

iOrnament – Die Kunst der glatten Linie

22 Fragen an Jürgen Richter-Gebert

Herr Richter-Gebert, was ist iOrnament?

iOrnament ist eine App, mit der man symmetrische Muster malen kann und das auch auf künstlerische Weise.

Warum beschäftigt sich ein Mathematiker mit so etwas?

Ich selbst beschäftige mich seit etwa drei Jahrzehnten mit mathematischer Visualisierung. Die App iOrnament begann 2012 als eine Art Designstudie, mit der man testen wollte, wie sich Mathematik auf dem Tablet anfühlen kann. Ich wollte als inhaltlichen Rahmen ein Thema wählen, von dem ich wusste, dass es beim nicht-mathematischen Publikum auf einen gewissen Widerhall stoßen würde.

Zum Beispiel die Symmetriegruppen der Ebene ...

Ja. Ich hatte bereits vorher mehrere mathematische Inhalte für öffentliche Ausstellungen produziert: die Symmetrierausstellung 1986 in Darmstadt, meine eigene Ausstellung ix-quadrat in München, das MiMa in Oberwolfach und das Mathematische Kabinett im Deutschen Museum. In all diesen Ausstellungen bildete die Möglichkeit des symmetrischen Zeichnens ein sehr beliebtes Kernstück. Allerdings gehen die Möglichkeiten von iOrnament mittlerweile weit über die Symmetriegruppen hinaus.

Können Sie uns Beispiele geben?

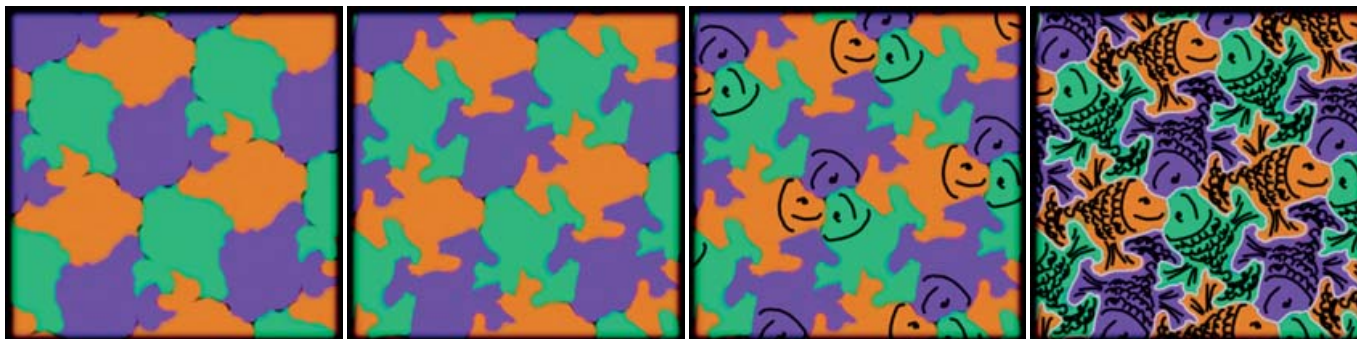
Es ist beispielsweise möglich, auch Symmetriegruppen auf der Kugel oder in der hyperbolischen Ebene zu studieren. Bei der Interpretation euklidischer Ornamente in hyperbolischer Geometrie floss auch einiges an diskreter Differentialgeometrie im Hintergrund mit ein. Dazu kommt die App mit einem 17-seitigen interaktiven Mathematik-Tutorial einher, das allgemeinverständlich einige Grundlagen der geometrischen Symmetrietheorie erklärt. Sehr beliebt ist auch das Zeichnen einfacher Rosettenornamente.

Ich habe gesehen, dass man in der App M. C. Escher spielen kann. Wie funktioniert das?

