Die 58. Internationale Mathematik-Olympiade

Jürgen Prestin

Die 58. Internationale Mathematik-Olympiade fand vom 12. bis 23. Juli 2017 in Rio de Janeiro und damit erstmalig in Brasilien statt und stellte mit 111 teilnehmenden Ländern und 615 Schülerinnen und Schülern einen neuen Größenrekord auf.

Insgesamt 62 Mädchen nahmen in diesem Jahr teil. Ihr relativer Anteil von 10 % ist seit vielen Jahren fast konstant. Das deutsche Team bestand aus sechs Schülern, Eric Müller als stellvertretendem Delegationsleiter und dem Berichterstatter als Delegationsleiter.

Tabelle 1. Das deutsche Team

Name	Wohnort	Schule	Klasse
Armbruster, Alexander	Unterhaching	Lise-Meitner-Gymnasium Unterhaching	11
Drees, Martin	Cadolzburg	Dürer-Gymnasium Nürnberg	12
Juran, Branko	Berlin	Heinrich-Hertz-Oberschule Berlin	12
Meyer, Sebastian	Dresden	Martin-Andersen-Nexö-Gymnasium Dresden	12
Paul, Manfred	Rimpar	Deutschhaus-Gymnasium Würzburg	12
Walter, Jonas	Rostock	Gymnasium Reutershagen	10

Die vier Abiturienten hatten schon IMO-Erfahrung. 2016 in Hongkong gewannen Martin Drees und Sebastian Meyer eine Silber- und Branko Juran und Manfred Paul eine Bronzemedaille. Für Sebastian Meyer war es die inzwischen dritte IMO-Teilnahme; er erkämpfte sich 2015 in Thailand eine Bronzemedaille. Alle sechs Schüler können auf eine langjährige erfolgreiche Teilnahme an nationalen Mathematik-Wettbewerben zurückblicken.

Auswahl und Vorbereitung der deutschen Mannschaft

Für die Auswahl und Vorbereitung der deutschen Mannschaft wurde wie in den Vorjahren verfahren. Es qualifizierten sich 29 Schülerinnen und 137 Schüler durch die erfolgreiche Teilnahme an der Bundesrunde der Mathematik-Olympiade oder an der 2. Runde des Bundeswettbewerbs Mathematik für zwei Auswahlklausuren, die am 1. und 7. Dezember 2016 geschrieben wurden. Hieran nahmen 24 Schülerinnen und 116 Schüler teil.

Die 16 erfolgreichsten Klausurteilnehmer bildeten den Kandidatenkreis für das deutsche Team. Für diese 15 Schüler und eine Schülerin gab es Seminare über eine knappe Woche in Rostock, zwei verlängerte Wochenenden in Bad Homburg und die traditionelle Abschlusswoche am Mathematischen Forschungsinstitut in Oberwolfach. Der übliche dritte Wochenendlehrgang fand in diesem Jahr nicht in Bad Homburg, sondern direkt vor der Bundesrunde der Mathematik-Olympiade in Bremerhaven statt. Alle 16 Teilnehmer hatten sich für die Bundesrunde qualifiziert. Während dieser fünf Lehrgänge wurden von allen Kandidaten insgesamt sieben Klausuren geschrieben. Die sechs Besten qualifizierten sich für das IMO-Team, (s. Tabelle 1), dessen Zusammensetzung am 25. Mai in Oberwolfach offiziell bekannt gegeben wurde.

Zusätzlich gab es vom 16. bis 18. Juni einen von Dierck Schleicher organisierten Lehrgang an der Jacobs University Bremen, traditionell am Samstag mit dem Turnier „MatBoj“. Schließlich organisierte das Team selbstständig ein Intensivtraining, dass vom 24. bis 27. Juni in einer Jugendherberge in Bonn stattfand. Wie in den Vorjahren berichteten die Teilnehmer von intensiver Beschäftigung mit selbst herausgesuchtem Aufgabenmaterial.

