

Vergnügliches aus dem Briefwechsel zwischen Ferdinand Georg Frobenius und Richard Dedekind

Urs Stambach

Auf den umfangreichen Briefwechsel zwischen Ferdinand Georg Frobenius und Richard Dedekind wurde in der Vergangenheit mehrfach verwiesen. So hat Emmy Noether bei der Herausgabe der Werke Dedekinds aus seinen Briefen an Frobenius zitiert (siehe [D]). Pierre Dugac hat in [Du] eine Anzahl weiterer Briefe aus dem Briefwechsel zwischen Dedekind und Frobenius veröffentlicht. Schließlich hat Thomas Hawkins in umfangreichen Arbeiten [Ha1, Ha2] die hochinteressante Genesis der Darstellungstheorie endlicher Gruppen auf der Grundlage dieses Briefwechsels nachgezeichnet. Auch in seinem umfangreichen Buch [Ha3] nimmt er vielfach auf die Briefe Frobenius' Bezug. Hawkins zitiert in seinen Veröffentlichungen durchwegs in englischer Übersetzung. Im Vorwort seines Buches weist er aber auch auf zwei informelle Transkriptionen der Frobenius-Briefe hin, die eine von Walter Kaufmann-Bühler und die andere von Ralf Haubrich – beide sind leider nicht publiziert. Eine Veröffentlichung des gesamten Briefwechsels wäre zweifellos sehr erwünscht. Ganz abgesehen von ihrer mathematik-historischen Bedeutung finden sich in diesen Briefen zahlreiche interessante nichtmathematische Nebenbemerkungen, die neues Licht auf die Persönlichkeiten der beiden Autoren werfen. Insbesondere sind sie geeignet, das Bild zu ergänzen, das die Forschung von Georg Ferdinand Frobenius gezeichnet hat.

Zu Beginn sollen hier in aller Kürze einige Angaben zu den Biografien Dedekinds und Frobenius' zusammengestellt werden.

Richard Dedekind wurde 1831 in Braunschweig geboren. Nach dem Besuch des Collegium Carolinum studierte er Mathematik in Göttingen, wo er 1852 bei Carl Friedrich Gauß promovierte. Nach seiner Habilitation im Jahre 1854 war er in Göttingen als Privatdozent tätig. 1858 wurde er auf eine Empfehlung Dirichlets hin Professor am Eidgenössischen Polytechnikum in Zürich. Er verließ Zürich schon 1862, um einem Ruf an das Collegium Carolinum (Technische Hochschule/Universität) in seiner Heimatstadt zu folgen. Er wurde 1894 emeritiert und starb 1916. – Sein Name ist mit vielen wichtigen neuen Entwicklungen in der Mathematik des 19. Jahrhunderts verbunden, so mit der Grundlegung der Analysis, der Galois-theorie, der Zahlentheorie und der Mengenlehre, etc.

Ferdinand Georg Frobenius wurde 1849 in Berlin als Sohn eines Pfarrers geboren. Er studierte an der Friedrich-Wilhelm-Universität in Berlin und promovierte 1870. Anschließend war er für kurze Zeit Lehrer am Berliner Sophiengymnasium, wurde aber bereits 1874 an der

Universität Berlin zum außerordentlichen Professor ernannt. Im Jahr darauf folgte er einem Ruf an das Eidgenössische Polytechnikum in Zürich. 1892 kehrte er als Nachfolger Kroneckers an die Universität Berlin zurück. Er starb 1917. Frobenius ist vor allem für sein Werk zur Darstellungstheorie der Gruppen bekannt; er entwickelte diese Theorie in einer extrem kreativen Phase innerhalb ganz kurzer Zeit.

Das erste persönliche Treffen zwischen Ferdinand Georg Frobenius und Richard Dedekind fand im Sommer des Jahres 1880 in Zürich statt. Daran erinnert Dedekind in seinem Brief vom 8. Juni 1882¹:

Oft habe ich mich dankbar und mit großem Vergnügen der Züricher² Tage erinnert, in denen ich die Freude hatte Ihre persönliche Bekanntschaft zu machen, [...]

Der zitierte Brief ist unseres Wissens einer der ersten, der zwischen diesen beiden eminenten Mathematikern gewechselt wurde. Er steht am Anfang einer ausgedehnten Korrespondenz, die sich über mehr als zwanzig Jahre erstreckte: Über 60 Briefe – darunter einige sehr lange – sind nachweisbar. Die Frobenius-Briefe sind im Original erhalten, diejenigen Dedekinds in Kopien; glücklicherweise hat nämlich Dedekind fast immer Kopien bzw. Entwürfe seiner Briefe an seine Partner aufbewahrt.³ Ein Großteil der Briefe ist der frühen Entwicklung der Darstellungstheorie endlicher Gruppen gewidmet. Dedekind hatte in einem Brief Frobenius eine Frage zur sogenannten Gruppendeterminante vorgelegt, was Frobenius zu einer intensiven Forschungstätigkeit veranlasste: Innerhalb weniger Monate schuf Frobenius in der Folge die Grundlagen der Darstellungstheorie, wobei er in zahlreichen und umfangreichen Briefen Dedekind über die erzielten Fortschritte immer auf dem Laufenden hielt. Thomas Hawkins hat den mathematischen Gehalt dieser Briefe eingehend bearbeitet, wobei er auch häufig daraus zitierte, allerdings ausschließlich in einer englischen Übersetzung. Im vorliegenden Text soll für eine interessierte Leserschaft eine kleine Auswahl aus den vielen *nichtmathematischen* – und oft witzigen – Bemerkungen zusammengestellt werden. Da jede Übersetzung die Unmittelbarkeit der Ausdrucksweise stört, ist für diesen Zweck zweifellos der Originalsprache der Vorzug zu geben.⁴

Es ist offensichtlich, dass Dedekind und Frobenius – ob schon sie sich nicht allzu oft persönlich getroffen haben – einander in ihrem Denken und in ihrer Einstellung von Anfang an gut verstanden. Der Briefwechsel enthält wie

kein anderer, den ich kenne, eine große Anzahl von Scherzen, die die Lektüre oft zu einem reinen Genuss machen. Dass Frobenius Dedekind in dieser Sache kaum nachstand, kontrastiert in interessanter Weise mit der Einschätzung, die Biermann [B] aus den offiziellen Papieren von Frobenius gewonnen hat: Frobenius sei ein *außerordentlich streitbarer, aggressiver, zu Ausfällen neigender, und in seiner Abneigung gegen Personen wie Dinge bisweilen maßloser Mann*. Allerdings ist auch in einigen der hier zusammengestellten Frobenius-Zitaten ein gewisser Zynismus nicht zu verkennen.