M. C. Escher hat ja ganz viel mit regulären Unterteilungen der Ebene experimentiert; wenn möglich mit erkennbaren farbigen Figuren, von denen keine zwei benachbarten die gleiche Farbe haben. Wenn ich so etwas mal schnell in einem Vortrag demonstrieren will, dann wähle ich einen *Farbsymmetriemodus*. Die App malt dann innerhalb einer Farbsymmetriegruppe gleichzeitig in mehreren Farben. Wähle ich eine geeignete Gruppe und fange an, die Fläche wild auszumalen, ist irgendwann die ganze Fläche mit identischen Farbkleckschen ausgefüllt. Dann beginnt das, was Escher, soweit ich weiß, „*Wolken lesen*“ genannt hat. Man versucht, in den Kleckschen Figuren zu erkennen und gestaltet diese aus. Et voilà! Man kann diese Technik sehr schön in dem Video youtu.be/jr3GI9mrFiw ab Minute 1:16 beobachten. Es war anfangs nicht geplant, dass am Ende Fische herauskommen.

Das macht alles sehr viel Spaß. Aber die App ist unzählige Male heruntergeladen worden – sind das alles nur Spaßnutzer?

Das Benutzerspektrum ist erstaunlich gemischt. Da gibt es natürlich diejenigen, die iOrnament einfach aus Freude an schönen Formen benutzen. Dann gibt es Handwerker, die damit zum Beispiel Vorlagen für Stoffdrucke oder Holzarbeiten entwerfen oder Lehrer, die damit im Unterricht in das Thema geometrische Symmetrien einführen. Wissenschaftler führen damit kleine Experimente über Strukturen durch und es gibt auch Nutzer, die ich „*Relaxation Seeker*“ nenne, und viele mehr. Es gibt natürlich auch echte Künstler, die selbst mich damit überraschen, was mit der App eigentlich alles möglich ist. Das Spannende ist, dass die App in gewisser Weise rechte und linke Gehirnhälfte gleichzeitig aktiviert: das Kreative und das Strukturierte. Das hat einen sehr befriedigenden Effekt.



Eschereske Metamorphosen: Vom Farbklecks zum Fisch

Ich könnte mir vorstellen, dass Künstler Berührungsängste bei solch einem mathematischen Hilfsmittel haben.

Das ist ganz unterschiedlich, natürlich ist es nicht jedes Künstlers Sache. Aber genau wie bei Mathematik und Musik gibt es zwischen Mathematik und Kunst unglaublich viele spannende Berührungspunkte, die eine Bereicherung für beide Welten sind. Im Ausgestalten regelmäßiger Muster gibt es viele Freiheiten, künstlerische Freiheiten! Und hier spiegeln sich auch die unterschiedlichsten Stilrichtungen wieder: kubistischer Minimalismus, barocke Fülle, surreale fantastische Effekte, Verspieltheit wie im Jugendstil, und vieles mehr. Jede dieser Stilrichtungen hat auch ihren eigenen Umgang mit repetitiven Mustern gefunden.

Gab es Künstler, die sich für die Mathematik hinter dem Werkzeug interessierten?

Ja, ganz klar. Und manchmal sogar, ohne es zu merken. iOrnament bietet die Möglichkeit, Bilder an *Ornament World Exhibition* zu submitten. Darüber erhalte ich viele Einsendungen und bei einigen Künstlern kann ich die Entwicklung verfolgen. Es ist sehr spannend zu beobachten, wie hier teilweise systematisch die Möglichkeiten und Implikationen von Symmetrie erkundet werden. Mit einigen Künstlern, zum Beispiel dem Kalligrafen Seb Lester, habe ich auch einen ganz offenen intellektuellen Austausch über die Schnittstelle von Mathematik und Kunst. Diese Diskussionen gehören für mich zu den absoluten Highlights des Projekts.

Landläufig würde man wohl erwarten, dass Mathematiker und Künstler sich kaum verstehen. Wie ist Ihre Erfahrung?

Wir lieben uns, ehrlich! Ich bin im Rahmen dieses Projekts auf so viel Offenheit gestoßen, die ich nie und nimmer erwartet hätte. Künstler, die auch gezielt mit Anfragen kommen, ob denn dies oder das mathematisch möglich sei. Auf der anderen Seite Mathematiker, die versuchen zu verstehen, wie denn jetzt ein bestimmtes Kunstwerk strukturell aufgebaut ist. Natürlich gilt das weder für alle Künstler noch für alle Mathematiker, aber die Schnittmenge ist erstaunlich groß.

Sie haben auch viel mit Schülern gearbeitet.

