

# Die 60. Internationale Mathematik-Olympiade

Jürgen Prestin

Die 60. Internationale Mathematik-Olympiade (IMO) fand vom 11. bis zum 22. Juli 2019 in Bath statt, einer zum Weltkulturerbe der UNESCO zählenden malerischen Universitätsstadt im Westen Englands.

65 Schülerinnen und 556 Schüler aus 112 Ländern nahmen an dieser Olympiade teil. Sie war damit die größte IMO in der Geschichte. Erfreulich ist das Wachstum der letzten 10 Jahre. Der damalige Rekord der 50. IMO 2009 in Deutschland mit 104 Ländern und 59 Teilnehmerinnen und 506 Teilnehmern ist inzwischen weit übertroffen.

Die deutsche Mannschaft bestand aus sechs Schülern, Dr. Eric Müller als stellvertretendem Delegationsleiter, Dr. Christian Reiher als Observer A und dem Berichterstatler als Delegationsleiter. Alle sechs Teilnehmer haben schon an vielen Mathematik-Wettbewerben teilgenommen. Für Lukas Finn Groß war es die zweite Teilnahme an einer IMO und für Jonas Walter sogar schon die dritte Teilnahme. Letzterer hat insgesamt viermal die IMO-Vorbereitungslehrgänge durchlaufen. Maximilian Göbel, Lukas Finn Groß und Maximilian Keßler waren schon seit 2018 dabei. Maximilian Keßler lebt seit vier Jahren in Barcelona und musste daher zu den Vorbereitungslehrgängen jeweils aus Spanien anreisen. Berichtenswert ist auch, dass Jonas Walter in seiner Freizeit klassische Gitarre spielt und schon erfolgreich bei Jugend Musiziert teilgenommen hat. Lukas Finn Groß war von 2006–2016 Mitglied in einem Schwimmverein und sehr erfolgreich bei Wettbewerben in NRW, besonders auf der 50 m-Strecke. Alle fünf Abiturienten wollen im Wintersemester ein Mathematik-Studium beginnen, Maximilian Keßler an der LMU in München, die anderen vier in Bonn.

Table 1. Das deutsche Team

Name	Wohnort	Schule	Klasse
Göbel, Maximilian	Geisenheim	Internatsschule Schloss Hansenberg	12
Groß, Lukas Finn	Essen	Alfred-Krupp-Schule	12
Keßler, Maximilian	Barcelona	Deutsche Schule Barcelona	12
McKeever, Philip	Aachen	Einhard-Gymnasium	11
Schmitt, Paul	Mülheim an der Ruhr	Gymnasium Broich	12
Walter, Jonas	Rostock	Käthe-Kollwitz-Gymnasium	12

## Auswahl und Vorbereitung der deutschen Mannschaft

Die Auswahl und Vorbereitung der deutschen Mannschaft verlief nach dem Verfahren der Vorjahre. Es qualifizierten sich 25 Schülerinnen und 104 Schüler durch die erfolgreiche Teilnahme an der 2. Runde des Bundeswettbewerbs Mathematik oder an der Bundesrunde der Mathematik-Olympiaden für zwei Auswahlklausuren, die am 28. 11. und 5. 12. 2018 geschrieben wurden. Teilgenommen an den Auswahlklausuren haben 113 Schülerinnen und Schüler. Erstmals halfen in diesem Jahr 21 ehemalige erfolgreiche Olympiadeteilnehmer, die jetzt in Bonn studieren, bei der Vorkorrektur der Arbeiten in der Geschäftsstelle. Die 16 erfolgreichsten Klausurteilnehmerinnen und Klausurteilnehmer bildeten den Kandidatenkreis für die deutsche Mannschaft. Für diese 14 Schüler und zwei Schülerinnen gab es Seminare über eine knappe Woche in Warnemünde, drei Wochenenden von Freitag Mittag bis Montag Mittag in Bad Homburg und die traditionelle Abschlusswoche am Mathematischen Forschungsinstitut in Oberwolfach. Während dieser Lehrgänge wurden von allen Kandidaten insgesamt sieben Klausuren geschrieben. Die sechs Besten qualifizierten sich für die IMO-Mannschaft (siehe Tabelle 1), deren Zusammensetzung nach der letzten Klausur am 23. Mai in Oberwolfach verkündet wurde.

