemeinsame Arbeit mit Andrew Stuart. Die war von der Molekulardynamik inspiriert, wo man verstehen will, wie große Moleküle, deren Evolution durch eine stochastische Differentialgleichung beschrieben ist, ihre Form wechseln. So ein Molekül bleibt aber sehr, sehr lange in einer Form und geht dann erst nach extrem langer Zeit zufällig in eine andere Form über. Man kann daher nicht einfach eine Trajektorie mit dem Computer simulieren und einfach alles ignorieren, außer wenn die Form nach Zeit X in eine bestimmte Form übergeht – denn das passiert ja praktisch nie.

Die Idee war also, eine stochastische partielle Differentialgleichung herzuleiten, mit der Eigenschaft, dass die Gleichgewichtslösung genau die gewünschte Übergangstrajektorie beschreibt. In einfachen Fällen kann man das einfach hinschreiben, in ein bisschen komplizierteren Fällen entstehen dabei aber Gleichungen, in denen ein Produkt auftaucht zwischen zwei Objekten, zwischen denen die Multiplikation gar nicht wohldefiniert ist. Und da stellt sich die Frage nach der Interpretation, denn je nach Interpretation kommen verschiedene Ergebnisse raus. Das war unser Ausgangspunkt. Da habe ich dann versucht, zu verstehen, wie man eine generelle Theorie aufbauen könnte, die solche Arten von Gleichungen beschreibt.

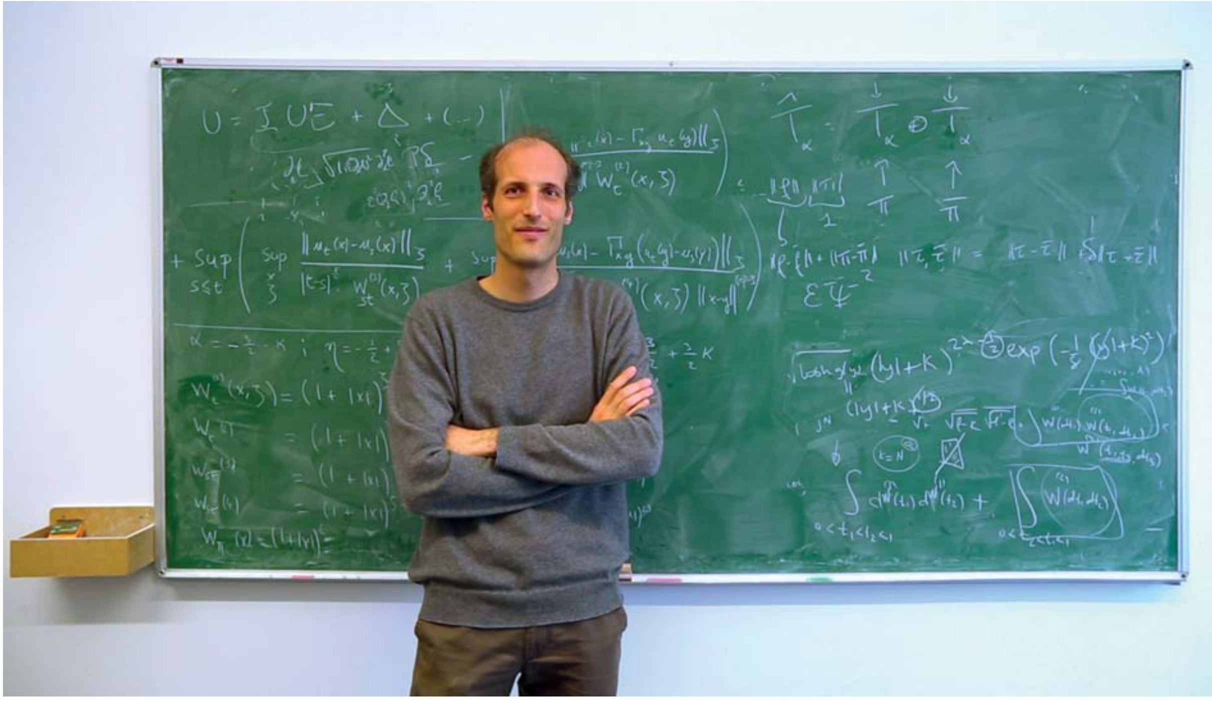
*Wenn man die Fields-Medaillen der letzten Jahre als Maß für die Aktivität von mathematischen Gebieten nimmt, dann scheint dieses Gebiet eine aktive Zone der aktuellen Mathematik zu sein, man denke an Wendelin Werner, Cédric Villani, Stanislaw Smirnow … Ist das so?*

