Logbuch Mathematik

Thilo Kuessner

Wäre er noch am Leben gewesen, hätte keine ausgefeilte ästhetische Theorie mich schützen können – nicht vor einer Verleumdungsklage, nicht vor seinem Zorn.

Daniel Kehlmann, *Wo ist Carlos Montúfar? Über Bücher*, 2005

Die Vermessung der Wirklichkeit

So will es Kehlmann durch den Kopf gegangen sein, als er (erst) kurz vor Ende der Arbeit an seinem Roman *Die Vermessung der Welt* erstmals Gauß' Wirkungsstätte – die Göttinger Sternwarte – betrat.

Ein Erzähler operiert mit Wirklichkeiten. Aus dem Wunsch heraus, die vorhandene nach seiner Vorstellung zu korrigieren, erfindet er eine zweite, private, die in einigen offensichtlichen Punkten und vielen gut versteckten von jener ersten abweicht. [...] Zum Beispiel, die unerwartete Konfrontation mit einer sehr realen Maschine, entwickelt von jemandem, den er in manchen Augenblicken bereits für seine eigene Erfindung hielt.

In der Sternwarte habe er die Telegraphenanlage besichtigt, die in einer Szene des Romans vorkommt. Dort im Roman kommuniziert der gebrechlich gewordene Gauß mit seinem Mitarbeiter Weber über diese Anlage, wobei er aber eigentlich mehr mit sich selbst und mit bereits verstorbenen Kollegen spricht. Kehlmann wurde nun – so beschreibt er es in seinem Essay – vor der Anlage stehend unmittelbar klar, dass es eine solche Szene nicht gegeben haben kann. Der Ausschlag der Nadel ist zu schwach. Der Empfänger würde ihn nur wahrnehmen, wenn ihm das Eintreffen einer Nachricht zuvor angekündigt worden wäre. Spontane Gedankensplitter eines alten Mannes konnten so also nicht übertragen werden, jedenfalls hätte sie niemand vernommen. Kehlmann beschloss, für den Roman trotzdem bei seiner Darstellung zu bleiben.

Narrativisierung in Journalismus und Forschung

Ende Dezember löste der Skandal der im SPIEGEL erschienenen erfundenen Reportagen eine Diskussion über „schöpferischen Journalismus“ (Alexander Wendt) aus. Im Nachhinein schien es eigentlich allen klar, dass die fraglichen Geschichten „von einer Glätte, Perfektion und Detailbesessenheit“ (Giovanni di Lorenzo) waren, dass sie so eigentlich nicht passiert sein konnten. Da war etwa ein fünf Stunden langes Interview, das der Reporter in den USA mit einer 99-jährigen Widerstandskämpferin geführt haben wollte, in dem diese aktuelle Ereignisse in Deutschland mit passenden Kommentaren versieht. Oder die Kriegsreportage aus Syrien, wo er noch die genaue Anzahl der in einen bestimmten Keller führenden Stufen anzugeben vermochte: 15.

Exakte Zahlen scheinen einer Reportage besondere Glaubwürdigkeit zu verleihen. Im SPIEGEL-Artikel über die Enttarnung des falschen Reporters wurde dann sogar dessen genaue Büronummer erwähnt: 09-161.

Für die Wissenschaftskommunikation stieß die Affäre des SPIEGEL auf eine bereits zuvor begonnene Diskussion. Julika Griem, Vizepräsidentin der DFG, hatte (noch wenige Wochen vor dem Bekanntwerden der Relotius-Affäre) auf dem *Forum Wissenschaftskommunikation* die „Narrativisierung und Eventisierung“ der Forschung beklagt.

Ist ein Modus, mit dem Ereignisse nicht nur chronologisch, sondern auch kausal so angeordnet werden, dass eine Ordnung aus Anfang, Mitte und Ende und ein Fluchtpunkt der Auflösbarkeit und Schließung entsteht, wirklich der einzig geeignete zur Vermittlung wissenschaftlicher Komplexität? [tinyurl.com/y2bqzfr6]

Dagegen wandte sich Tobias Maier vom Karlsruher Institut für Wissenschaftskommunikation (nach Bekanntwerden der Relotius-Affäre) auf weitergen.de gegen diejenigen, „die es immer schon wussten“ und nun meinten, dass „die Reportage [...] als Format ausgedient hat.“ (tinyurl.com/yxq4tat7)

Wer als Wissenschaftlerin oder Wissenschaftler Zielgruppen jenseits der eigenen Fachcommunity erreichen will, muss lernen, die sachliche Wohlfühlecke zu verlassen. Eine gute Geschichte bleibt eine gute Geschichte. Sie soll das erzählen, was die Daten aussagen. Und wahr muss sie sein.

