

Diskussion

Dieter Launert: Sinustafel wiederentdeckt (24-2)

Bei der Lektüre des Heftes, die ich wie immer sehr genossen habe, ist mir ein kleiner Druckfehler aufgefallen: Auf S. 90 fehlt ein negatives Vorzeichen (z. B.) auf der linken Seite der Prosthaphaerese-Gleichung.

Stefan Götz

Franz Lemmermeyer: Abituraufgaben und Kompetenz (24-3)

Keine DMV-Nachrichten ohne einen Artikel mit Klagen über den angeblichen Niedergang der abendländischen Bildung, verursacht durch die „Kompetenzorientierung“, für die wiederum Bildungsforscher, Erziehungswissenschaftler und vor allem natürlich Didaktiker verantwortlich sind. Letztere sind offenbar so einflussreich, dass sie sogar die baden-württembergischen Abituraufgaben verfassen.

Ich will die von Franz Lemmermeyer inkriminierten Abituraufgaben gar nicht global verteidigen. Ich habe auch große Probleme mit eingekleideten Aufgaben, bei denen irgendwelche Konzertsäle, Kinderspielplätze oder Fußballtribünen koordinatisiert werden und dann mehr oder weniger sinnvolle geometrische Operationen durchgeführt werden. Was mich an diesem Artikel stört, sind erstens die Verallgemeinerungen und pauschalen Schuldzuweisungen („Unterricht als Einüben des Übersetzens von ‚Modellierungsaufgaben‘ in Taschenrechnerbefehle“, „Bildungssystem im freien Fall“, „Bildungswissenschaftler, Erziehungswissenschaftler und Didaktiker arbeiten an der Abschaffung der Inhalte“ – Wer bezahlt die wohl für solch subversive Aktivitäten?) und zweitens das enge Mathematikbild des Autors. Für ihn zählen offenbar nur innermathematische Aktivitäten zur Mathematik, während er Übersetzungen aus Realkontexten in die Mathematik als bloße „Lesefertigkeit“ bezeichnet.

Das sinnentnehmende Lesen von mathematikhaltigen Texten – seien sie bloß eingekleidet so wie hier, oder seien sie bezogen auf authentische Situationen – ist ebenso eine relevante mathematische Tätigkeit wie das darauf bezogene Aufstellen von passenden mathematischen Beziehungen oder das Interpretieren mathematischer Begriffe und Aussagen in Realkontexten. Dass dies etwas anderes ist als Lesefertigkeit, lässt sich auch empirisch zeigen. Mit Recht sind diese Tätigkeiten in den Bildungsstandards verbindlich gefordert und mit Recht werden sie im Abitur abgeprüft, neben dem weiterhin wichtigen innermathematischen Arbeiten, das traditionell im Abitur leider extrem verfahrensorientiert ist und weitestgehend ohne Begründungen und ohne Darlegungen von Argumentationen auskommt – was den Autor nicht zu stören scheint, wenn er Klausuraufgaben von 1980 als Positivbeispiele heranzieht.

Wie gesagt, ich verteidige gar nicht die Einkleidungen dieser Aufgaben (wobei Schülern im Abitur die Kontexte nicht wirklich wichtig sind; sie wissen ja, dass es in der Prüfungssituation nur darum geht, zu zeigen, was sie können), und ich hätte es auch besser gefunden, wenn diese Geometrieaufgabe innermathematisch gestellt worden wäre. Aber auch diese beiden Aufgaben stellen über bloßes Lesen weit hinausgehende Anforderungen,

beispielsweise ein Verständnis der „momentanen Änderungsrate der Schneehöhe“. Dass die Schwierigkeiten der Schüler/innen des Autors mit der hier diskutierten Geometrieaufgabe nur an der Einkleidung liegen, glaube ich nicht, denn einige der erforderlichen Überlegungen wie etwa die Bestimmung des Punktes auf BC, an dem die Stütze montiert werden muss, sind nicht-trivial, wie man auch an der eleganten Lösung des Autors sieht. Wenn seine Schüler/innen allerdings tatsächlich Probleme mit der Dekodierung von „Inhalt der Nutzfläche“ haben und dabei an ein Volumen denken, sollte der Autor unbedingt seine Unterrichtsschwerpunkte überdenken.