Zum wiederholten Mal fand ein Zusatztraining im Vorfeld dieses Auswahlverfahrens statt. Eric Müller, Jens Reinhold, Lisa Sauermann und Florian Schweiger betreuten in der zweiten Jahreshälfte 2016 per E-Mail-Korrespondenz sehr intensiv acht Schüler, die schon an IMO-Vorbereitungslehrgängen teilgenommen hatten und die auch noch in diesem Jahr startberechtigt waren. Sieben dieser acht Schüler qualifizierten sich über die beiden Dezemberklausuren wieder für die Vorbereitungslehrgänge und belegten dort am Ende die ersten sieben Plätze.

Seit 2007 gibt es das Programm *Jugend trainiert Mathematik* (JuMa). Es wurde unter anderem zur besseren Vorbereitung unserer Schülerinnen und Schüler auf die IMO initiiert. Viele der erfolgreichen Teilnehmer an den bundesweiten Mathematik-Wettbewerben und auch unsere sechs IMO-Teilnehmer wurden durch dieses Projekt gefördert. Leider stehen für das neue Schuljahr 2017/18 nötige Finanzmittel nicht wie bisher zur Verfügung. Seit längerer Zeit versuchen daher die für JuMa verantwortlichen Kollegen zusammen mit dem Mathematik-Olympiaden e. V. Lösungen zu finden, die die weitere Durchführung von JuMa ermöglichen.

Die gesamte organisatorische Vorbereitung und Durchführung der Klausuren, der Seminare und der Reise wurden wiederum von der Geschäftsstelle der Bundesweiten Mathematik-Wettbewerbe unter Leitung von Hanns-Heinrich Langmann in gewohnt perfekter Weise abge-

DOI 10.1515/dmvm-2017-0048

Eröffnungsfeier der 58. IMO im Hotel Windsor Oceanico

Fotos: Unten rechts: Bruno de Lima/R2/IMO. Alle anderen: Christian Rodrigues/R2/IMO

wickelt. Allen, die an der Organisation und der Vorbereitung des deutschen Teams beteiligt waren, gebührt herzlicher Dank.

Der Ablauf der 58. IMO
Die Delegationsleiter der Länder, welche die internationale Jury bilden, reisten am 12./13. Juli an.

Die Eröffnungsfeier fand am 17. Juli im Hotel Windsor Oceanico statt. Vor der Parade der 111 Mannschaften gab es eine Schweigeminute für die drei Tage zuvor verstorbene iranische Fields-Medaillen-Preisträgerin Maryam Mirzakhani. Der Direktor des Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, Marcelo Viana, fand sehr emotionale Worte für diese Ausnahmemathematikerin, die 1994 und 1995 an der IMO teilgenommen und mit 41 und 42 Punkten jeweils eine Goldmedaille gewonnen hatte.

Am 18. und 19. Juli wurden vormittags die beiden 4½-stündigen Klausuren geschrieben. Zur Beantwortung der Verständnisfragen, die die Schüler in der ersten halben Stunde der Klausuren schriftlich stellen konnten, kamen die Delegationsleiter dieses Mal direkt zum Ort der Klausuren. Die schnelle Internetübertragung der Fragen und Antworten erschien den Veranstaltern zu unsicher. Außerdem gab es eine weitere echte Neuerung, die sicherstellen sollte, dass alle Teilnehmenden ihre Antworten innerhalb einer Stunde bekommen. Wenn, wie in den letzten Jahren, alle Antwortvorschläge erst von der gesamten Jury abgestimmt werden müssen, ist dies nicht zu schaffen. Erstmalig wurde daher pro Aufgabe ein Team von Koordinatoren und freiwilligen Jurymitgliedern gebildet, die die Antwortvorschläge mit den jeweiligen Delegationsleitern diskutiert und dann genehmigt haben. Dieses neue Verfahren hat wesentlich zur schnelleren Beantwortung der Fragen beigetragen.

Nach der Durchsicht der Schülerlösungen durch die Delegationsleitungen fand vom 20. bis 21. Juli die endgültige Festlegung der Bewertung mit den Koordinatoren statt. Hierzu hatten die Veranstalter ein Team von 82 Experten zusammengestellt. Aus Deutschland war in dieser Funktion Stephan Neupert von der LMU München beteiligt.