Wahr oder nicht wahr?

Oft entfalten gerade jene Geschichten die größte Wirkung, die unbelegt und durchaus zweifelhaft sind. Hat Thales wirklich den Ägyptern erklärt, wie die Höhe der Cheops-Pyramide zu bestimmen sei? Musste Carl Friedrich Gauß wirklich im Schulunterricht die Zahlen von 1 bis 100 addieren? Hat Galois die Gruppentheorie erst in der Nacht vor seinem Tod gefunden? Hat Hilbert schon 1891 von Tischen, Stühlen und Bierseideln gesprochen? Und stimmt es wirklich, dass er dem Minister Rust auf eine entsprechende Frage geantwortet habe, das Institut in Göttingen gebe es nicht mehr? (Für die erste Anekdote gibt es immerhin Hilberts eigene Bestätigung, für die zweite wohl nicht einmal das.) Hat Lorenz

wirklich nur aus Versehen die letzten drei Nachkommastellen einzutippen vergessen? Glaubte Donaldson tatsächlich, er habe die Diagonalisierbarkeit aller positiv definiten, unimodularen, quadratischen Formen bewiesen?

Das ist keine Mathematik!

In den 15 Beiträgen eines 2012 bei Princeton University Press unter dem auf Archimedes anspielenden Titel *Circles Disturbed. The Interplay of Mathematics and Narrative* erschienenen Sammelbandes wird überwiegend mit viel Sympathie auf die Bedeutung von Narrativen für die Mathematik eingegangen. Aber es wird auch in einem der Artikel *Theology and its Discontents: The Origin Myth of Modern Mathematics* (ursprünglich verfasst 2007 von Colin McLarty) die Geschichte eines „Gründungsmythos der modernen Mathematik“ dekonstruiert.

Es geht um den Beweis des Basissatzes in der Invariantentheorie. Da hatte es im 19. Jahrhundert einen Erlanger Mathematiker gegeben, Paul Gordan, der ein Meister in der Manipulation langer algebraischer Ausdrücke war. Manche seiner Gleichungen erstreckten sich über mehrere Seiten. Und er soll sich angeblich komplett verweigert haben, als David Hilbert zu dieser Theorie dann einen algebraischen Zugang ganz ohne Rechnungen fand.

In der Invariantentheorie geht es um Invarianten von Polynomen, die unter linearen Transformationen invariant sind. Zum Beispiel ist für quadratische Polynome $ax^2 + bxy + cy^2$ die Diskriminante $b^2 - 4ac$ invariant unter den $SL(2, \mathbb{C})$ -Transformationen der Variablen (x, y) , und alle anderen Invarianten sind Vielfache der Diskriminante. Gordan hatte 1868 bewiesen, dass es für homogene Polynome in zwei Variablen auch in höheren Graden endlich viele Invarianten gibt, aus denen sich alle anderen Invarianten gewinnen lassen. Seine Versuche, das auf Polynome mit drei und mehr Variablen auszudehnen, waren aber 20 Jahre lang nicht erfolgreich. Mit völlig neuen, abstrakten Methoden der kommutativen Algebra gelang dann 1888 Hilbert der Beweis im allgemeinen Fall. Sein Beweis war zunächst nicht konstruktiv, erst später fand er auch einen Algorithmus zur Konstruktion der erzeugenden Invarianten. Die Arbeit gilt oft als Geburtsstunde der modernen Mathematik, weil auf Hilberts Methoden später die abstrakte Algebra (Noether, ...) und die Neubegründung der algebraischen Geometrie (Zariski, Grothendieck, ...) aufbauten.