Die Seminare wurden von den Mentoren PD Dr. C. Bey (U Lübeck), Prof. Dr. M. Dreher (U Rostock), Prof. Dr. J. Jahnelt (U Siegen), Prof. Dr. U. Leck (U Flensburg), Dr. E. Müller (Villingen-Schwenningen), Prof. Dr. J. Prestin (U Lübeck), Dr. C. Reiher (U Hamburg), Dr. J. Reinhold (U Münster), A. Riekert (U Bonn), Prof. Dr. J.-C. Schlage-Puchta (U Rostock), G. Schröter (U Osnabrück) und F. Schweiger (U Bonn) geleitet.

Zusätzlich hat die Mannschaft vom 17. bis 20. Juni in Velbert und vom 24. bis 27. Juni in Aachen wieder zwei selbstständig gestaltete Trainingswochenenden durchgeführt. Bereits in den Vorjahren fanden solche von den Teilnehmern als sehr effektiv erachtete Treffen statt. Die Hilfestellung der Geschäftsstelle beschränkte sich hier auf die Reservierung der Plätze in den beiden Jugendherbergen.

Erwähnenswert ist wieder das Zusatztraining im Vorfeld dieses Auswahlverfahrens. Dr. E. Müller, Dr. C. Reiher, Dr. J. Reinhold und F. Schweiger betreuten in der zweiten Jahreshälfte 2018 per E-Mail-Korrespondenz sehr intensiv 13 Schülerinnen und Schüler, die auch noch in diesem Jahr teilnahmeberechtigt waren. Acht von ihnen



Das deutsche IMO-Team 2019: Dr. Eric Müller, Dr. Christian Reiher, Lukas Finn Groß, Maximilian Göbel, Philip McKeever, Jonas Walter, Paul Schmitt, Maximilian Keßler, Victoria Schleis (Guide), Prof. Dr. Jürgen Prestin (v. l. n. r.)

konnten sich in den Dezemberklausuren für die Vorbereitungslehrgänge qualifizieren, vier von ihnen nahmen an der diesjährigen IMO teil.

Seit 2007 gibt es das Programm *Jugend trainiert Mathematik* (JuMa). Es wurde u. a. zur besseren Vorbereitung unserer Schülerinnen und Schüler auf die IMO initiiert. Viele der erfolgreichen Teilnehmer an den bundesweiten Mathematik-Wettbewerben und auch vier unserer sechs IMO-Teilnehmer wurden durch dieses Projekt gefördert.

Die gesamte organisatorische Vorbereitung und Durchführung der Klausuren, der Seminare und der Reise wurden wiederum von der Geschäftsstelle der bundesweiten Mathematik-Wettbewerbe unter Leitung von P. Bauermann in gewohnt perfekter Weise abgewickelt. Allen, die an der Organisation und der Vorbereitung des deutschen Teams beteiligt waren, gebührt herzlicher Dank.

### Der Ablauf der 60. IMO

Die Delegationsleiter der Länder, welche die internationale Jury bilden, und die Observer A reisten am 10. und 11. Juli im Celtic Manor Resort Hotel in Newport in Wales an. Die Jury war wieder bis zum Ende der Klausuren strikt von den Mannschaften getrennt. Entgegen früherer Jahre wurde der Aufenthaltsort der Jury allerdings schon in allen IMO-Ankündigungen offiziell genannt. Am Tag der 2. Klausur wechselten die Delegationsleiter auf den Universitätscampus in Bath. Die Schüler und die stellvertretenden Delegationsleiter kamen am 14. Juli in Bath an.