Am Vormittag des letzten Tages hielt der Fields-Medaillen-Preisträger Artur Ávila die inzwischen zur Tradition gewordene „IMO Lecture“. Er spannte den Bogen von seiner eigenen IMO-Goldmedaille (IMO 1995 in Toronto) hin zu seiner jetzigen Forschung.

Die Preisverleihung fand am 22. Juli wieder im Hotelkomplex der Teams statt. Nach dem Dank an die Sponsoren wurden alle Preisträger in größeren Gruppen auf die Bühne gebeten. Zum Abschluss wurde die IMO-Fahne feierlich an den nächsten Veranstalter Rumänien übergeben und mit einem Film über Cluj-Napoca und die IMO 2018 für das nächste Jahr eingeladen. An die Siegerehrung schloss sich die traditionelle Farewell Party an, auf der auch wieder das „goldene Mikrofon“ an das Jury-Mitglied mit den meisten Redebeiträgen in den Jury-Sitzungen überreicht wurde. In diesem Jahr ging dieser inoffizielle Preis an den israelischen Delegationsleiter Dan Carmon.

Fotos: Davi Campana/R2/IMO

Der Wettbewerb

Der Wettbewerb

An der 58. IMO nahmen 111 Länder mit 615 Schülerinnen und Schülern teil (vgl. die Ergebnisübersicht auf Seite 171).

Von den 109 Ländern, die an der IMO 2016 in Hongkong teilgenommen hatten, fehlten dieses Jahr Jamaika, Laos, Madagaskar und Nordkorea. Nepal beteiligte sich erstmalig an einer IMO. Außerdem nahmen nach einem Jahr Pause Bolivien, Kuba und Panama, nach zwei Jahren Pause Côte d'Ivoire und nach vier Jahren Pause Guatemala wieder teil.

Die internationale Jury, bestehend aus den 111 Delegationsleitern und dem Chairman aus dem veranstaltenden Land, begann am Morgen des 14. Juli mit ihrer Arbeit. Als Chairman fungierte Nicolau Saldanha. Die Arbeitsbedingungen der Jury in der Konferenzetage des Jury-Hotels waren insgesamt sehr gut. Wie auf der IMO des vergangenen Jahres wurden die meisten Abstimmungen wieder elektronisch mit kleinen kabellosen Fernbedienungen durchgeführt.

Jedes teilnehmende Land hat das Recht, Aufgabenvorschläge einzureichen. In diesem Jahr wurden den Veranstaltern 150 Aufgaben aus 51 Ländern zugesandt. Eine Aufgabenkommission des Veranstalters (Problem Selection Committee, PSC) stellte daraus im Vorfeld der IMO Aufgaben für eine Shortlist zusammen, welche die Grundlage für die Auswahl der Jury bildeten. Neben fünf einheimischen Mitgliedern gehörten zum PSC die beiden langjährigen, erfahrenen Mitglieder Ilya Bogdanov aus Russland und Géza Kós aus Ungarn sowie Zhuo Qun Song aus Kanada, der von 2010 bis 2015 mit einer Bronze- und insgesamt fünf Goldmedaillen der bisher erfolgreichste IMO-Teilnehmer ist.

Üblicherweise besteht die Shortlist aus 30 Aufgaben; wie im letzten Jahr waren es aber wieder 32, je acht aus den klassischen vier Gebieten Algebra, Kombinatorik, Geometrie und Zahlentheorie. Der deutsche Aufgabenvorschlag fand leider nicht den Weg in die Shortlist.

Die Auswahl der Aufgaben durch die Jury erfolgte nach bewährtem Muster. Nach allgemeiner Diskussion und Ausschluss einiger Aufgaben, die zu große Ähnlichkeit zu Aufgaben hatten, die in einzelnen Ländern gerade benutzt wurden, begann die Auswahl. Diese erfolgte auf der Grundlage des *Beauty Contest*, in dem jedes Jury-Mitglied die Eleganz und den Schwierigkeitsgrad der einzelnen Aufgaben persönlich bewerten konnte. Zusammen mit dem Beauty Contest des PSC wurde so eine gute Voraussetzung geschaffen, um für jedes der vier Themengebiete die beste leichte und die beste mittelschwere Aufgabe auszuwählen. Aus diesen acht Aufgaben wurden dann zwei leichte und zwei mittelschwere Aufgaben ausgewählt, sodass jedes der vier Gebiete vertreten war. Danach wurden die zwei schweren Aufgaben ausgesucht, sodass bis zum späten Abend des 15. Juli die sechs Aufgaben festgelegt waren. Am Vormittag des 16. Juli tagten dann die englischen Muttersprachler und stellten der Jury eine sprachlich überarbeitete Fassung der Originaltexte aus der Shortlist vor.