Kurz: Abiturienten müssen beides beherrschen, das Übersetzen zwischen Kontexten und mathematischen Inhalten wie auch das innermathematische Arbeiten, selbstverständlich alles auf einer breiten inhaltlichen Wissensbasis, wie sollte das anders möglich sein. Die groteske Fehlinterpretation „Kompetenzen statt Inhalte“, die man in den letzten Jahren ab und zu lesen konnte, kommt auch in diesem Artikel wieder. Es gibt kein Stricken ohne Wolle, hat u.a. Heinrich Winter betont, d.h. es gibt kein mathematisches Arbeiten, speziell auch kein Übersetzen zwischen Realität und Mathematik ohne solides Wissen, das ist doch selbstverständlich. Umgekehrt gehört zur mathematischen Bildung aber mehr als Wissen, nämlich insbesondere Kompetenzen wie Argumentieren und Beweisen oder eben Übersetzen. Der Autor gibt selber zu, dass seinen Schülerinnen und Schülern dieses Übersetzen schwerfällt. Er sollte es im Unterricht zukünftig hinreichend üben, um ihnen eine hinreichend breite mathematische Bildung zu vermitteln – gerne anhand relevanter Beispiele als einer koordinatisierten Tribüne oder einer funktionalisierten Schneehöhe.

Werner Blum

In seinem Beitrag analysiert Franz Lemmermeyer zunächst zwei Abituraufgaben des Wahlteils Geometrie bzw. Analysis aus dem Mathematikabitur Baden-Württemberg 2016.

Der Autor nennt diese beiden Aufgaben *Modellierungsaufgaben*. Wir würden im Zusammenhang mit diesen Aufgaben nicht von Modellierungsaufgaben sprechen und begründen das im Folgenden. Der Kern des mathematischen Modellierens in der Schule wie auch im Berufsfeld eines anwendungsbezogenen Mathematikers ist das Übersetzen eines Problems aus der Realität in die Mathematik, das Arbeiten mit mathematischen Methoden und das Übertragen der mathematischen Lösung auf das reale Problem. Blum (2007) beschreibt den Begriff Modellierungskompetenz im Zusammenhang mit Mathematikunterricht als die Fähigkeit, die jeweils nötigen Prozessschritte beim Hin- und Herwechseln zwischen Realität und Mathematik problemadäquat auszuführen sowie gegebene Modelle zu analysieren oder vergleichend zu beurteilen.

Unserer Auffassung nach sollten Modellierungsaufgaben authentisch, offen (d.h. mehrere Lösungswege sollten möglich sein) und in gewisser Weise relevant für die Schülerinnen und Schüler sein. Besonders wichtig für Modellierungsaufgaben ist die Authentizität. Der verwendete Kontext muss echt und nachprüfbar sein und darf nicht speziell für die vorliegende Aufgabe konstruiert worden sein. Authentische Modellierungsaufgaben sind

Probleme, die genuin zu einem existierenden Fachgebiet oder Problemfeld gehören und von dort arbeitenden Menschen als solche akzeptiert werden (Niss, 1992). Aus unserer Sicht bestehen für die genannten Aufgaben erhebliche Zweifel, da auch die Verwendung der Mathematik nicht sinnvoll und realistisch ist. Welcher Architekt, welcher Bauherr würde bei der Planung einer Dachfläche so vorgehen, wie in der Abituraufgabe suggeriert? Positiv interpretiert kann man ggf. vor einer Umwelterschließung im Sinne von Winter (2003) sprechen, wobei nicht kenntlich gemacht wird – schon aufgrund fehlender Einheiten –, ob überhaupt reale Daten verwendet werden. Eigentlich sehen wir nur eine „schlecht eingekleidete“ Aufgabe, die besser ohne Kontext formuliert werden sollte.

Analysen und Diskussionen von Abiturprüfungsaufgaben können sicherlich ein guter Anlass sein, über Ziele des Mathematikunterrichts zu diskutieren. Prüfungsaufgaben können aber keinesfalls die Breite und Tiefe des aktuellen Mathematikunterrichts abbilden. Aus diesen Gründen sind sie auch zur Analyse des Mathematikunterrichts nicht geeignet.

Anschließend führt der Autor unter der Überschrift „Kompetenzen oder Mathematik?“ noch einige allgemeine Überlegungen aus. Hierzu ist anzumerken, dass die in der Überschrift gestellte Frage irreführend ist, denn die Bildungsstandards legen eindeutig fest, dass „allgemeine mathematische Kompetenzen und Inhalte ... untrennbar miteinander verknüpft“ sind (KMK 2012, S. 12). Es gibt also auch kein „Glaubensbekenntnis“ der Kompetenzorientierung wie der Autor beschreibt und es kommt natürlich auch auf die Inhalte an – „Stricken ohne Wolle“ ist ja auch nicht möglich. Wenn die persönliche Analyse der Abituraufgaben durch Herrn Lemmermeyer etwas anderes ergibt, kann der Grund u. E. jedenfalls nicht in der Konzeption der kompetenzorientierten Bildungsstandards gesucht werden.