Die Eröffnungsfeier am 15. Juli im Forum Theatre Bath verlief sehr kurzweilig mit viel Disco-Musik als Unterma-

lung, kurz gehaltenen Grußworten und strikter Fokussierung auf die traditionelle Parade aller teilnehmenden Mannschaften über die Bühne.

Am 16. und 17. Juli wurden vormittags die beiden  $4\frac{1}{2}$ -stündigen Klausuren geschrieben. Die Arbeitsbedingungen waren sehr gut. Zur Beantwortung der Schülerfragen in den ersten 30 Minuten der Klausuren konnte die Jury in ihrem Hotel bleiben. Die Fragen wurden eingescannt geschickt und die Antworten auch eingescannt zurückgeschickt. Endgültig bewährt hat sich jetzt das Verfahren, pro Aufgabe je ein Team von Koordinatoren und Jury-Mitgliedern zu bilden, welches die Anfragen mit den jeweiligen Delegationsleitern diskutiert und dann die Antworten genehmigt. Dieses Verfahren verlief wieder sehr effizient, so dass die Antworten zu den relativ wenigen 34 Fragen pro Tag zeitnah an die betreffenden Schüler zurückgeschickt werden konnten. Die deutschen Teilnehmer haben keine Fragen gestellt.

Nach der Durchsicht der Schülerlösungen durch die Delegationsleitungen fand am 18. und 19. Juli mit den Koordinatoren die endgültige Festlegung der Bewertung statt. Neben dem Chefkoordinator Imre Leader und 6 Senior-Koordinatoren für die 6 Aufgaben waren 73 Koordinatoren an der Bewertung beteiligt. Auch in diesem Jahr wurde kein deutscher Koordinator eingeladen.

Die gesamte Koordination verlief sehr gut. Bei zwei Aufgaben hatten wir längere Diskussionen zunächst mit den Koordinatoren und dann dem jeweiligen Senior-Koordinator, die sich sehr intensiv in die Schülerlösungen hineingedacht haben, was schließlich zu einer fairen Punktbewertung führte, auch wenn wir uns eine höhere

Punktzahl erwünscht hatten. Eine der großen Herausforderungen einer effizienten Jury-Arbeit bleibt die Erstellung hinreichend klarer und möglichst viele Lösungsansätze behandelnder „Marking schemes“. Hinzu kommt der Zeitdruck, unter dem diese erstellt und von der Jury beschlossen werden müssen. Insgesamt betrachtet gelang dieser Prozess in diesem Jahr recht gut.

Neben einem Ausflug nach Bristol war für die Schüler eine ganztägige Exkursion am 19.7. nach Oxford außerordentlich beeindruckend. Eine besondere Überraschung stellte dort der Vortrag von Andrew Wiles zu diophantischen Gleichungen und elliptischen Kurven dar, von dem alle sehr begeistert waren.

Auf dem Campus nutzten unsere Schüler jede Freizeit, um Frisbee zu spielen, und wurden dann in einem Turnier sogar Sieger.