Fotos: Rechts unten: Davi Campana/R2/IMO. Alle anderen: Bruno de Lima/R2/IMO

Erholung

Nachdem die Jury diese finale englische Version bestätigt hatte, wurden die Aufgaben in die vier anderen offiziellen Sprachen Deutsch, Französisch, Russisch und Spanisch übersetzt und nach einiger Diskussion, besonders zu den Aufgaben 3 und 5, ebenfalls von der Jury bestätigt. Jeder Schüler und jede Schülerin erhält die Aufgaben in der Muttersprache und einer zweiten Sprache eigener Wahl. Demgemäß übersetzten die entsprechenden Delegationsleiter die Aufgabentexte in die restlichen 53 Sprachen. Auch alle diese Versionen wurden nach Prüfung durch die Jury bestätigt. Ab dem nächsten Jahr sollen alle Schüler bis zu drei Sprachversionen erhalten, damit sichergestellt ist, dass sie mindestens eine der fünf offiziellen Sprachversionen vorliegen haben. Insgesamt standen die Aufgaben in 58 Sprachversionen zur Verfügung und sind auf www.imo-official.org verfügbar.

Bei der Bewertung der Lösungen wurden 34,7 % der möglichen Punkte vergeben. Diese IMO lag damit wie 2016 mit 35,2 % gut im Durchschnitt der letzten zehn Jahre. Die beiden Extrema in diesen zehn Jahren waren 2014 mit 38,2 % und 2015 mit 30,9 %.

Allerdings ergab sich bei der Verteilung der Punkte auf die sechs Aufgaben eine Besonderheit. Die beiden leichten Aufgaben wurden von vielen als wirklich (relativ) leicht angesehen, wohingegen sich die Aufgaben 2, 3, 5 und 6 als ausgesprochen schwer herausstellten. Tabelle 2 belegt dies sehr anschaulich. Die spannende Aufgabe 3 ist sogar die IMO-Aufgabe mit den wenigsten durchschnittlich erreichten Punkten überhaupt! Auch die diesjährige Aufgabe 6 schafft es noch unter die Top 7. Aufgaben mit absolut nicht mehr als 26 erreichten Punkten gab es nur 1959–1963 und 1971. Es überrascht daher nicht, dass auf keiner der vorherigen 57 IMOs der beste Teilnehmer so wenig Punkte wie die drei besten Teilnehmer in diesem Jahr erreichte. Je ein Schüler aus dem Iran, Japan und Vietnam erreichte 35 Punkte.

In der *Hall of Fame* aller IMO-Teilnehmer seit 1959 (www.mathematik-olympiaden.de oder www.imo-official.org/hall.aspx) gab es an der Spitze keine Veränderungen. In dieser Liste liegen unverändert Lisa Sauermann auf Platz 3, Christian Reiher auf Platz 5, Wolfgang Burmeister auf Platz 7, Martin Härterich auf Platz 10 und Peter Scholze auf Platz 11. Auch im exklusiven *Club der IMO-Teilnehmer mit mindestens 3 Goldmedaillen* gab es in diesem Jahr keine Neuaufnahmen.