Ja, und das auch schon vor dem Projekt. Viele meiner anderen Visualisierungsprojekte werden auch an Schulen eingesetzt. Am Campus Garching der TUM habe ich meine eigene Mathematikausstellung, die jährlich von rund 300 Gruppen besucht wird. Die App hebt das Ganze auf ein neues Level. Ich habe jetzt schon mehrmals Kurse gegeben, bei denen Schüler gezielt in das Arbeiten mit dem Programm eingeführt werden und dann selbst gestalterisch tätig werden; das geht bis hin zum Erstellen ornamentaler 3D-Modelle. Gerade kürzlich fand so ein Workshop, ein „Family Friday“, im Amerikanischen Mathematik Museum MoMath (momath.org) in New York statt.

Die Resonanz auf das Angebot und die Kreativität im Raum waren riesig.

Gab es da Parallelen zur Arbeit mit Künstlern?

Das Schöne an Kindern ist, dass sie nicht alles verstanden haben müssen, um einfach loszulegen. Erwachsene und insbesondere Mathematiker sind dabei oft viel zögerlicher. Und gerade bei einem spielerischen, freien Vorgehen ergeben sich manchmal Effekte, mit denen man vorher nie gerechnet hätte. Und das ist sehr ähnlich zur Arbeit mit einigen Künstlern. In Italien gibt es einen Künstler, Luca Vallese, der selbst viele Workshops für Kinder anbietet. Wenn er ein Ornament erstellt, entwickelt sich das auf eine spielerische Weise: Formen entstehen und vergehen und am Ende hat das Ganze plötzlich eine echte Aussage. Solche Leute bewundere ich aufrichtig.

Sind die Schüler, mit denen Sie gearbeitet haben, ohnehin schon sehr mathematik-affin, oder haben Sie die eine oder den anderen erst damit für die Mathematik gewonnen?

Auch hier gibt es sicherlich beides. Zumindest weiß ich, dass einige unserer Studenten an der TUM ihren Erstkontakt mit richtiger Mathematik in unserer Mathematik-Ausstellung ix-quadrat hatten. Bei der App gibt es immer wieder Bewertungen oder E-Mails an mich, in denen steht, dass die Leute selber überrascht sind, dass sie auf einmal Mathematik spannend finden.

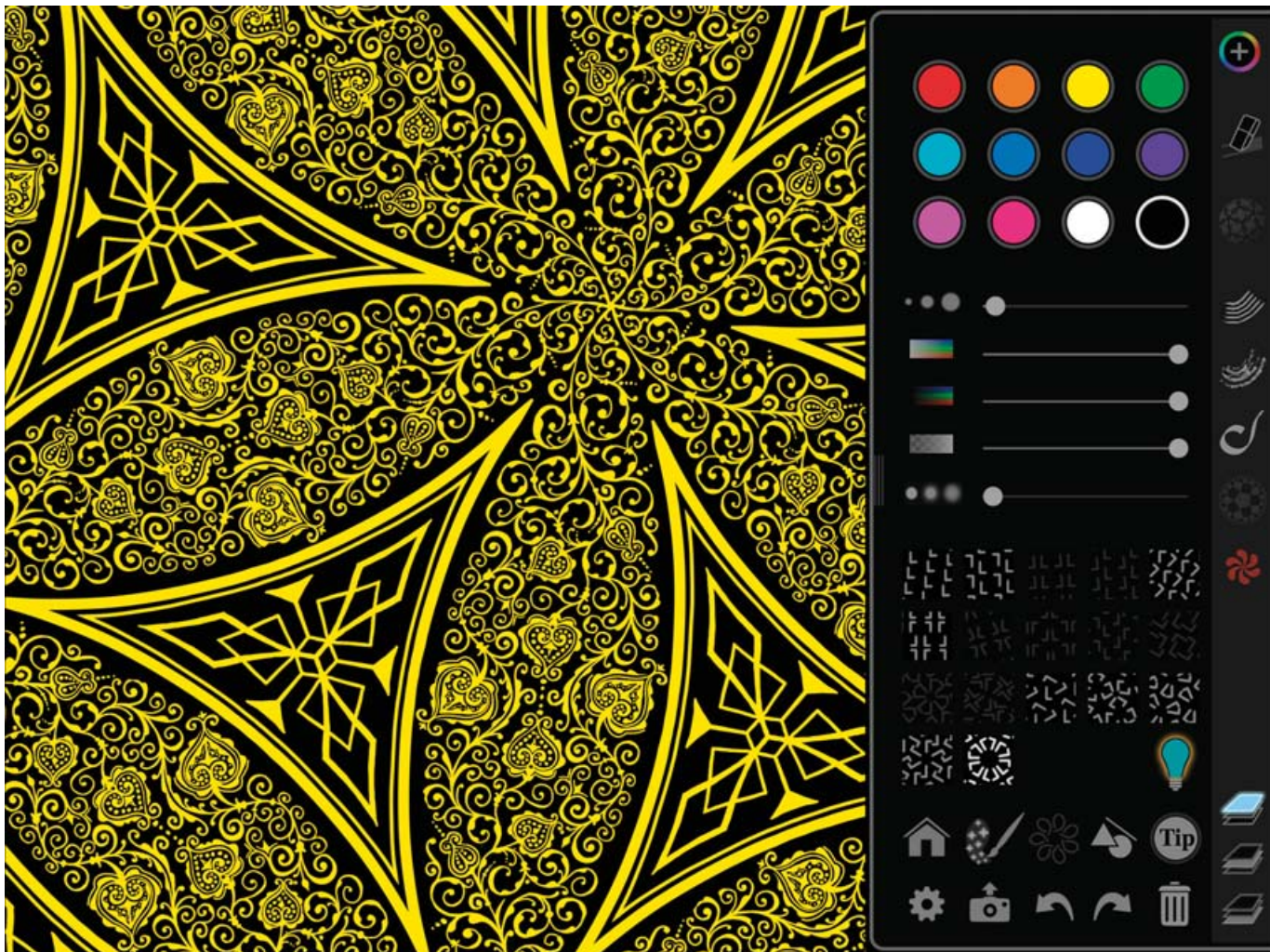
Was kommt besonders gut an?