Im Jahre 1894 wurde Dedekind am Collegium Carolinum, der heutigen Technischen Hochschule Braunschweig emeritiert. Auf diese Tatsache spielt er in seinem Brief an Frobenius vom 19. Januar 1895 an.

Sie sehen, daß ich gar nicht so anspruchslos⁵ bin, wie Sie mich in einem Ihrer trefflichen Briefe hinstellen, die Sie mir vor einem Jahr geschrieben haben, und für die ich Ihnen, theils wegen des fachlichen Inhaltes, theils wegen des wohlthuenden jugendlichen Humors, nochmals meinen besten Dank sage. Was aber meinen Rücktritt vom Amte betrifft, so ist der zwingende Grund wirklich der gewesen, daß ich den besonderen Anstrengungen durch zwölf wöchentliche Vorlesungen und Übungen mit einer großen Anzahl von Zuhörern mich nicht mehr hinreichend gewachsen fühlte; an einer Universität würde ich wahrscheinlich nicht zurückgetreten sein; das Dociren macht mir große Freude und ich halte auch in diesem Winter mit Passion meine einstündige Vorlesung über Wahrscheinlichkeitsrechnung (wie vor 40 Jahren bei Beginn meiner Lehrtätigkeit) und eine zweistündige über Fourier'sche Reihen; in der letzteren habe ich einen, in der ersteren drei Zuhörer (darunter einen Dr. phil.!) und ich verdiene durchschnittlich beinahe 15 [Pfennig]⁶ in der Stunde, was mir auch Freude macht. Daß ich bei meinem Rücktritte auch zugleich an die Möglichkeit gedacht habe, allerhand ältere Arbeiten zu veröffentlichen, haben Sie ganz richtig vermuthet; ich wollte auch Alles recht hübsch systematisch, der Reihe nach *ab ovo* ausarbeiten [...]

Nachdem er über seine vielfältigen Projekte für noch zu schreibende Arbeiten erzählt hat, schreibt er gegen Schluss:

An Gelegenheit, die mir gewordene Muße-Zeit auszufüllen, fehlt es also nicht, aber ich bemerke leider, daß mit der zunehmenden Redseligkeit des Alters die Schreibseligkeit nicht gleichen Schritt hält.

Nachdem ich nun beiden Seligkeiten hinsichtlich meiner eigenen Person habe die Zügel schießen lassen, möchte ich Sie bitten, recht bald Gleiches mit Gleichem zu vergelten und mir zu berichten, wie es Ihnen und Ihrer Familie in der neuen Heimath in Charlottenburg, in Ihrem eigenen Hause ergeht. Sie



Richard Dedekind (Foto: Emil Schulz/MFO)

erzählen so hübsch, und es hat mich unter Anderem sehr erfreut zu bemerken, daß Sie Ihrem langjährigen Aufenthalte in Zürich ein gutes Andenken bewahren. Ich hänge sehr an Zürich, und deshalb hat mir die Jubelschrift des Vereins ehemaliger Polytechniker ein sehr großes Vergnügen gemacht.⁷

Frobenius antwortet am 24. Januar 1895 und geht nach längeren Ausführungen „geschäftlicher Art“ am Ende auf die Scherze Dedekinds ein.

Daß der Herr „Geheime Hofrath“ immer noch so viel verdienen, um nach jedem Colleg sich an einem Glas Bier (Mumme?⁸) stärken zu dürfen, gewährt mir eine gewisse Beruhigung. Wenn Sie schreiben, an einer Universität würden Sie wahrscheinlich noch nicht zurückgetreten sein, so bedaure ich sehr, daß wir die Berliner Universität, oder doch wenigstens ihre mathematische Abtheilung nicht nach Braunschweig verlegen können, wie einst mein Freund Geiser⁹ bedauerte, sie nicht nach Zürich verlegen zu können, als er sah, wie schwer mir das Scheiden wurde. [...]

Im Frühjahr hatte ich viel praktisch zu thun: Das Haus, das ich bezogen habe, war ein wenig vernachlässigt, und ich mußte allerlei kleine Schäden ausbessern lassen. Jetzt aber ist es von vielen für ein ganz neues Haus gehalten worden. Leider bewohne ich es nicht allein. Aber hier ist es schon ein großer Luxus, in einem Haus zu wohnen, das nur drei Wohnungen hat, und auch diesen kann ich mir nicht von mein-



Ferdinand Georg Frobenius (Foto: H. Noack/Archiv des MFO)

em Gehalt leisten, sondern nur von den sehr ansehnlichen Ersparnissen, die ich in Zürich habe machen können. [...] Meine Frau fühlt sich in Berlin, wo sie zwei Schwestern hat, sehr wohl, mein Sohn, der nächstens 18 Jahre alt wird und mir schon über den Kopf gewachsen ist, hat sich noch nie nach der Schweiz zurückgesehnt.¹⁰

In diesem und den darauffolgenden Briefen wird u. a. die Arbeit Hilberts über die Ideale in einem Normalkörper¹¹ diskutiert. Sie hatte bei Dedekind zu einigen Irritationen geführt, weil darin nach seiner Meinung Resultate veröffentlicht wurden, die er selber schon vorher angekündigt hatte. Aus diesen Gründen beschloss Dedekind eine entsprechende Arbeit früher als geplant zu publizieren; im Briefwechsel wird diese als „das Skelett“ bezeichnet.¹² Darin finden sich in der Tat auch einige Bemerkungen zu Hilbert; Frobenius bemerkt hierzu, dass Dedekind „milde“ gegenüber Hilbert sei.¹³ Dedekind antwortet darauf am 8. Februar 1895 in einem sehr langen Brief, der verschiedene Themen anspricht, unter anderem:

Sie haben mir, wie Sie schreiben, nach früheren Erfahrungen ein schärferes Auftreten zugetraut, aber das Alter macht friedfertig und ergeben, und so begnüge ich mich mit einer meiner etwas altmodigen Festung, ohne Ausfälle zu wagen. [...]