Das Reglement sieht vor, dass nicht mehr als die Hälfte der Teilnehmer einen Preis erhält und dass die Anzahlen der 1., 2. bzw. 3. Preise möglichst das Verhältnis 1 : 2 : 3 aufweisen sollten. Die diesjährigen Punktgrenzen sind in Tabelle 4 angegeben. Wieder wurde darüber anonym in der Jury abgestimmt. Anonym meint hier, dass der Jury gesagt wurde: „Wenn man für n Punkte eine Medaille bekommt, dann werden insgesamt 318 Medaillen vergeben, bei Punktgrenze $n + 1$ genau 291 Medaillen.“ Bei der Juryabstimmung, ob mehr als die laut Reglement möglichen 307 Teilnehmer eine Medaille bekommen sollen und bei der n den Jurymitgliedern noch unbekannt war, wurde die Zweidrittelmehrheit zum Überstimmen

Foto: Christian Rodrigues/R2/IMO

Das deutsche Team: Mylla Coffaro Ferreira (Guide), Jonas Walter, Sebastian Meyer, Martin Drees, Manfred Paul, Branko Juran, Alexander Armbruster (v. l. n. r.)

des Reglements knapp verfehlt. Analog wurde auch bei den Grenzen für Silber und Gold von der Jury anonym die jeweils höhere Punktgrenze ausgewählt. Es gab auch in diesem Jahr keinen Sonderpreis für die besonders elegante Lösung einer Aufgabe.

Das deutsche Team
Das Ergebnis des deutschen Teams findet man in Tabelle 5. Gefreut haben wir uns über die vier Medaillen. Manfred Paul und Sebastian Meyer haben die Bronzemedaille nur um einen Punkt verpasst. Auch Alexander Armbruster und Jonas Walter haben Gold beziehungsweise Silber jeweils um nur einen Punkt verfehlt. In der inoffiziellen Länderwertung liegen wir in diesem Jahr auf Rang 33, nach Rang 19 auf der letztjährigen IMO in Hongkong. In den Jahren davor erzielten wir 2015 in Thailand und 2013 in Kolumbien Rang 27 und 2014 in Südafrika Rang 16.

Die beiden Besten aus dem Team können sich wieder für die IMO 2018 qualifizieren, Jonas Walter kann sogar noch zweimal teilnehmen.

Häufig wird die Frage gestellt, in welchen Gebieten die deutschen Schüler besonders gut bzw. schlecht sind. In diesem Jahr mit zwei leichten, aber kaum mittelschweren Aufgaben ist Tabelle 2 dazu eher wenig aussagekräftig.

Ausblick
In diesem Jahr bestätigte die Jury den Veranstalter für 2022 (vgl. Tabelle 6). Eine Interessensbekundung aus Japan für eine IMO 2023 in Tokio liegt vor.

Das IMO-Board
In diesem Jahr beschloss die Jury einige kleinere Änderungen des Reglements. Dazu gehört die Umbenennung des IMO-Advisory-Boards und des Vorsitzenden in IMO-Board und Präsident. Turnusgemäß fanden keine Wahlen statt, sodass sich nur Änderungen bei den Ex-Officio-Mitgliedern ergaben. Die neue Zusammensetzung dieses Gremiums ist in Tabelle 7 angegeben.

Weitergehende Informationen über die IMO

Speziell zu den IMOs sind die beiden folgenden Webseiten empfehlenswert:

www.imo-official.org
www.mathematik-olympiaden.de/IMOs/imo.html

Für weitere Informationen zu mathematischen Schülerwettbewerben sei auf die Webseite www.mathe-wettbewerbe.de hingewiesen.

Tabelle 2. Die Ergebnisse der einzelnen Aufgaben

Aufgabe	Gebiet	Alle (%)	Top 10 (%)	Deutsches Team (%)
1	Zahlentheorie	84,9	99,0	97,6
2	Algebra	32,9	68,1	38,1
3	Kombinatorik	0,6	1,4	0,0
4	Geometrie	71,8	98,8	81,0
5	Kombinatorik	13,8	42,6	35,7
6	Zahlentheorie	4,2	30,5	0,0
Alle		34,7	56,7	42,1