Den inzwischen fest etablierten „IMO-Vortrag“ hielt am 20. Juli der bekannte Oxforder Kombinatoriker und Zahlentheoretiker Ben Green. Da der Vortrag in diesem Jahr nach Beendigung der Koordination stattfand, konnten alle daran teilnehmen. Wir waren fasziniert von der Art und Weise, wie der Vortragende an mehreren Beispielen, jeweils ausgehend von einer IMO-Aufgabe der letzten Jahre, den Bogen zu aktuellen Forschungsergebnissen und offenen Fragestellungen spannte. Die Preisverleihung fand am 21. Juli auf dem Campus in einem extra dafür aufgestellten großen Zelt statt. Die Anzahl und Länge der Grußworte war wiederum erfrischend kurz. Nach der Vergabe der Medaillen auf der Bühne wurden wieder die besten Teilnehmerinnen der verschiedenen Kontinente mit dem Mirzakhani-Preis ausgezeichnet. Dies waren Jelena Ivančić aus Serbien, Monica Martinez Sanchez aus Peru, Dolgormaa Batsaikhan aus der Mongolei, Ana Paula Jiménez Díaz aus Mexiko und Mariam El Khatri aus Marokko. Zum Abschluss wurde die IMO-Fahne feierlich an den nächsten Veranstalter, Russland, übergeben und mit einem Film über St. Petersburg und die IMO 2020 für das nächste Jahr eingeladen. Auch auf die Siegerehrung traf zu, was mir ein Teilnehmer nach der IMO schrieb: „Die diesjährige IMO war deutlich weniger förmlich als erwartet, aber gerade deshalb hatte sie einen ganz eigenen Charme.“ Zur „Farewell Party“ im Anschluss an die Preisverleihung waren auch eine Reihe von Kirmes-Attraktionen vor dem Zelt aufgebaut, die den Teilnehmern großen Spaß bereiteten. Eine besondere Überraschung bestand für Jonas Walter und Philip McKeever darin, dass beide Elternpaare unerwartet zur Siegerehrung angereist waren. Die Rückreise am 22. Juli trat die Mannschaft von Heathrow aus mit verschiedenen Flügen nach Hamburg, Köln-Bonn, München und Stuttgart an.

Jede Mannschaft wird bei der IMO von einem Guide begleitet. In diesem Jahr wurde unser Team enorm engagiert von Victoria Schleis betreut. Sie ist Bachelor-Studentin der Mathematik an der TU Kaiserslautern und weilte für ein Jahr als Erasmus-Studentin an der University of Warwick. Von dort bewarb sie sich als Guide. Sie schrieb mir nach der IMO, dass ihr die Arbeit mit dem Team und die Gespräche mit den anderen Guides und Teilnehmern aus den verschiedensten Ländern und Kultu-

ren, mit denen man im Alltag nicht so häufig in Kontakt kommt, sehr gefallen haben.

## Der Wettbewerb

An der 60. IMO nahmen 112 Länder mit 621 Schülern teil. Anzahl der Länder und Anzahl der Schüler sind jeweils Rekord. Erstmals nahmen Angola und die Dominikanische Republik an einer IMO teil. Nach einer Pause nahmen wieder die Demokratische Volksrepublik Korea, Kenia, Kuba, Nicaragua und die Vereinigten Arabischen Emirate teil. Côte d'Ivoire und Nigeria sind Länder mit IMO-Erfahrung, haben aber dieses Jahr nicht teilgenommen. Oman war erstmalig mit einem Beobachter anwesend und kann damit nach Reglement im nächsten Jahr eine Mannschaft entsenden.

Die internationale Jury, bestehend aus den 112 Delegationsleitern und dem britischen Chairman Professor Adam McBride, begann am Abend des 11. Juli mit ihrer Arbeit. Adam McBride ist in der IMO-Szene sehr bekannt, u. a. war er in den Neunzigern viermal britischer Delegationsleiter und Cheforganisator der IMO 2002 in Glasgow. Die Arbeitsbedingungen der Jury in den Konferenzräumen des Celtic Manor Resort Hotels waren hervorragend. Seit 2016 arbeitet die Jury mit elektronischen Abstimmungen. Nach zwei Jahren mit kleinen Handgeräten und dem letzten Jahr, in dem der Veranstalter für jedes Jury-Mitglied einen Tablet-PC zur Verfügung stellte, konnten in diesem Jahr erstmalig beliebige WLAN-fähige Geräte zur Abstimmung benutzt werden. Allerdings dauerte es dann auch fast eine Stunde, bis alle Jury-Mitglieder ihre technischen Schwierigkeiten überwunden hatten. Bei der üblichen Diskussion, ob während der Abstimmung schon die Ergebnisse gezeigt werden sollen, wurde wieder mehrheitlich für das geheime Abstimmen votiert. Nach Überwindung dieser Startprobleme erwies sich das elektronische Abstimmen bei der Aufgabenauswahl wieder als sehr zeiteffizient.