Ich gebe zu, es überrascht mich immer wieder, wie beliebt Rosettenmuster (Mandalas) doch sind. Und es überrascht mich noch mehr, wie spannend ich die selbst mittlerweile finde. Bei Workshops mit Schülern ist aber auch der Übergang zu 3D sehr beliebt. Es gibt zu iOrnament eine Postprocessing App, den *iOrnament Crafter*, mit dem man aus selbstgemalten Ornamenten Bastelbögen für ornamentale platonische Körper oder Kaleidozykel – das sind kinematische Modelle in 3D – herstellen kann. Dieser Übergang vom Virtuellen ins Reale fasziniert immer wieder. Wir haben damit mittlerweile einige große Workshops gemacht und an der TUM haben wir im letzten Jahr unseren Fakultätsweihnachtsbaum mit den Modellen geschmückt.

Glauben Sie, dass solche Apps einen substanziellen Beitrag zur Mathematikbildung liefern können?

Drei Antworten hierzu:

1. Ich denke, das kommt sehr auf den Bildungsbegriff an. Für mich ist eine Grundlage der Bildung zunächst einmal die Fähigkeit, einem Fach eine gewisse Wertschätzung entgegenbringen zu können. Das gilt für Musik, Germanistik, Ingenieurwissenschaften genauso wie für die Mathematik. Leider ist es immer noch so, dass man die Wertschätzung gegenüber der Mathematik nicht selbstverständlich voraussetzen kann. Ich glaube zumindest an dieser Stelle leistet die App einen kleinen Beitrag.



Ausschnitt aus einem Ornament mit feiner Linienführung, gezeichnet von Seb Lester (www.seblester.com)

2. Für mich selbst ist Mathematik die Wissenschaft der Strukturen, und zumindest auf einer präformalen Ebene lernt man mit der App viel über das Zusammenspiel und sich gegenseitige Bedingen von Strukturen.

3. Und dann gibt es ja immerhin noch das eingebaute Mathe-Tutorial, das 50 000 Personen besucht haben. Ich glaube, besser gesagt hoffe, da wird tatsächlich ein wenig fachliche Grundbildung betrieben.

Ginge das nicht auch mit Stift und Papier?