Die Wahrscheinlichkeitstheorie hat in den letzten zehn Jahren sehr viel an Anerkennung gewonnen. Ein Großteil der Stochastik wurde ja in den 1960er und 1970er Jahren entwickelt. Aber erst in den letzten Jahren erkannte man, dass Wahrscheinlichkeitstheorie mehr mit anderen Teilen der Mathematik zu tun hat, als zuerst angenommen. Es gibt jetzt viele Branchen in der Mathematik, die ihren Zusammenhang mit der Wahrscheinlichkeitstheorie entdecken: Kombinatorik, aber auch Zahlentheorie und Geometrie. Da gibt es zum Beispiel in der Zahlentheorie diese Riesenvermutung, dass sich die statistische Verteilung der Nullstellen der Riemannschen Zeta-Funktion wie die Eigenwerte zufälliger Matrizen verhält.

*Sind es auch neue Methoden, neue Entdeckungen in der Stochastik?*

Natürlich auch. Die Schramm-Loewner-Evolution, für die Stanislaw und Wendelin die Fields-Medaille bekommen haben, war zum Beispiel ein großes Ding.

*Sind Sie selbst beim Arbeiten eher Einzelkämpfer oder Teamplayer?*



*Martin Hairer (Foto: IMU/ICM)*

Teils, teils. Ich habe ziemlich viele Mitarbeiter, und ich arbeite sehr gerne mit anderen Leuten. Andererseits habe ich einige lange Paper ohne andere geschrieben – schwer zu sagen, warum, aber das hätte nicht in Kooperation funktioniert.

*Und wie arbeiten Sie konkret?*

Das Arbeiten besteht aus drei Phasen, die aber natürlich nicht chronologisch genau hintereinander folgen. Zuerst muss man herausfinden, wie man das Problem angeht, also neue Ideen entwickeln, und die können irgendwo und irgendwann kommen: Das kann im Zug sein oder beim Blick aus dem Fenster. Dann muss man die Details ausarbeiten. Das mache ich meistens grob auf dem Papier. Aber ich tippe die Sachen ziemlich bald in den Computer. Die Details mache ich dann nur auf dem Computer. Ich versuche, alles sofort so sauber aufzuschreiben, wie es ins Paper kommt. Da arbeite ich dann viel auf dem Laptop, entweder im Büro oder im Coffee-Shop oder zu Hause.

*Experimentieren Sie auch mit dem Computer?*

Manchmal schon, um Intuition zu bilden. Und es gibt schon so ein, zwei Theoreme, die dabei rausgesprungen sind. Bei dem Beispiel mit den Ketten von Oszillatoren zum Beispiel haben wir uns mit einem Co-Autor das einfachst-mögliche Modell angeschaut, also einfach nur drei Oszillatoren – der in der Mitte an die Nachbarn gekoppelt, die am Rand im Wärmebad. Das ist ein ganz einfaches sechsdimensionales System von stochastischen Differentialgleichungen – und da haben wir geschaut, was passiert, wenn man am Anfang sehr viel Energie in die Mitte gibt. Wie fließt die Energie da ab? Wir hatten erwartet, dass die Energie exponential abfließt, sie ist aber genau wie eine gerade Linie abgefallen, also linear. Und wir sahen: Okay, das gibt ein Theorem.

*Das klingt, als ob Sie Platoniker wären. Entdecken Sie Mathematik oder erfinden Sie sie?*

Schwer zu sagen. Schon eher Platoniker. Aber …

*… jetzt spricht der Physiker!*

[lacht.] … es ist doch immer auch relevant, wo man eigentlich hinschauen will. Natürlich gibt es viele potenziell wahre Aussagen, aber man muss sich die interessanten wahren Sachen heraussuchen. Und es ist natürlich in der Mathematik auch immer extrem wichtig, die richtigen Definitionen zu finden – und da ist dann schon etwas Erfinderisches dabei: Man will eine Maschine so aufbauen, dass sie gewisse Eigenschaften hat, dass sie gewisse Sachen leistet. Da fühle ich mich manchmal schon wie eine Art Ingenieur.

Dr. Andreas Loos, Freie Universität Berlin, Institut für Mathematik, Arnimallee 7, 14195 Berlin. andreas.loos@fu-berlin.de

Der Wissenschaftsjournalist und Mathematiker Dr. Andreas Loos hat mit einer Arbeit in kombinatorischer Optimierung an der Universität Magdeburg promoviert. Seit 2011 entwickelt er im Rahmen des Projektes „Panorama der Mathematik“ an der FU Berlin eine breitgefächerte Darstellung der Mathematik für Bachelorstudenten.