Die weitere Geschichte nach Hilberts Entdeckung wird in der Populärliteratur wie auch in manchen Lehrbüchern der algebraischen Geometrie so erzählt, dass Gordan die neuen Methoden Hilberts rundweg abgelehnt habe und zu der ihm zugeschickten Arbeit nur lapidar meinte „Das ist keine Mathematik, das ist Theologie!“, womit er ihren Abdruck in den Mathematischen Annalen verweigert hätte. Erst später, als Hilbert mit seinen Methoden dann doch einen konstruktiven Algorithmus fand, habe er eingeräumt, dass „auch die Theologie ihre Verdienste“ habe.

In C. Reids Hilbert-Biographie wird diese Geschichte dann auf eine Art ausgeschmückt (und mit Bewertun-

gen versehen), die durchaus an die Reportagen Relotius' erinnert.

A one-sided, impulsive man, Gordan was to leave a curiously negative mark upon the history of mathematics; but he had a sharp wit, a deep capacity for friendship, and a kinship with youth. Walks were a necessity of life for him. When he walked by himself, he did long computations in his head, muttering aloud. In company, he talked all the time. He liked to “turn in” frequently. Then, sitting in some cafe in front of a foaming stein of the famous Erlangen beer, surrounded by young people, a cigar always in his hand, he talked on, loudly, with violent gestures, completely oblivious of his surroundings. Almost all of the time he talked about the theory of algebraic invariants. [...] The reaction of some mathematicians [auf Hilberts Beweis] was similar to what must have been the reaction of the Phrygians to Alexander’s “untying” of the knot. They were not at all sure that he had untied it. [...] Gordan himself announced in a loud voice that has echoed in mathematics long after his own mathematical work has fallen silent: „Das ist nicht Mathematik. Das ist Theologie.“ Hilbert had now publicly taken a position in the current controversy provoked by Kronecker over the nature of mathematical existence. Kronecker insisted that there could be no existence without construction. For him, as for Gordan, Hilbert’s proof of the finiteness of the basis of the invariant system was simply not mathematics.

In Wirklichkeit war es allerdings ganz anders. Gordan war von Hilberts Arbeit sehr angetan und wollte sie nur deshalb nicht sofort in den Annalen veröffentlichen, weil er kleinere Fehler fand, die zuvor korrigiert werden sollten. Der Vergleich mit der Theologie sollte gerade seine Bewunderung ausdrücken. In schriftlicher Form erschien das Zitat erst nach Gordans Tod als Randnotiz in einer Laudatio Max Noethers. Eine Reihe von Göttinger Mathematikern nahm es in den folgenden Jahrzehnten auf. Die Geschichte war einfach zu schön und es störte auch nicht, dass jeder sie etwas anders erzählte.

Ein Primzahlknochen

Vor dem Naturkundemuseum in Brüssel steht ein Denkmal für eines der im Museum verwahrten Exponate, einen Knochen mit Einritzungen, die in Gruppen zu 19, 17, 13 und 11 Strichen (oder 5, 14, 17, 13 und 11 Strichen, je nach Sichtweise) angeordnet sind. Der Knochen stammt aus dem Kongo, ist etwa zweiundzwanzigtausend Jahre alt, und es ist natürlich bemerkenswert, dass Menschen damals schon bis 19 gezählt haben sollen. (Wobei diese Deutung aber durchaus umstritten ist.)

In Brüssel geht man allerdings noch weiter und behauptet, dass dieser Knochen sogar schon eine Beschäftigung mit Primzahlen belegt – es könne ja kein Zufall sein, dass dort alle Primzahlen zwischen 10 und 20 vorkommen. Nun hat mensch nach Stand der historischen Forschung ungefähr vor 2500 Jahren begonnen, sich mit Teilbarkeit zu befassen. Eine Beschäftigung mit Primzahlen vor mehr als 20000 Jahren ist also ungefähr so plausibel wie die These, dass Fermat die Modularität elliptischer Kurven vorhergesehen habe – da er ja eine der Folgerungen schon kannte – oder Pythagoras die Definition des Abstandes im n -dimensionalen Raum. Man wird freilich auch das Gegenteil nicht beweisen können. Trotzdem ist die Geschichte vom Primzahlknochen keine gut erfundene: Was soll man aus ihr lernen?