Mathematik vermitteln sicherlich, da gibt es ja viele gute Beispiele. Ornamente zu erzeugen, erfordert zumindest viel Geduld. Das Schöne an der App ist, dass dadurch, dass die gemalten Striche in all ihren symmetrischen Variationen in Echtzeit erzeugt werden, ein interessanter Dialog mit der App entsteht. Oft passieren unerwartete Dinge und man tritt beim Zeichnen in eine Art Dialog mit sich selbst. Um wieder einen Vergleich aus der Musik zu nehmen: Das ist, wie wenn man in einer Kathedrale Querflöte spielt. Das Gespielte hallt von allen Wänden zurück, und wenn man sich selbst beim Spielen zuhört und darauf reagiert, entsteht eine ganz besondere Art von Musik. Der

Jazz-Musiker Paul Horn hat auf diese Art in den 80ern hervorragende Platten produziert.

Was muss eine App mitbringen, damit sie wirklich Mathematik vermittelt?

Ich spreche mal aus eigener Erfahrung. Die erfolgreichsten Visualisierungen waren bisher immer die, die *open-ended* sind, die Experimentierkästen: die Visualisierungen, bei denen man vorne noch nicht weiß, was hinten rauskommt, selbst als Entwickler. Beispiele hierfür sind Simulationen aller Art – beispielsweise Schwarm- oder Molekülsimulationen – oder eben auch eine Symmetrie-Zeichen-App. Ich glaube, immer wenn es gelingt, den Benutzer zum eigenen Forschen und Experimentieren anzuregen, ist dieser der Erkenntnis schon ein Stück näher gekommen. Ich gebe mich jetzt mal ganz wissenschaftlich und sage: Lesen Sie am besten meine Artikel zu dem Thema.

Apple selbst hat diese App intensiv für Werbung genutzt.

Ja, und das freut mich natürlich riesig. Derzeit sind mit iOrnament erstellte Grafiken in allen Apple-Läden weltweit zu finden. Ich gebe ganz ehrlich zu, das ist ein unglaubliches Gefühl und irgendwie surreal. Noch schöner wäre es gewesen, wenn Apple erwähnt hätte, dass die Grafiken mit iOrnament erstellt wurden, aber das ist eine andere Geschichte. Diese Zusammenarbeit kam ein wenig durch die Hintertür. Apple wurde auf den Schriftsatzkünstler und Kalligrafen Seb Lester aufmerksam, den ich bereits erwähnt habe. Dieser ist wirklich ein Meister seines Faches und hat schon Schriftzüge für die Nasa, Intel oder die olympischen Winterspiele gemacht. Apple wollte unbedingt eine größere Kampagne mit Grafiken von Seb Lester starten, wenn möglich mit symmetrischen Mustern. Da er selbst große Stücke auf iOrnament hält, hat sich diese Aktion so ergeben. Ich selbst kannte davon bis zum Erscheinen lediglich kleine Fragmente. Apple muss eben aufpassen, dass Werbeideen nicht zu früh publik werden. Umso größer war die Überraschung. Ich war zu diesem Zeitpunkt gerade in New York und bekam eine kurze E-Mail vom Apple Design-Team. Ich zog gleich los, um mir iOrnament-Grafiken im World Trade Center und in Grand Central anzuschauen. Wirklich surreal.

Was macht iOrnament so besonders?

Ein wichtiger Punkt ist sicherlich, dass iOrnament sowohl eine richtige Mathe-App als auch eine richtige Kunst-App ist. Auf beiden Seiten habe ich versucht, mein bestmögliches zu geben. Ich habe zum Beispiel unglaublich lange optimiert, bis sich das Zeichnen von Linien so natürlich wie möglich anfühlte. Erstaunlicherweise fließt genau in diese Stelle dann wieder eine ganze Menge echte Mathematik ein.

Warum ist so schwierig, eine glatte Linie zu zeichnen?

Wie gesagt, das Ganze soll sich so natürlich wie möglich anfühlen: Echtzeit, keine Pixelartefakte, extrem hoher Zoom-Bereich, feine Drucksensitivität, wenn man den Apple Pencil verwendet, und das Ganze unter der Randbedingung, dass die Muster gleichzeitig bis zu 2000-fach auf dem Bildschirm wiederholt werden müssen. Wenn möglich auch noch auf alter Hardware für den Schuleinsatz. Dazu kommt, dass in iOrnament aus diversen Gründen Linien, die während des Zeichnens auch Farbe, Größe und Deckkraft ändern können, genau deswegen aus vielen kleinen einzelnen Punkten zusammengesetzt werden. Will man das perfekt machen, so wird es schnell sehr rechenaufwendig und man braucht geschickte Lösungen, um dies umzusetzen.