Tabelle 3. Kleinste durchschnittlich erreichte Punktzahl seit der 1. IMO 1959

∅	Absolute Punkte	Aufgabe	Jahr
0,042	$3\times1+1\times4+1\times5+2\times7=26$	3	2017
0,152	$40\times1+2\times2+5\times7=79$	6	2007
0,168	$2\times1+1\times2+10\times3+6\times4+2\times5+1\times6+3\times7=95$	6	2009
0,187	$11\times1+3\times2+3\times3+1\times5+1\times6+8\times7=93$	6	2006
0,251	$25\times1+14\times2+2\times5+3\times6+10\times7=151$	3	2016
0,260	$31\times1+9\times2+1\times6+12\times7=139$	6	2008
0,294	$24\times1+9\times2+5\times3+4\times4+2\times5+14\times7=181$	6	2017
0,296	$15\times1+6\times2+6\times3+2\times4+6\times5+4\times6+7\times7=156$	6	2013

Tabelle 4. Die Punktgrenzen für die Preise

48	Goldmedaillen	für ≥ 25 Punkte (von 42)
90	Silbermedaillen	für ≥ 19 Punkte
153	Bronzemedaillen	für ≥ 16 Punkte
291	Medaillen	bei 615 Teilnehmern

Tabelle 5. Die Ergebnisse des deutschen Teams

Name	Punkte	Preis
Alexander Armbruster	24	Silber
Jonas Walter	18	Bronze
Branko Juran	17	Bronze
Martin Drees	17	Bronze
Manfred Paul	15	Ehrende Erwähnung
Sebastian Meyer	15	Ehrende Erwähnung

Tabelle 6. Die nächsten IMOs

Jahr	Land	Ort	Zeitraum
2018	Rumänien	Cluj-Napoca	03.–14. Juli 2018
2019	Vereinigtes Königreich	Bath	11.–22. Juli 2019
2020	Russland	St. Petersburg	07.–18. Juli 2020
2021	USA		
2022	Norwegen		

Tabelle 7. Die Mitglieder des IMO-Boards

	Amtszeit
Präsident: Geoff Smith (Vereinigtes Königreich)	bis 2018
Sekretär: Gregor Dolinar (Slowenien)	bis 2020
Mitglied: Nazar Agakhanov (Russland)	bis 2018
Mitglied: Dávid Kunszenti-Kovács (Norwegen)	bis 2020
Mitglied: Yongjin Song (Südkorea)	bis 2018
ex officio IMO 2017: Edmilson Luis Rodrigues Motta (Brasilien)	bis 2018
ex officio IMO 2018: Radu Gologan (Rumänien)	bis 2019
ex officio IMO 2019: Geoff Smith (Vereinigtes Königreich)	bis 2020

Prof. Dr. Jürgen Prestin, Institut für Mathematik, Universität zu Lübeck,
Ratzeburger Allee 160, 23562 Luebeck
prestin@math.uni-luebeck.de

Jürgen Prestin ist seit 2000 Inhaber einer Professur für Mathematik an der Universität zu Lübeck. Seine Forschungsschwerpunkte liegen in Approximationstheorie und Fourier-Analysis. Seit 2010 ist er 1. Vorsitzender des Mathematik-Olympiaden e. V. und seit 2015 Delegationsleiter der deutschen IMO-Mannschaft.

1. Tag

1. Für jede ganze Zahl $a_0 > 1$ sei die Folge $a_0, a_1, a_2, \ldots$ gegeben durch

$$a_{n+1} = \begin{cases} \sqrt{a_n} & \text{falls } \sqrt{a_n} \text{ ganzzahlig,} \\ a_n + 3 & \text{sonst,} \end{cases} \qquad \text{für alle } n \geqslant 0.$$

Man bestimme alle Werte von a_0, so dass es eine Zahl A gibt, mit $a_n = A$ für unendlich viele Werte von n.

(Südafrika)

2. Es sei $\mathbb{R}$ die Menge der reellen Zahlen. Man bestimme alle Funktionen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, so dass für alle reellen Zahlen x und y gilt

$$f\big(f(x)f(y)\big) + f(x+y) = f(xy).$$

(Albanien)

3. Ein Jäger und ein unsichtbarer Hase spielen in der euklidischen Ebene ein Spiel. Der Ausgangspunkt A_0 des Hasen und der Ausgangspunkt B_0 des Jägers sind gleich. Nach $n-1$ Runden des Spiels befinden sich der Hase im Punkt A_{n-1} und der Jäger im Punkt B_{n-1}. Die n-te Runde des Spiels besteht aus drei Schritten in der angegebenen Reihenfolge:

(i) Der Hase bewegt sich unsichtbar zu einem Punkt A_n, so dass der Abstand zwischen A_{n-1} und A_n genau eins ist.