Eine Schulbuchreihe und ihre Geschichte

Der *Lambacher Schweizer* ist vielleicht die älteste deutsche Schulbuchreihe. Ihre Geschichte geht in den Sommer 1945 zurück, als die Alliierten Wilhelm Schweizer anfragten, neue – von politischen Inhalten bereinigte – Mathematiklehrbücher für die gymnasiale Mittelstufe zu verfassen. Gemeinsam mit Theophil Lambacher erstellte Schweizer dann bis 1947 drei Bände, die sich inhaltlich stark am bis dahin verwendeten *Kölling Löffler* orientierten, freilich ohne dessen Sachaufgaben. In den Folgejahren bis 1952 wurde dann unter Mitarbeit verschiedener Autoren die Lehrbuchreihe komplettiert. 1958 entschloß sich der Verlag, die Reihe neu herauszubringen, Schweizer wurde alleiniger Herausgeber und inzwischen blickt die Lehrbuchreihe auf eine dreistellige Zahl an Büchern von zahlreichen (aktuell ca. 80) Autoren zurück.

Erstaunliches über die Entstehung dieser Reihe erfuhr man vor einigen Jahren aus einem elf DIN A4-Seiten langen Interview mit einem damals 97-jährigen Emeritus, erschienen im Mitgliederblatt eines deutschen Fachverbandes.

Theophil Lambacher hatte nur die Lizenz beschafft, weil er politisch eine blütenweiße Weste hatte. Wilhelm Schweizer hingegen ist nach 1945 aus dem Schuldienst entfernt worden. [...] Zu dem berühmten Lehrwerk hat Lambacher so gut wie nichts beigetragen.

In der nach dem Tod des Interviewten geschriebenen englischen Übersetzung wurde der letzte Satz dann noch „verbessert“ zu “He contributed nothing at all to the textbook mentioned above.”

Anders als beim Ishango-Knochen ist hier jedenfalls leicht zu verstehen, was der Leser aus der Geschichte lernen soll. Aber – ebenfalls anders als beim Ishango-Knochen – läßt sich hier durchaus noch herausfinden, wie es wirklich gewesen ist. Zur Geschichte des *Lambacher Schweizer* gibt es eine von Jörg Stark recherchierte und 2011 vom Klett-Verlag herausgebrachte Broschüre mit zahlreichen Original-Dokumenten (online auf tinyurl.com/yxwouqur). Aus diesen Dokumenten ergibt

sich ein völlig anderes Bild. Schweizer ist 1945 keineswegs aus dem Schuldienst entlassen worden. Er war seit 1943 in einem Forschungsprojekt beschäftigt und wurde gleich nach Kriegsende stellvertretender Schuldirektor. Nach seinen online vorliegenden Erinnerungen war es ein Vertreter eines vom neuen Kultusministerium eingesetzten Ausschusses, welcher ihn darum bat oder eher dazu drängte, neue Lehrbücher zu verfassen, weil die alten „politisch verseucht“ seien und von den Alliierten nicht genehmigt würden. Lambacher wurde also keineswegs (nur) benötigt, um die Lizenz zu erhalten, und dessen politische Haltung – er war Gründungsmitglied der lokalen CDU – spielte dafür auch keine Rolle. Und schließlich handelte es sich nicht um ein „textbook“, sondern eine ganze Buchreihe.

Alle lieben Maja

In Bayern wurden im Februar Unterschriften für ein Volksbegehren gesammelt, um Biotope im ländlichen Raum zu erhalten bzw. anzulegen und so die Artenvielfalt zu sichern – unter dem Slogan „Rettet die Bienen!“. Nun wird ja gerade das Symbolthema „Bienensterben“ gerne in den Bereich der Fake-News einzusortieren versucht. Einstein habe gar nicht – wie oft behauptet – gesagt, dass nach den Bienen auch der Mensch stirbt. Die für den Menschen wirklich wichtigen Pflanzen (Getreide) würden nicht von Bienen bestäubt. Nicht 50 Prozent der Bienen, sondern nur 6 Prozent der Bienenarten seien vom Aussterben bedroht, was sich dann noch – mathematisch sehr exakt bis auf die Nachkommastellen der Prozentzahlen – auf zehn verschiedene Gefährdungsstufen aufschlüsseln läßt. „Die Lüge vom Bienensterben“ titelte die von Sven von Storch betriebene Online-Zeitung *Freie Welt*.