Wir haben hier keine Angst vor dem Maschinenraum.

Okay, sie haben das so gewollt: Ein wesentliches Problem besteht darin, dass die Hardware bis zu 240 Sample-Punkte pro Sekunde liefert. Man bekommt diese als Liste, wenn das iPad nach dem Zeichnen einen Sekundenbruchteil Zeit zum Verschnaufen hat. Jetzt muss man versuchen, den aus diesen Daten erzeugten grafischen Inhalt möglichst schnell auf den Bildschirm zu bekommen. Passiert

das nicht schnell genug, sind beim nächsten Zeichnen noch mehr Daten aufgelaufen, der Effekt verstärkt sich exponentiell und das Zeichnen friert ein. Zugegebenermaßen hat es mich eine Weile Zeit gekostet, bis ich verstanden hatte, was da eigentlich abgeht. Man kann das Zeichnen durchaus so organisieren, dass so wenig wie möglich gemalt und so viel wie möglich kopiert wird, aber unter eine untere Schranke pro Datenmenge kommt man nicht. Die einzige Chance da rauszukommen, ist es, vor der Rechnung abzuschätzen, wie viel Rechnerei man sich erlauben kann, und unter dieser Randbedingung zu versuchen, das bestmögliche Ergebnis zu erzielen. Will man dann noch Rasterungsartefakte bei sehr großem und sehr kleinem Zoom vermeiden und gleichzeitig eine homogene Deckkraft bei nicht-voller Deckung erreichen, so müssen während des Zeichenprozesses geschickt Bezier-Approximationen, Umparameterisationen und vieles mehr durchgeführt werden. Ich glaube, das reicht als Bericht aus dem Maschinenraum.

Mal angenommen, ich habe eine schöne mathematische Idee für eine App. Ich habe aber noch nie eine App programmiert und kaum Affinität zum Programmieren. Wie mühselig ist es, aus meiner Idee eine schöne App zu machen?

Oh je, über das Thema könnte man ein Buch schreiben. Die Schwierigkeit ist, dass für eine schöne App mindestens drei Dinge zusammenkommen müssen. Es braucht eine gute Idee – die haben Sie ja –, dann braucht es das technische Know-how für die Umsetzung. Gerade bei Mathematik kann das ziemlich schwierig werden. Und schließlich braucht es Erfahrung in dem, was man beim Programmieren *UI* (User Interface) und *UX* (User eXperience) nennt. Und diese drei Teile müssen irgendwie kongenial zusammenarbeiten. Also am besten einen richtig guten Programmierer und einen richtig guten *UI/UX*-Experten ins Boot holen. Meiner Meinung nach ist das allerwichtigste aber, dass man das Projekt am Ende selbst mag und sein eigener *Main User* ist. Wenn man selbst daran Spaß hat, macht es oft auch anderen Spaß. Wesentlich dabei sind vielleicht gar nicht die investierte Zeit und Mühe, als vielmehr das Lokalisieren möglicher Bruchstellen. Was muss auf alle Fälle zuerst gelöst werden, damit am Ende die App heraus kommt, die ich mir vorstelle?

Zeichnen Sie eigentlich gerne – so ganz normal mit Papier und Stift?

Muster mochte ich schon immer, aber als Kind war ich miserabel in Kunst. Einmal sollten wir einen Fußballplatz malen. Ich hab den aus der Perspektive eines 10-jährigen im Publikum gemalt. Vom Fußballplatz war nicht viel zu sehen, aber das Strickmuster auf dem Pulli des Mannes, der die Sicht versperrte, war sehr schön ausgearbeitet. Ich gebe zu, dass mir gerade die Arbeit an iOrnament die Augen für Feinheiten in Linienführung, für die Besonderheit bestimmter Stifte, für Farbübergänge geöffnet hat. Vor drei Wochen habe ich mir ein Kalligrafieset gekauft, um Stifte besser zu verstehen ...