(ii) Ein Ortungsgerät meldet dem Jäger einen Punkt P_n. Die einzige Garantie, die das Ortungsgerät dem Jäger gibt, ist, dass der Abstand zwischen P_n und A_n höchstens eins ist.

(iii) Der Jäger bewegt sich sichtbar zu einem Punkt B_n, so dass der Abstand zwischen B_{n-1} und B_n genau eins ist.

Ist es immer möglich, egal wie sich der Hase bewegt und egal welche Punkte das Ortungsgerät meldet, dass der Jäger seine Bewegungen so wählen kann, dass der Abstand zwischen ihm und dem Hasen nach 10^9 Runden höchstens 100 ist?

(Österreich)

2. Tag

4. Es seien R und S verschiedene Punkte auf einem Kreis Ω, so dass RS kein Durchmesser ist. Es sei ℓ die Tangente an Ω in R. Der Punkt T liegt so, dass S der Mittelpunkt der Strecke RT ist. Ein Punkt J ist auf dem kleineren Bogen RS von Ω so gegeben, dass der Umkreis Γ des Dreiecks JST die Gerade ℓ in zwei verschiedenen Punkten schneidet. Es sei A derjenige gemeinsame Punkt von Γ und ℓ, der näher an R liegt. Die Gerade AJ schneidet Ω in einem weiteren Punkt K.

Man beweise, dass die Gerade KT den Kreis Γ berührt.

(Luxemburg)

5. Gegeben sei eine ganze Zahl $N \geqslant 2$. Eine Gruppe von $N(N+1)$ Fußballspielern, von denen keine zwei gleich groß sind, steht in einer Reihe. Pelé möchte $N(N-1)$ Spieler so aus dieser Reihe entfernen, dass eine neue Reihe von $2N$ Spielern verbleibt, in der die folgenden N Bedingungen gelten:

(1) Niemand steht zwischen den beiden größten Spielern.

(2) Niemand steht zwischen dem drittgrößten und dem viertgrößten Spieler.

$\vdots$

(N) Niemand steht zwischen den beiden kleinsten Spielern.

Man zeige, dass dies immer möglich ist.

(Russland)

6. Ein geordnetes Paar (x, y) ganzer Zahlen heißt *teilerfremder Gitterpunkt*, wenn der größte gemeinsame Teiler von x und y eins ist. Für eine gegebene endliche Menge S teilerfremder Gitterpunkte beweise man, dass es eine positive ganze Zahl n und ganze Zahlen $a_0, a_1, \ldots, a_n$ gibt, so dass für alle (x, y) in S gilt:

$$a_0x^n + a_1x^{n-1}y + a_2x^{n-2}y^2 + \cdots + a_{n-1}xy^{n-1} + a_ny^n = 1.$$

(USA)

Arbeitszeit: 4½ Stunden an jedem Tag.
Bei jeder Aufgabe waren 7 Punkte erreichbar.