Den meisten Abstimmenden waren solche Feinheiten offensichtlich egal. Anders als bei der Geschichte des *Lambacher Schweizer* kann auch falsches in einem höheren Sinne wahr sein. Bei der Abstimmung ging es um mehr Hecken und Bäume, Kleingewässer und Blühwiesen. Die Biene war dafür nicht mehr als ein griffiger Slogan. Eigentlich ein ungeschickt gewählter, ist doch die Artenabnahme bei Tagfaltern oder Fluginsekten deutlich höher als bei den Honigbienen. Aber Biene Maja ist eben doch beliebter als Raupe Nimmersatt und das Ergebnis der Abstimmung gab den Initiatoren recht.

Der Schmetterlingseffekt

Bienenmetaphern in der Mathematik kenne ich keine, dafür gilt der Schmetterlingseffekt – der Flügelschlag eines Schmetterlings in Brasilien könne einen Hurrikan in Texas auslösen, oder ein in Shanghai umgekippter Sack Reis einen Tornado in Oklahoma – manchen als die „erfolgreichste Metapher der Wissenschaftsgeschichte“. Es gibt viele Varianten dieses Spruches, bemerkenswerterweise immer mit Ursachen in Entwicklungsländern und Folgen in Industrieländern. (Mir fällt dazu ein, dass regelmäßig Ende November Luftverschmutzung bei Beginn der Heizperiode in Peking zehn Tage später ganz unmetaphorisch zu Smog in Seoul führt.)

Standbild aus Jos Leys' Video *Chaos 5 – Le taureau de Duhem* (youtu.be/yDAVwUHxmfw)

Der Effekt findet sich – ohne den Schmetterling – eigentlich schon bei Poincaré in *Wissenschaft und Methode*.

Die Meteorologen sehen sehr wohl, dass das Gleichgewicht instabil ist, dass irgendwo ein Zyklon gebildet wird. Aber wo genau, das können sie nicht sagen; ein Zehntel Grad mehr oder weniger an einem bestimmten Punkt, und der Zyklon wird hier und nicht dort losbrechen und seine Verwüstungen über Gebiete bringen, die er sonst verschont hätte.

Und in einem zeitgenössischen Buch des Wissenschaftsphilosophen Pierre Duhem wurden Hadamards geschlossene Geodäten (in jeder Homotopieklasse von Kurven auf einer negativ gekrümmten Fläche) als Beispiel des Chaos und der Unberechenbarkeit angeführt: eine geringe Richtungsänderung im gleichen Startpunkt führt zu einem völlig anderen Verhalten. Duhem veranschaulichte das damals mit einer Zeichnung von Kurven auf einem Ochsenkopf, siehe das oben gezeigte, davon inspirierte Bild.

Die Frage der Unvorhersehbarkeit spielte aber damals weder in der Öffentlichkeit eine Rolle noch war sie ein wichtiges Thema in der Forschung. Stephen Smale würde Anfang der 60er Jahre zunächst zahlreiche schon zu Zeiten Poincarés bekannte Effekte wiederentdecken, um dann freilich mit dem Hufeisen und der Frage nach struktureller Stabilität darüber hinauszugehen. Und bald konnte man dann das Chaos sogar mathematisch berechnen, zunächst mit dem Lorenz-Attraktor, gegen den jede Lösungskurve konvergiert, und dann mit den SRB-Maßen nach Sinai–Ruelle–Bowen, welche mutmaßlich die Wahrscheinlichkeitsverteilung beschreiben, wie oft sich ein Orbit langfristig in den einzelnen Bereichen des Attraktors aufhalten wird.

Populär wurde das Chaos aber erst mit Edward Lorenz' Geschichte vom falsch berechneten Wettermodell und eben dem Bild vom Schmetterlingseffekt. Dabei hatte Duhems Ochsenkopf nichts grundsätzlich anderes gezeigt als Lorenz' Computerbilder.