Jedes teilnehmende Land hat das Recht, Aufgabenvorschläge einzureichen. In diesem Jahr wurden den Veranstaltern 204 Aufgaben aus 58 Ländern zugesandt. Eine Aufgabenkommission des Veranstalters unter Leitung von Joseph Myers, bestehend aus zehn Mitgliedern (darunter die langjährig erfahrenen Mitglieder Ilya Bogdanov aus Moskau und Géza Kós aus Budapest), stellte daraus im Vorfeld der IMO 32 Aufgaben für eine Shortlist zusammen, welche die Grundlage für die Auswahl der Jury bildeten. Von den drei deutschen Vorschlägen schaffte es einer in die Shortlist. Nach Diskussion in der Jury am 12. Juli wurden drei Aufgaben ausgeschlossen, die bekannt waren bzw. bei denen eine sehr verwandte Aufgabenstellung aktuell in einem Land behandelt wurde.

Mit Hilfe der beiden anonym aufgestellten „Beauty Contests“ der Jury-Mitglieder und der Aufgabenkommission, in denen jeweils Schwierigkeitsgrad und Eignung bzw. Eleganz der Aufgabenvorschläge bewertet werden, begann dann am 13. Juli die Auswahl der Aufgaben. Traditionell werden zuerst die beiden leichten und dann die

beiden mittelschweren Aufgaben so festgelegt, dass alle vier Gebiete vertreten sind. Zum Abschluss wurden die beiden schweren Aufgaben gewählt.

Am Morgen des 14. Juli setzte sich die „English Language Group“ zusammen, um den endgültigen englischen Text der Aufgaben zu wählen, der danach von der Jury wieder bestätigt werden musste. In diesem Jahr, in dem die Shortlist schon von englischen Muttersprachlern erstellt wurde, gab es fast keine Änderungen zum Originaltext, wenn man mal davon absieht, dass in Aufgabe 4 linke und rechte Seite vertauscht wurden, damit das Fakultätssymbol nicht mit dem Satzende kollidiert.

Nach Beschlussfassung über die englische Variante der Aufgaben wurden die Aufgaben in die weiteren offiziellen Sprachen Deutsch, Französisch, Russisch und Spanisch übersetzt und von der Jury genehmigt. Unter Zeitdruck muss man dabei doch immer wieder sprachlich spannende Fragen beantworten. In diesem Jahr fragte der ungarische Delegationsleiter József Pelikán, ob es nicht „für alle ganze Zahlen“ statt „für alle ganzen Zahlen“ heißen müsse (das Ergebnis der Diskussion findet sich in Aufgabe 1).

Jeder Schüler und jede Schülerin erhält die Aufgaben in der Muttersprache und einer zweiten Sprache eigener Wahl. Demgemäß übersetzten die entsprechenden Delegationsleiter die Aufgabentexte in die restlichen 57 Sprachen. Auch alle diese Versionen wurden nach Prüfung durch die Jury bestätigt. Insgesamt standen die Aufgaben in 58 Sprachversionen zur Verfügung und sind auf [www.imo-official.org](http://www.imo-official.org) abrufbar.

Bei der Bewertung der Lösungen wurden 37,8 % der möglichen Punkte vergeben. Die beiden Extrema der letzten 10 Jahre lagen 2014 bei 38,2 % und 2015 bei 30,9 %. Aus der durchschnittlich erreichten Punktzahl der sechs Aufgaben (Tabelle 2) lässt sich die Schwierigkeitsstaffelung für den ersten Tag sehr gut entnehmen. Für den zweiten Tag hat die Jury den Schwierigkeitsgrad der Zahlentheorieaufgabe 4 unter- und den der Kombinatorikaufgabe 5 etwas überschätzt. Die Aufgaben 3 und 6 waren natürlich wieder sehr schwer, aber nicht so außergewöhnlich wie Aufgabe 3 von 2017 mit 0,042 Punkten und Aufgabe 3 von 2018 mit 0,278 durchschnittlichen Punkten.