Große Sorgen macht uns das vom Autor gezeichnete Bild des Analysisunterrichts. Es wird als das „Einüben des Übersetzens der ‚Modellierungsaufgaben‘ in Taschenrechnerbefehle“ (MDMV 24 (2016), S. 172) beschrieben und als Gründe werden die Verkürzung der Schulzeit und die frühe Einführung der Wahrscheinlichkeitsrechnung genannt. Unseren Erfahrungen entspricht dies so nicht. Zudem würde es die lange wissenschaftliche und unterrichtspraktische Auseinandersetzung zur Nutzung digitaler Mathematikwerkzeuge im Unterricht ad absurdum führen. Natürlich wünschen auch wir uns ebenso mehr Unterrichtszeit für das Fach Mathematik in der Schule und Abiturientinnen und Abiturienten mit solidem mathematischen Wissen und sicher verfügbaren mathematischen Fähigkeiten.

Es drängt sich im genannte Beitrag jedoch der Eindruck auf, dass Mathematik hier nicht als allgemeinbildendes Unterrichtsfach, sondern einseitig innermathematisch verstanden wird. Mathematikunterricht ist nach Heinrich Winter aber gerade dadurch allgemeinbildend, dass er drei Grunderfahrungen ermöglicht:

- (G1) *Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen,*
- (G2) *mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen,*
- (G3) *in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinausgehen, (heuristische Fähigkeiten) zu erwerben.*

Alle drei Grunderfahrungen sind gleichbedeutend und auch die Grundlage für aktuelle Lehrpläne und Bildungsstandards. Danckwerts (2001, S. 1–2) unterstützt diese Position, indem er fest-

hält: „Charakteristisch für die Mathematik ist das Spannungsverhältnis zwischen (G1) und (G2), das ihre breite Anwendbarkeit erst möglich macht. Im Oberstufenunterricht muss dieses dynamische Gleichgewicht in besonderem Maße zur Geltung kommen. Modellbildende Aktivitäten sind dafür konstituierend und deshalb unverzichtbar.“

Die Charakterisierung einer Prüfungsaufgabe mit dem Begriff Modellierungsaufgabe garantiert keinesfalls einen eindeutigen Aufgabentyp oder eine kompetenzorientierte Aufgabe. Es müssen aber auch die Bedingungen in Prüfungen berücksichtigt werden, die andere sind als im Unterricht. In der Prüfung stehen die Leistungen im Fokus, sodass „... anhand einer Aufgabe bestenfalls einzelne Facetten einer Kompetenz geprüft werden können. Deshalb ist uns wichtig zu betonen, dass die Ziele des Unterrichts keinesfalls auf die Prüfungsinhalte eingeschränkt werden dürfen.“ (Siller et al. 2016, S. 384)

Wir zählen uns jedenfalls zu jener Gruppe von Mathematikdidaktikerinnen und Mathematikdidaktikern, *die ihr Fach verstehen und sich dafür begeistern können* (MDMV 24 (2016), S. 173). Wir würden gern vorwärtsgewandt und konstruktiv – gemeinsam mit Kolleginnen und Kollegen von Schulen und Hochschulen – an einem modernen und zukunftsfähigen Mathematikunterricht einschließlich der geeigneten Prüfungsaufgaben arbeiten. Pauschale Verurteilungen bestimmter Personenkreise oder Konzepte sind aus unserer Sicht nicht zielführend.

Literatur

- Blum, W. (2007). *Mathematisches Modellieren – zu schwer für Schüler und Lehrer?* In Beiträge zum Mathematikunterricht (S. 3–12). Hildesheim: Franzbecker.
- Danckwerts, R. (2001). *Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe – Quo vadis?* In Bericht über die 13. Fachleitertagung in Weilburg. (<http://www.mnu.de/extern/mathe-flt-01/content/pdfs/danckwerts>)
- KMK (2012). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife* (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18. 10. 2012). Köln: Wolters Kluwer.
- Niss, M. (1992). *Applications and Modelling in School Mathematics – Directions for Future Development*. Roskilde: IMFUFA Roskilde Universitetscenter.
- Siller, H.-St., Bruder, R., Hascher, T., Linnemann, T., Steinfeld, J., & Sattlberger, E. (2016). *Kompetenzstufenmodell zu Reifeprüfungsaufgaben und deren Eignung für einen kompetenzorientierten Mathematikunterricht*. In Keller, S., Reintjes, C. (Hrsg.). *Aufgaben als Schlüssel zur Kompetenz* (S. 371–387). Münster: Waxmann.
- Winter, H. (1996). *Mathematikunterricht und Allgemeinbildung*. In Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, Nr. 61, 37–46.
- Winter, H. (2003). *Sachrechnen in der Grundschule*. Berlin: Cornelsen Scriptor.

Gilbert Greefrath, Matthias Ludwig, Hans-Stefan Siller