Daß Ihr Sohn Otto Sie schon jetzt überragt (körperlich), da Sie doch selbst eine stattliche Größe besitzen, würde bei der Erinnerung an den dreijährigen, allerdings sehr munteren und kräftigen Bur-

schen vom Jahr 1880 kaum glaublich erscheinen, wenn nicht zugleich die Erinnerung an ein wahres Gebirge von Cotelettes mit anderen guten Sachen in mir aufstiege, mit denen Ihre verehrte Frau Gemahlin uns bei der Abendtafel in Oberstrass¹⁴ erfreute. Daß Ihr Sohn sich aber gar nicht nach der Schweiz sehnt, thut mir leid; er sollte doch mehr Anhänglichkeit an das Land haben, in welchem sein Vater solche Schätze hat sammeln können, um Besitzer eines schönen Hauses in der Leibnizstraße zu werden. Woher einem Züricher Professor solche Schätze zufließen, ist mir freilich ein Räthsel, [...]

Frobenius antwortet umgehend am 10. Februar 1895:

Mit Ihrem großen Schreibebriefe haben Sie mir eine rechte Freude gemacht. Um ganz offen zu reden, habe ich Ihnen gar nicht zugetraut, daß Sie sich so rasch zu einer ausführlichen und gründlichen Antwort entschließen würden, und ich bin daher durch die Länge Ihres Briefes (wofür Sie obendrein noch um Entschuldigung bitten!!!) sehr angenehm enttäuscht und eines besseren belehrt worden.

Der Austausch von Briefen gewinnt im Frühling 1896 stark an Intensität, indem Frobenius rasche Fortschritte in der Beantwortung der Dedekind'schen Frage zur Gruppenschar macht. Einer der mathematikhistorisch wichtigsten und inhaltsreichsten Briefe ist dabei derjenige vom 17. April 1896 (siehe dazu [Ha3]). Im Schlussteil spricht Frobenius dann wieder Allgemeines an:

Mein früherer College Schottky¹⁵ war und ist einer der größten Optimisten, den ich kenne, sonst hätte er sich mit meinem Pessimismus nicht so gut vertragen. Er pflegte zu sagen: Wenn sich in einer Untersuchung nach hartnäckigstem Nachdenken schließlich die Meinung einstellt, man werde in der fraglichen Sache nie etwas erreichen, dann könnte man sich freuen, denn man stünde nun unmittelbar vor der Lösung. Ich habe diese Wahrheit schon oft und auch dies Mal wieder bestätigt gefunden. Am Ende meines vorigen Briefes gab ich die Sache auf und befahl sie Ihrer Fürsorge. Am nächsten Tag sah ich, wenn auch noch nicht die ganze Lösung, so doch den Weg dazu.

Als Dedekind eine Woche später, noch nicht geantwortet hatte, beginnt Frobenius seinen Brief vom 26. April 1896 wie folgt:

Mit einigem Zagen gehen ich daran, Ihnen von dem Fortgang meiner Arbeit zu berichten, einmal, weil das Erzielte sehr gering ist, dann aber, weil mich Ihr Schweigen etwas beunruhigt. Sie haben gewiß dazu Ihre Gründe, die ich achte, auch ohne sie zu kennen. Aber wenn Sie der Geist nicht treibt, einen ausführlichen Brief zu senden, so könnten Sie mir doch auf einer Postkarte melden, bis zu welchem Hefte Sie die Sitzungsberichte erhalten haben¹⁶ und mir damit zugleich die Befürchtung nehmen, es könnte eine

Störung in Ihrem Befinden der Grund des Schweigens sein.

Und etwas weiter unten folgt im Brief unvermittelt die Bemerkung:

Es wäre ja wundervoll, wäre $e = f$.

Frobenius spricht mit diesem letzten Satz das Problem an, das ihm bei der Entwicklung seiner Darstellungstheorie am meisten Schwierigkeiten bereitete; die Gleichung $e = f$ ist – in heutiger Sprechweise – äquivalent zum Satz, dass in der Zerlegung der regulären (komplexen) Darstellung der endlichen Gruppe jede irreduzible Darstellung genauso oft auftritt, wie ihr Grad angibt. Zur Zeit des Briefes besaß er einige durchgerechnete Beispiele, wo das tatsächlich der Fall war, aber einen allgemeinen Beweis konnte er bis zu jenem Zeitpunkt trotz mannigfacher Anstrengungen nicht finden. Die Gleichung $e = f$ wird in vielen der nachfolgenden Briefen zum eigentlichen mathematischen Leitthema.

Da ich nicht weiter gekommen bin, so habe ich mich damit beschäftigt, die bisherigen Resultate schön zu polieren. Das erste war ein Akt schnöden Undanks gegen die herrliche Determinante Δ , die Wunderquelle, aus der alles geflossen ist.¹⁷ Ich habe versucht, die Resultate direkt aus der Gruppentheorie herzuleiten.¹⁸

Nach der eingehenden Beschreibung der so erreichten Resultate stellt er im Brief gegen Schluss fest:

Weiter bin ich mit diesen Mitteln zunächst nicht gekommen.