Tabelle 2. Durchschnittlich erreichte Punktzahl der sechs Aufgaben

1	2	3	4	5	6
5,179	2,399	0,572	3,736	3,567	0,403

In der „Hall of Fame“ aller IMO-Teilnehmer seit 1959 (siehe die Webseite [www.mathematik-olympiaden.de](http://www.mathematik-olympiaden.de) oder [www.imo-official.org/hall.aspx](http://www.imo-official.org/hall.aspx)) gab es an der Spitze keine Veränderungen. In dieser Liste gehören unverändert Lisa Sauer mann, Christian Reiher, Wolfgang Burmeister, Martin Härterich und Peter Scholze zu den besten 16. Auch im exklusiven „Club der IMO-Teilnehmer mit mindestens drei Goldmedaillen“ gab es in diesem Jahr keine Neuaufnahmen.

Das Reglement, das seit vielen Jahren festgeschrieben ist, sieht vor, dass nicht mehr als die Hälfte der Teilnehmer einen Preis erhält und dass die Anzahl der 1., 2. bzw. 3. Preise möglichst das Verhältnis 1 : 2 : 3 aufweisen sollte. Die diesjährigen Punktgrenzen sind in Tabelle 3 angegeben. Eine spannende Frage bleibt immer, ob die Jury das Reglement streng auslegt oder eher zu approximativen Varianten neigt. Wieder wurde darüber anonym in der Jury abgestimmt. Anonym bedeutet hier, dass der Jury gesagt wurde: „Wenn man für  $n$  Punkte eine Medaille bekommt, dann werden insgesamt 302 Medaillen vergeben, bei Punktgrenze  $n - 1$  genau 325 Medaillen.“ Bei der Juryabstimmung, ob mehr als die laut Reglement möglichen 310 Teilnehmer eine Medaille bekommen sollen und bei der die Punktzahl  $n$  den Jurymitgliedern noch unbekannt war, wurde die Zweidrittelmehrheit zum Überstimmen des Reglements in diesem Jahr verfehlt. Unter den acht Möglichkeiten, die drei Medaillengrenzen festzulegen, wurde dieses Jahr wieder nicht die strengste Möglichkeit gewählt, sondern bei der Grenze von Gold zu Silber zu Gunsten von Gold entschieden.

Es gab auch in diesem Jahr keinen Sonderpreis für die besonders elegante Lösung einer Aufgabe.

## Die deutsche IMO-Mannschaft

Das Ergebnis der deutschen Mannschaft mit insgesamt vier Medaillen ist Tabelle 4 zu entnehmen.

Besonders gefreut haben wir uns über das hervorragende Abschneiden von Jonas Walter, der seine dreimalige IMO-Teilnahme nach Bronze in Rio de Janeiro und Gold in Cluj-Napoca jetzt mit einer weiteren Goldmedaille krönen konnte. Wie im letzten Jahr erreichte er 38 Punkte und gehört damit zu den besten 13 Teilnehmern der diesjährigen IMO. Nur in der Kombinatorikaufgabe 3 fehlte ihm ein Beweisteil, für den 4 Punkte im Bewertungsschema festgelegt waren.

In der inoffiziellen Länderwertung liegt Deutschland auf Platz 32, nach Platz 31 im Jahr 2018 und Platz 33 im Jahr 2017. Hier ist durchaus Verbesserungspotenzial vorhanden, wenn man auf Rang 19 im Jahr 2016, davor auf die Ränge 27, 16, 27, 31, 11, 9, 9, 20, 15 und 2006 sogar auf Rang 4 zurückblickt.