58. IMO 2017 – Länderübersicht (inoffiziell)

N	Land	P	G	S	B
1	Republik Korea	170	6	–	–
2	Volksrepublik China	159	5	1	–
3	Vietnam	155	4	1	1
4	USA	148	3	3	–
5	Islamische Republik Iran	142	2	3	1
6	Japan	134	2	2	2
7	Singapur	131	2	1	2
	Thailand	131	3	–	2
9	Taiwan	130	1	4	1
	Vereinigtes Königreich	130	3	–	2
11	Russland	128	1	3	2
12	Georgien	127	1	2	3
	Griechenland	127	1	4	1
14	Tschechische Republik	122	1	2	2
	Ukraine	122	1	2	2
	Weißrussland	122	1	1	4
17	Philippinen	120	–	3	3
18	Bulgarien	116	–	4	2
	Italien	116	2	1	1
	Niederlande	116	1	2	1
	Serbien	116	–	4	2
22	Polen	115	1	–	5
	Rumänien	115	–	3	2
	Ungarn	115	2	1	1
25	Kasachstan	113	1	2	1
26	Argentinien	111	1	2	1
	Bangladesch	111	–	2	2
	Hongkong	111	1	1	3
29	Kanada	110	1	2	2
30	Peru	109	–	2	3
31	Indonesien	108	–	2	3
32	Israel	107	–	3	2
33	Deutschland	106	–	1	3
34	Australien	103	–	3	2
35	Kroatien	102	–	2	3
	Türkei	102	–	1	3
37	Brasilien	101	–	2	1
	Malaysia	101	–	2	2
39	Frankreich	100	–	2	2
	Saudi-Arabien	100	–	2	2
41	Armenien	99	–	2	2
42	Aserbaidschan	98	–	–	4
43	Mexiko	96	–	1	2
44	Bosnien und Herzegowina	95	–	–	4
	Tadschikistan	95	–	–	3
46	Macao	94	1	–	–
	Neuseeland	94	–	–	3
48	Mongolei	93	–	1	2
	Republik Zypern	93	–	–	5
	Turkmenistan	93	–	–	2
51	Schweden	91	–	1	2
52	Indien	90	–	–	3
	Slowenien	90	–	–	2
54	Portugal	89	–	–	2
55	Spanien	86	–	–	3
56	Syrien	85	–	1	–
57	Lettland	84	–	–	3
58	Moldawien	83	–	1	–
	Schweiz	83	–	–	1
60	Kolumbien	81	–	–	1
	Südafrika	81	–	–	2
62	Belgien	80	–	1	2
	Irland	80	–	–	2
	Sri Lanka	80	–	–	3
65	Dänemark	77	–	–	1
	Ehem. Jug. Rep. Mazedonien	77	–	–	1
67	Kirgisistan	75	–	–	2
	Marokko	75	–	–	1
	Slowakei	75	–	–	1
70	Österreich	74	–	2	–
71	Estland	72	–	1	–
72	Norwegen	71	–	–	2
73	Algerien	70	–	–	1
74	Litauen	69	–	–	2
	Usbekistan (5)	69	–	1	–
76	Albanien	67	–	–	1
	Chile	67	–	–	1
78	Ecuador	66	–	–	1
79	Tunesien (5)	59	–	–	1
	Venezuela (5)	59	–	–	2
81	Costa Rica	58	–	–	–
	Pakistan	58	–	–	1
83	El Salvador (4)	57	–	–	1
84	Finnland	56	–	–	–
85	Kosovo (5)	55	–	–	1
	Puerto Rico (5)	55	–	–	–
87	Nigeria (4)	51	–	–	–
88	Paraguay	48	–	–	–
89	Island	45	–	–	–
	Luxemburg	45	–	–	1
91	Nicaragua (4)	44	–	–	1
92	Uruguay	43	–	–	–
93	Montenegro (4)	42	–	–	1
94	Bolivien	41	–	–	–
95	Liechtenstein (3)	22	–	–	–
	Uganda	22	–	–	–
97	Guatemala (4)	20	–	–	–
98	Botswana	19	–	–	–
99	Myanmar	15	–	–	–
	Panama (1)	15	–	–	–
	Trinidad und Tobago (1)	15	–	–	–
102	Irak (4)	13	–	–	–
	Kuba (1)	13	–	–	–
104	Honduras (2)	12	–	–	–
105	Côte d'Ivoire	11	–	–	–
	Kambodscha	11	–	–	–
107	Kenia	8	–	–	–
108	Ghana (1)	6	–	–	–
109	Tansania (2)	5	–	–	–
110	Nepal	3	–	–	–
	Ägypten (3)	3	–	–	–

Legende: N – Platzierung, P – Punktzahl, G – Anzahl der Goldmedaillen, S – Anzahl der Silbermedaillen, B – Anzahl der Bronzemedaillen. Jede Mannschaft bestand aus sechs bzw. der in Klammern angegebenen Anzahl von Schülerinnen und Schülern. Eine vollständige Mannschaft (sechs Personen) konnte maximal 252 Punkte erreichen.