Am 27. April 1896 antwortet dann Dedekind:

Sie wundern sich gewiß, dass ich auf Ihre letzten Briefe noch gar kein Lebenszeichen an Sie habe gelangen lassen; der einzige Grund ist eine schreckliche Erkältung mit allem wohlbekanntem Zubehör von Schnupfen, Husten, Kopfweg, Zahnschmerzen u. s. w. die mich in der vorigen Woche umgarnt und noch immer nicht frei gelassen hat. Mein ohnehin langsamer Denk-Apparat ist dadurch auf das tiefste Niveau herabgedrückt, und ich muß daher gestehen, daß ich den Inhalt Ihrer Mitteilungen noch lange nicht im Einzelnen durchgearbeitet und mir angeeignet habe, wozu ich jedenfalls noch einige Zeit gebrauchen werde. Aber so viel sehe ich zu meiner unaussprechlichen Freude auch jetzt schon, daß Sie in raschem Siegeslaufe wahrhaft bewundernswürdige Erfolge errungen haben, und wenn ich heute auch außer Stande bin, über die Sache selbst zu schreiben, so will ich doch nicht länger zögern, Ihnen meine herzlichsten Glückwünsche zu diesen Erfolgen zu senden [...]

Frobenius antwortet am 7. Mai 1896:

Mit der Gruppendeterminante Δ bin ich keinen Schritt weiter gekommen. Der Beweis $e = f$ will mir durchaus nicht gelingen.

Und am Schluss fügt er an:

Noch etwas *vanity fair*. Ich habe es in der Einleitung meiner Arbeit über die Dichtigkeit¹⁹ nicht unterlassen können zu sagen, ich hätte die Arbeit schon Ende 1880 verfaßt, und meinem Freunde Stickelberger²⁰ und Ihnen mitgeteilt. Die Stelle würde in meinen Augen wesentlich gewinnen, wenn ich schreiben dürfte: „meinen Freunden St. und D.“ Meine Bitte ist wohl nicht ganz bescheiden. Um Ihnen die Antwort zu erleichtern, schlage ich Ihnen vor, es zu machen wie die jungen Mädchen. Wenn Sie nicht wollen oder nicht gern oder noch nicht (was ich Ihnen durchaus nicht übel nehmen würde), so überschreiben Sie Ihren nächsten Brief: Hochgeehrter Herr College!

Hoffentlich sind Sie selbst, hochgeehrter Herr College, nun wieder ganz hergestellt, ich selbst habe schon wieder einen kleinen Schnupfen hinter mir, aber einen ganz kleinen im Vergleich zu dem vorhergehenden Bärenschnupfen. Das will aber nichts sagen, wenn nur erst $e = f$ wäre.

Der Antwortbrief vom 9. Mai 1896 überschreibt Dedekind dann mit *Hochgeehrter Freund und College!* und fährt weiter:

Mit großer Freude mache ich Gebrauch von Ihrer Erlaubnis, Sie in der freundschaftlichern Form anreden zu dürfen, welche meiner Gesinnung durchaus entspricht, gelegentlich werde ich mir sogar erlauben, die zweite Hälfte fallen zu lassen, welche ich heute des besseren Überganges halber noch beibehalte!

Dies hat Dedekind dann auch so gehalten, in den späteren Briefen lautet die Anrede *Verehrtester Freund!*

Der Antwortbrief von Frobenius an Dedekind vom 4. Juni 1896 ist ein wahres Juwel; daraus sei hier ausführlich zitiert.

Hochgeehrter Freund und College!

Vermutlich werden Ihnen diese Zeilen schon nach Harzburg²¹ nachgeschickt, hoffentlich aber hat Sie die warme Witterung nun endlich von dem Leiden erlöst, womit Sie das Frühjahr geplagt hat. Fast mache ich mir ein Gewissen daraus, Sie noch in der Sommerfrische mit meinem Geschreibsel zu verfolgen, aber ich kann es nicht gut aufschieben, und wer Sommerfrische sagt, sagt Langeweile, und ich will mich bemühen, so wenig langweilig wie möglich zu sein, trotz der furchtbaren Hitze.

Sie erinnern sich vielleicht der Klippe, an der mein Schifflein gestrandet war, nämlich der Gleichung $e = f$. [...] Ich erkannte bald, daß ich mit meinem kleinen Mittel, (wie die Agrarier sagen), das



Plakat der Berliner Gewerbeausstellung

Ziel nicht erreichen würde, und entschloß mich daher, das „große Mittel“ zu versuchen.²² Ich nenne es (immer in agrarischer Sprache) das „Princip des Pferdehandels“. Sie haben mir einmal erzählt, daß Sie in Paris Diamanten gekauft und Amsler bei einem solchen Kauf als ehrlicher Makler unterstützt hätten. Ihr geh. hofrätliches Gemüt wird daher nicht zu sehr scheuen vor dem schrecklichen Worte und Sie werden auch wissen, wie man ein Pferd (oder einen Diamanten oder ein Haus) kauft. Man bekümmert sich auf dem Markt am wenigsten um das Pferd, auf das man es abgesehen hat und läßt es sich zuletzt förmlich aufdrängen.

Man kann es auch in eleganterer Sprache das „Princip des Schmollens“ nennen. Um also $e = f$ zu finden, bin ich zunächst mit meiner Frau in die Gewerbeausstellung²³ gegangen, dann in die Bilderausstellung.²⁴ Für heute habe ich Effie Briest gelesen, und habe meine Obstbäume von den Raupen gereinigt. Ich habe mir dabei etwas die Arme geschunden und bin daher von Hensel²⁵ der „geschundene Raupritter“ genannt worden. Lieben Sie auch Fontane? und haben Sie Effie Briest gelesen, diese Fundgrube tiefster Lebensweisheit? Sonst empfehle ich es Ihnen für die Sommerfrische, ebenso wie die andern Fontane'schen Novellen, von Grete Minde bis Frau Jenny Treibel.²⁶

Nun habe ich noch stärker geschmollt. Ich habe meine alte verschollene Arbeit über die Dichtigkeit der Primideale vorgeschickt und habe sie für den Druck zurecht gemacht. Dies (und nicht Effie Briest) ist nun der Grund, weshalb ich Ihnen schreibe. [...]