Abschließend sei noch einmal ein Vergleich der Ergebnisse bei den einzelnen Aufgaben angefügt. Der Vergleich der erreichten Resultate (in Prozent) aller IMO-Teilnehmer, der Schüler der besten 10 Mannschaften sowie der deutschen Mannschaft gibt Aufschluss darüber, wie unsere Schüler die Aufgaben relativ bewältigten, s. Tabelle 5. Für unser Team war insbesondere der erste Tag nicht zufriedenstellend. Bei den Aufgaben 3 und 6 konnte nur Jonas Walter Punkte erzielen.

## Ausblick

Die nächsten vier IMOs bis 2023 sind fest geplant und in Tabelle 6 angegeben. Die Jury hat in diesem Jahr die

Table 3. Die Punktgrenzen für die Preise

52	Goldmedaillen	für $\geq 31$ Punkte (von 42)
94	Silbermedaillen	für $\geq 24$ Punkte
156	Bronzemedailles	für $\geq 17$ Punkte
144	Ehrende Erwähnungen	für eine vollständige Lösung
302	Medaillen	bei 621 Teilnehmern

Table 4. Die Ergebnisse des deutschen Teams

Name	Punkte	Preis
Jonas Walter	38	Gold
Maximilian Keßler	23	Bronze
Lukas Finn Groß	19	Bronze
Philip McKeever	19	Bronze
Maximilian Göbel	15	Ehrende Erwähnung
Paul Schmitt	12	Ehrende Erwähnung

Table 5. Die Ergebnisse der einzelnen Aufgaben

Aufgabe	Gebiet	Alle (%)	Top 10 (%)	Deutsches Team (%)
1	Algebra	74,0	97,9	85,7
2	Geometrie	34,3	83,6	21,4
3	Kombinatorik	8,2	41,4	7,1
4	Zahlentheorie	53,4	94,0	69,0
5	Kombinatorik	51,0	98,3	100,0
6	Geometrie	5,8	42,1	16,7
Alle		37,8	76,2	genau 50

Bewerbung von Australien für 2025 akzeptiert. Für 2024 und 2026 gibt es mehrere Bewerber. Genaueres ist dazu noch nicht bekannt geworden.

### IMO Board

Turnusgemäß fanden keine Wahlen statt, so dass sich nur Änderungen bei den Ex-officio-Mitgliedern ergaben. Die neue Zusammensetzung dieses Gremiums ist in Tabelle 7 angegeben.

Table 6. Die nächsten IMOs

Jahr	Land	Ort	Zeitraum
2020	Russland	St. Petersburg	8.–18. 7. 2020
2021	USA	Washington	7.–16. 7. 2021
2022	Norwegen	Oslo	6.–16. 7. 2022
2023	Japan	Chiba	2.–13. 7. 2023
2024			
2025	Australien	Melbourne	

Table 7. Die Mitglieder des IMO-Boards

	Amtszeit
Vorsitzender: Geoff Smith (Vereinigtes Königreich)	bis 2022
Sekretär: Gregor Dolinar (Slowenien)	bis 2020
Mitglied: Nazar Agakhanov (Russland)	bis 2022
Mitglied: Dávid Kunszenti-Kovács (Norwegen)	bis 2020
Mitglied: Yongjin Song (Südkorea)	bis 2022
ex officio IMO 2019: Geoff Smith (Vereinigtes Königreich)	bis 2020
ex officio IMO 2020: Nazar Agakhanov (Russland)	bis 2021
ex officio IMO 2021: Paul Zeitz (USA)	bis 2022