Es schließt neben anderen mathematischen Ausführungen ein längerer und komplizierter Beweis an, der zeigt, dass e durch f teilbar ist. Frobenius fährt weiter:

Ich hätte beinahe vergessen zu erwähnen, daß heute in den Sitzungsberichten eine Arbeit von mir erscheint *Ueber vertauschbare Matrizen*²⁷. [...] Ihr kunstvoller Aufbau wird Ihnen hoffentlich Freude machen. Die meisten werden sie gekünstelt finden. Hensel gestand mir, er wäre nachher dummer gewesen als vorher, und ich mußte ihm erst das ganze Bauwerk auseinandernehmen, ehe er den Sinn verstand.

Meine „Methode des Pferdehandels“ wird Ihnen, wie ich aus so manchen Stellen Ihrer Arbeiten schließe, wohl bekannt sein, wenn auch unter einem gesitteteren Namen. Hoffentlich verrathen Sie Niemand das Zunftgeheimnis. Mein großes Werk „Ueber die Methoden der mathematischen Forschung“ (nebst einem Anhang über den Raupenfang), dem sie entnommen ist, wird erst nach meinem Tode erscheinen.

Mit herzlichen Grüßen, auch von meiner Frau, und den besten Wünschen für Ihr Wohlergehen
Ihr
ergebenster
Frobenius

Im Brief vom 19. Juni 1896 läßt sich der Berliner Frobenius über die deutsche Grammatik aus:

An den richtigen Gebrauch von den Dativ und den Accusativ erkennt man dem gebildeten Berliner, z. B. Und bei die Hitze gehen Sie mit das Kind auf den Bergen! [...] Noch ein Beispiel: Man ertrinkt in der Spree, und nicht in die Spree. Warum? Weil es da tief ist!!!

Frobenius bereitet in diesem Sommer die Publikation zweier Arbeiten [F1, F2] zur Darstellungstheorie vor, die noch vor Jahresende erschienen; interessanterweise geschah dies, bevor er einen Beweis für die Gleichung $e = f$ gefunden hatte.

Im Brief von Frobenius an Dedekind vom 1. August 1896 spielt Frobenius auf die verschiedenen Bedeutungen des Wortes Ideal an, das seinerzeit von Dedekind in die Mathematik eingeführt worden ist:

Der beiliegende Zeitungsausschnitt hat mir sehr gefallen. Hier in Berlin nennt man Ideal ein Billet zur Gewerbeausstellung, das 4 Mk kostet. Ohne dasselbe müsste man etwa 25 Mk ausgeben, um all die Herrlichkeiten zu sehen, die jenes Idealbillet erschließt. Da aber kein Magen im Stande ist, all das Wunderbare aufzunehmen, so wird dadurch der erlangte Vorteil wieder höchst problematisch. O meine Ideale! Trotz meinem Streben nach dem Idealen habe ich daher vorgezogen alles einzeln zu bezahlen und bin

dabei nicht schlechter gefahren. Der Vortheil ist derselbe, wie bei einem Rundreisebillet, das man nicht abfährt.

Der Brief von Frobenius vom 4. September 1896 enthält schließlich einen Teilbeweis für $e = f$. Er beginnt wie folgt:

Seit meiner Rückkehr nach Berlin habe ich mich vorzugsweise mit der Abfassung von Dankschreiben beschäftigt, an Graf in Bern für den Briefwechsel zwischen Steiner und Schläfli²⁸, an Weber für den zweiten Theil der Algebra²⁹, an die Naturforschende Gesellschaft in Zürich für die Uebersendung des Diploms. [...] Wenn nun Sie und Ihr verehrtes Fräulein Schwester³⁰ zuletzt an die Reihe kommen, so entspricht dies meiner Gewohnheit, wie immer das beste für zuletzt aufzuheben.

Beim Wort „Briefwechsel“ ist eine durch drei Sterne bezeichnete Fußnote angebracht:

Sorgen Sie doch ja dafür, dass der Briefwechsel zwischen D. und F. rechtzeitig vernichtet wird!!!

Glücklicherweise hat Dedekind dieser Aufforderung nicht Folge geleistet.

Der Brief vom 6. September vervollständigt den Beweis für die Gleichung $e = f$. Am Schluss fügt Frobenius die folgende interessante Bemerkung an:

Bei einer systematischen Darstellung wird die Sache ja manches von ihrem Schrecken verlieren, aber es bleibt immer noch hart genug. Ich will mich nun erst einmal ein Paar Tage von dem Schreck erholen, und dann versuchen, die ganze Theorie der Gruppenteterminanten, die damit einen ersten Abschluß gewonnen hat, aus meinen sehr zerstreuten und unordentlichen Papieren zu sammeln. Zu etwas ist solche Unordnung doch nütze. Ich konnte nämlich nach meiner Heimkehr den Beweis nicht wieder finden, den ich Ihnen längst geschrieben hatte: Ist $f = 2$, so ist auch $e = 2$. Nach vieler Qual kam ich auf die neue Form dieses Beweises und erkannte hier die Möglichkeit der Verallgemeinerung, an der ich bei dem früheren Beweis ganz verzweifelt hatte.

Es ergibt sich hier eine größere Pause, die Frobenius am 3. Dezember mit einer Postkarte unterbricht, auf der er sich nach der Gesundheit Dedekinds erkundigt. Dedekind antwortet am 5. Dezember 1896:

Ihre freundliche Postkarte wälzt einen Stein von meinem Herzen! Das Aufschieben ist eine böse Untugend, und oft, wenn ich des Nachts aufwachte, habe ich mir verdiente Vorwürfe gemacht. Als Ihre trefflichen Briefe ankamen, in welchen Sie die Überwindung der großen Schwierigkeit anzeigten und darstellten, war ich ganz in ein anderes Thema versenkt, und ich konnte mich nicht entschließen, sie

mit der erforderlichen Concentration durcharbeiten; mir ist im Leben alles Studiren sehr schwer geworden, und in meinem Alter nimmt die Aufnahme-Fähigkeit wahrlich nicht zu. Dann ist unter dem leidigen Aufschieben die Zeit verlaufen, bis ich aus einer Erkältung in die andere fiel und zu Allem unlustig wurde.

Frobenius hatte Dedekind Korrekturabzüge³¹ geschickt, mit der Bitte, sie durchzusehen. Dedekind sagt:

[...] habe ich mich begnügt, das Übrige nur durchzulesen, um den hauptsächlichsten Inhalt in mich aufzunehmen. Derselbe erfüllt mich mit aufrichtiger Bewunderung; so schwierig die große Aufgabe war, so belohnend ist auch die Frucht Ihrer gewaltigen Arbeit geworden, die Ihrem Ruhmeskranze ein neues Blatt hinzufügt. Mir gefällt noch ganz besonders, daß nun auch Ihre Vorarbeiten wieder in neuem Lichte erscheinen. Alles Dies würde ich, wie ich Ihnen schon einmal gesagt habe, niemals zu Stande gebracht haben, aber desto mehr freue ich mich, Ihnen die erste Veranlassung zu dieser schönen Arbeit gegeben zu haben.

Für das Folgende, ein Juwel aus der Hand Dedekinds, muss man die Vorgeschichte kennen. Dedekind hatte Frobenius eingeladen, an der in Braunschweig geplanten Jahresversammlung der Deutschen Naturforscher und Ärzte einen Vortrag zu halten. Die Antwort von Frobenius ließ auf sich warten, sodass sich Dedekind gezwungen sah, nachzufragen. Aber wie macht man dies, ohne den Angesprochenen zu verletzen? Dedekind entschloss sich, die Anfrage in Hexametern zu formulieren. Am 6. September 1897 schrieb er an Frobenius auf einer Postkarte:

*Hochverehrtester Freund! Jetzt handelt es sich um die Frage:
Wann erscheint doch der Tag, der freudige, wo Sie mir melden,
Daß Ihr Sinn sich erweicht, und daß Sie kommen nach Braunschweig,
Wo mit den Ärzten vereint zum neunundsechzigsten Male,
Forscher der hehren Natur die Absicht haben zu tagen?
Auch die Männer der Kraft, des Raumes, der Zahlen und Gruppen
Tagen und nächtigen hier, und sieh! in der Wissenschaft tagt es,
Dunkle Nacht zerfließt vor den Röntgen-Strahlen des Geistes,
In Theoreme gefaßt, und alle Probleme verschwinden!
Unserer Forschung bleibt nichts mehr, weil Alles erkannt ist!
Ach wie dürfen wir dann auf der Haut sanft ruhen der Bären!
Nur noch Mumme und Wurst beschäftigen unsre Gedanken!*



Doch nun melden Sie mir, ich bitte, den Antheil
am Kampfe
Bald, und nennen Sie mir das herrliche Thema
des Vortrags!
Wünsche erfülle ich gern, die Sie mir äußern
wollen!
Herzliche Grüße hiermit für Sie, den Sohn und
die Gattin!

Darauf antwortet Frobenius am 12. September (neben anderem):

Aus Ihren Hexametern sehe ich, daß sich die Welt seit meiner Jugendzeit stark geändert hat, Von Parlamenten, Congressen sagte man damals: „Jeder Einzelne ist ein gescheiter Kopf, aber zusammen sind wir eine Herde von Eseln.“ Jetzt aber scheinen Congresse die einzige Möglichkeit zu bieten, alle Probleme zu lösen. Vielleicht sehen wir uns im nächsten Jahr einmal, und wollen uns dann, nachdem die Anderen die Arbeit geleistet haben, an Mumme und Bärenschinken gütlich thun.

Schon vorher hatte der Junggeselle Dedekind ab und zu in seinen Briefen einige gereimte Zeilen eingeflochten, worauf Frobenius in einem seiner Antwortbriefe (15. Juli 1896) die folgende Randbemerkung anbrachte:

Was ist doch ein Junggeselle ein geplagtes Wesen!
Ich halte mir zum Dichten meine Frau. Sie müssen
alles selbst besorgen.

Der Zynismus Frobenius' drängt in diesem letzten Zitat deutlich an die Oberfläche. Aus allem lässt sich aber trotzdem erahnen, dass Frobenius nicht nur ein griesgrämiger, zynischer und aggressiver Professor war, sondern dass er auch über einen durchaus lebhaften Humor verfügte. War Frobenius manchmal derb und sehr direkt, so war Dedekind offensichtlich von feinerer und verbindlicherer Art. Deutlich ist aber, dass sich die beiden sehr schätzten und dass sie sich auch auf persönlicher Ebene

gerne mochten; Dedekind scheint dabei die derbere Seite Frobenius' ohne Probleme akzeptiert zu haben.

Literatur

- [B] Kurt-R. Biermann: *Die Mathematik und ihre Dozenten an der Berliner Universität 1810–1933*. Akademie-Verlag, Berlin 1988.
- [D] Richard Dedekind: *Gesammelte mathematische Werke*. Herausgegeben von Robert Fricke, Emmy Noether, Öystein Ore. Zweiter Band. Vieweg 1931.
- [DI] Ilse Dedekind: *Unter Glas und Rahmen*, Appelhans Verlag 2000.
- [Du] Pierre Dugac: *Richard Dedekind et les fondements des mathématiques*, Paris 1976.
- [F1] Georg Frobenius: Über Gruppencharaktere, Sitzungsber. Akad. Wiss. Berlin (1896), 985–1021; Ges. Abh. III, 1–37.
- [F2] Georg Frobenius: Über die Primfactoren der Gruppeterminante, Sitzungsber. Akad. Wiss. Berlin (1896), 1343–1383; Ges. Abh. III, 38–77.
- [F3] Georg Frobenius: Über die Darstellung der endlichen Gruppen durch lineare Substitutionen, Sitzungsber. Akad. Wiss. Berlin (1897), 994–1015; Ges. Abh. III, 82–103.
- [F4] Georg Frobenius: Über Beziehungen zwischen den Primidealen eines algebraischen Körpers und den Substitutionen seiner Gruppe, Sitzungsber. Akad. Wiss. Berlin (1896), 689–703; Ges. Abh. II, 719–733.
- [F5] Georg Frobenius: Über vertauschbare Matrizen, Sitzungsber. Akad. Wiss. Berlin (1896), 601–614; Ges. Abh. II, 705–718.
- [G] Johann Heinrich Graf: *Der Briefwechsel zwischen Jakob Steiner und Ludwig Schläfli*. Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft in Bern. Wyss Verlag, Bern 1896.
- [Ha1] Thomas Hawkins: The origins of the theory of group characters, Arch. History of Exact Sciences 7 (1970), 142–170.
- [Ha2] Thomas Hawkins: New light on Frobenius' creation of the theory of group characters, Arch. History of Exact Sciences 12 (1974), 217–234.
- [Ha3] Thomas Hawkins: *The Mathematics of Frobenius in Context*. Sources and studies in the history of mathematics and physical sciences. Springer, New York 2013.
- [K] Clark H. Kimberling: Emmy Noether. Amer. Math. Monthly 79 (1972), 136–149.
- [W] Heinrich Weber: *Lehrbuch der Algebra*. Zwei Bände, Braunschweig 1895/96. Ein dritter Band in Zusammenarbeit mit Robert Fricke und Heinrich Martin Weber erschien 1908.

Anmerkungen

1. Die Festlegung des Treffens auf das Jahr 1880 ergibt sich aus dem Brief Frobenius' vom 8. Februar 1895, der weiter unten auszugsweise zitiert wird. Dort ist vom dreijährigen Frobeniussohn Otto die Rede, den Dedekind bei seinem Besuch kennengelernt habe; Otto wurde 1877 geboren.
2. Offensichtlich hat sich Dedekind während seiner Zürcher(!) Zeit nicht ganz an die in der Schweiz gebräuchliche Ausdrucksweise gewöhnt. Es ist allerdings zu bemerken, dass auch Gottfried Keller damals (1877) "Zürcher Novellen" veröffentlichte und nicht "Zürcher Novellen"; heute ist nur die letztere Bezeichnung gebräuchlich.
3. Der Briefwechsel wird in der Bibliothek der Technischen Hochschule Braunschweig aufbewahrt, der Nachfolgeorganisation des Collegium Carolinum. Der komplizierte Weg der Briefe in diese Sammlung ist eine eigene sehr interessante Geschichte, auf die hier nicht eingegangen werden kann. Siehe [K].

4. Die in diesem Text aufgeführten Zitate stammen aus den in Braunschweig aufbewahrten Originalen. Ich konnte nachträglich in die außerordentlich sorgfältige Transkription von Ralf Haubrich Einblick nehmen; an einigen Stellen gab der Vergleich zu geringfügigen Korrekturen Anlass. Haubrich gibt außerdem an vielen Stellen zusätzliche und sehr nützliche Informationen an. – Die Zitate sind hier in der originalen Orthografie wiedergegeben.
5. Dedekind hatte Frobenius um den Abdruck eines Briefes Kroneckers aus dem Jahre 1880 gebeten und dazu Kürzungsvorschläge gemacht.
6. Dedekind benützt hier ein altertümliches Zeichen für Pfennig.
7. In der hier erwähnten Festschrift zum 25-jährigen Bestehen der Gesellschaft ehemaliger Polytechniker, Zürich werden u. a. die Professoren Dedekind und Frobenius mit Bild und Lebenslauf porträtiert. – Nach seinem Weggang von Zürich nach Braunschweig verbrachte Dedekind viele Male längere Ferien in der Schweiz, wobei er jeweils ausgedehnte Bergwanderungen unternahm.
8. Mumme ist ein dickflüssiges Malzbier, das in Braunschweig als Spezialität gebraut wurde, und von manchen auch als Stärkungsmittel empfohlen wurde.
9. Der Berner Karl Ferdinand Geiser (1834–1934) war am Eidgenössischen Polytechnikum Kollege von Frobenius. Von 1881–87 und 1891–95 war er Direktor (Rektor) der Schule.
10. Der Sohn Otto wurde am 1. April 1877 in Zürich geboren. Er studierte nach der Rückkehr der Familie nach Berlin an der Friedrich-Wilhelms-Universität Chemie und promovierte dort 1901 mit der Arbeit *Über Verbindungen aus der Äthyleniminreihe*.
11. D. Hilbert: Grundzüge einer Theorie des Galois'schen Zahlkörpers. Nachr. Königl. Gesellschaft der Wissenschaften Göttingen. Math.-physik. Klasse (1894), 224–236.
12. R. Dedekind: Zur Theorie der Ideale. Nachr. Königl. Gesellschaft der Wissenschaften Göttingen. Math.-physik. Klasse (1894), 272–277.
13. Es geht aus offiziellen Papieren (siehe Biermann l.c.) hervor, dass Frobenius nicht gut auf Hilbert zu sprechen war. Es ist offensichtlich, dass er Hilbert mathematisch völlig unterschätzte.
14. Die damalige Adresse von Frobenius war *Alte Landstrasse 22, Oberstrass* (siehe Programm des Eidgenössischen Polytechnikums von 1880/81). Oberstrass war damals noch eine eigenständige Nachbargemeinde Zürichs; sie wurde 1893 eingemeindet. Die heutige Postadresse des Hauses ist Stapferstrasse 64. (Mitteilung vom 24. Januar 2014 von Herrn Ulrich Kolar.)
15. Friedrich Hermann Schottky war von 1882 bis 1892 mit Frobenius zusammen am Eidgenössischen Polytechnikum in Zürich tätig. Nach einigen Jahren in Marburg wurde er 1902 von Frobenius nach Berlin geholt.
16. Dedekind hatte um Zusendung der letzten Nummern gebeten.
17. Es ist dies die Gruppendeterminante, von der die ursprünglichen Frage Dedekinds handelte.
18. Das Vorgehen, das Frobenius hier wählte, entspricht im Großen und Ganzen der heute üblichen Art, die Darstellungstheorie anzugehen. Siehe [F3].
19. Es handelt sich um [F4].
20. Ludwig Stickelberger wurde 1850 als Sohn eines Pfarrers in Buch (Schaffhausen) geboren. Er studierte Mathematik in Heidelberg und Berlin, wo er 1874 promovierte. Anschließend war er als Privatdozent am Eidgenössischen Polytechnikum in Zürich tätig, wo er engen Kontakt zu Frobenius hatte. 1879 folgte er einem Ruf an die Universität in Freiburg im Breisgau. Er wurde 1919 emeritiert, blieb aber bis 1924 als Honorarprofessor in Freiburg tätig. Er starb 1936 in Basel. Stickelberger ist vor allem bekannt für seine gemeinsame Arbeit mit Frobenius

- zur Gruppentheorie, sowie für seine Arbeiten zur Theorie der Kreisteilungskörper.
21. In Harzburg besaß die Familie Dedekind ein Ferienhaus, in das sich Richard Dedekind in seiner Freizeit häufig zurückzog. Siehe das Buch von Ilse Dedekind [D1]; hier sind ebenfalls zahlreiche Zitate aus Briefen Dedekinds zu finden. Ilse Dedekind war eine Großnichte Richard Dedekinds.
22. Frobenius benutzt hier Ausdrücke aus dem damaligen politischen Forderungskatalog landwirtschaftlicher Organisationen; der Katalog beinhaltete beispielsweise das „kleine Mittel“ einer Verschärfung der Seuchenkontrolle bei Fleischeinfuhren und das „große Mittel“ einer Einführung eines staatlichen Getreidemonopols.
23. Die Berliner Gewerbeausstellung fand vom 1. Mai 1896 bis 15. Oktober 1896 im Treptower Park statt. Sie war derart umfangreich konzipiert, dass man auch von einer *verhinderten Weltausstellung* sprach.
24. Damit ist wahrscheinlich die *Internationale Kunst-Ausstellung* gemeint, die vom 3. Mai bis zum 30. September in Berlin zum 200-jährigen Bestehens der Königlichen Akademie der Künste stattfand.
25. Kurt Hensel (1861–1941) war der Enkel von Fanny Hensel-Mendelssohn, der Schwester von Felix Mendelssohn. Hensel hat bei Kronecker doktoriert. Er war dann als Privatdozent und außerordentlicher Professor in Berlin tätig. 1901 wurde er Professor in Marburg. Hensel war ein bedeutender Zahlentheoretiker, u. a. ist er bekannt als Schöpfer der p -adischen Zahlen.
26. Theodor Fontane (1819–1898). *Effie Briest* ist 1895 erschienen, *Grete Minde* 1880, *Frau Jenny Treibel* 1892.
27. Siehe [F5].
28. Jakob Steiner war als Sohn eines einfachen Berner Bauern Lehrer im berühmten Institut Johann Pestalozzis in Yverdon geworden. Er studierte dann Mathematik in Heidelberg und wurde schließlich Professor in Berlin. Sein Interessen galten vor allem der synthetischen Geometrie. Sein Schüler Ludwig Schläfli, obschon vielseitig begabt, hatte im Wesentlichen nur schriftlich mit Steiner Kontakt. Er blieb in Bern völlig isoliert und erreichte aus unklaren Gründen an der Universität Bern nie eine Anstellung, die seinen Leistungen entsprochen hätte. Die Schweizerische Mathematische Gesellschaft regte nach der Herausgabe der Gesammelten Abhandlungen Steiners auch die Herausgabe des Briefwechsels Steiner-Schläfli an. Diese Aufgabe übernahm der Schläfli-Schüler Johann Heinrich Graf. Siehe [G].
29. Das zweibändige *Lehrbuch der Algebra* von Heinrich Weber (1842–1913) erschien in den Jahren 1895/96. Ein dritter Band erschien 1908. Das umfassende Werk fand in den nachfolgenden Jahren eine große Verbreitung. Siehe [W].
30. Richard Dedekind hatte zwei Schwestern, Mathilde (1827–1860) und Julie (1825–1914) sowie einen Bruder, Adolph (1829–1909). Es ist hier somit von Julie die Rede.
31. Sehr wahrscheinlich betrifft dies die Arbeit [F3].

Prof. em. Urs Stambach, Departement Mathematik, LEO D1, ETH-Zentrum, 8092 Zürich, Schweiz



Urs Stambach, 1939 geboren, studierte an der ETH Zürich, wo er 1965 bei Beno Eckmann promovierte. Nach einem mehrjährigen Aufenthalt an der Cornell University in Ithaca, NY wurde er 1969 Professor an der ETH in Zürich. Sein Hauptarbeitsgebiet war die homologische Algebra und deren Anwendungen in der Gruppentheorie, insbesondere in der modularen Darstellungstheorie. In jüngerer Zeit bearbeitete er oft auch Themen aus der Geschichte der Mathematik. Er ist Autor bzw. Mitautor mehrerer Bücher. Seit seiner Emeritierung im Jahre 2005 beschäftigt er sich – intensiver als vorher – mit Geschichte, Literatur und Musik.