### IMO-Informationen

Für weitere Informationen zu mathematischen Schülerwettbewerben sei auf die Webseite [www.mathematik-olympiaden.de](http://www.mathematik-olympiaden.de) verwiesen. Speziell zu den IMOs sind folgende Webseiten empfehlenswert:  
[www.imo-official.org](http://www.imo-official.org)  
[www.mathematik-olympiaden.de/moev/index.php/olympiaden/imo](http://www.mathematik-olympiaden.de/moev/index.php/olympiaden/imo)

Prof. Dr. Jürgen Prestin, Universität zu Lübeck, Institut für Mathematik,  
 Ratzeburger Allee 160, 23562 Lübeck  
[prestin@math.uni-luebeck.de](mailto:prestin@math.uni-luebeck.de)

Jürgen Prestin ist seit 2000 Inhaber einer Professur für Mathematik an der Universität zu Lübeck. Seine Forschungsschwerpunkte liegen in Approximationstheorie und Fourier-Analyse. Seit 2010 ist er 1. Vorsitzender des Mathematik-Olympiaden e. V. und seit 2015 Delegationsleiter der deutschen IMO-Mannschaft.

## Die Aufgaben der 60. IMO 2019

### 1. Tag

1. Es sei  $\mathbb{Z}$  die Menge der ganzen Zahlen. Man bestimme alle Funktionen  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ , so dass

$$f(2a) + 2f(b) = f(f(a+b))$$

für alle ganze Zahlen  $a$  und  $b$  gilt.

(Südafrika)

2. Im Dreieck  $ABC$  liegt ein Punkt  $A_1$  auf der Seite  $BC$  und ein Punkt  $B_1$  auf der Seite  $AC$ . Es seien  $P$  und  $Q$  Punkte auf den Strecken  $AA_1$  bzw.  $BB_1$ , so dass  $PQ$  parallel zu  $AB$  ist. Es sei  $P_1$  ein Punkt auf der Geraden  $PB_1$ , so dass  $B_1$  im Inneren der Strecke  $PP_1$  liegt und  $\sphericalangle PP_1C = \sphericalangle BAC$  gilt. Analog, sei  $Q_1$  ein Punkt auf der Geraden  $QA_1$ , so dass  $A_1$  im Inneren der Strecke  $QQ_1$  liegt und  $\sphericalangle CQ_1Q = \sphericalangle CBA$  gilt.

Man beweise, dass die Punkte  $P$ ,  $Q$ ,  $P_1$  und  $Q_1$  auf einem Kreis liegen.

(Ukraine)

3. Ein soziales Netzwerk hat 2019 Nutzer, von denen einige paarweise befreundet sind. Immer wenn der Nutzer  $A$  mit dem Nutzer  $B$  befreundet ist, dann ist auch der Nutzer  $B$  mit dem Nutzer  $A$  befreundet. Ereignisse der folgenden Art können wiederholt nacheinander stattfinden:

Drei Nutzer  $A$ ,  $B$  und  $C$ , von denen  $A$  mit  $B$  und  $C$  befreundet ist, aber  $B$  und  $C$  nicht befreundet sind, wechseln den Status ihrer Freundschaften so, dass jetzt  $B$  und  $C$  befreundet sind, aber  $A$  nicht mehr mit  $B$  befreundet ist und auch nicht mehr mit  $C$  befreundet ist. Der Status aller anderen Freundschaften bleibt unverändert.

Anfangs sind 1010 Nutzer mit jeweils genau 1009 Nutzern befreundet und 1009 Nutzer mit jeweils genau 1010 Nutzern befreundet. Man beweise, dass es eine Folge solcher Ereignisse gibt, nach der jeder Nutzer höchstens mit einem anderen Nutzer befreundet ist.

(Kroatien)

### 2. Tag

4. Man bestimme alle Paare  $(k, n)$  positiver ganzer Zahlen, so dass

$$k! = (2^n - 1)(2^n - 2)(2^n - 4) \cdots (2^n - 2^{n-1}).$$

(El Salvador)

5. Die Bank of Bath prägt Münzen mit einem  $H$  auf der einen Seite und einem  $T$  auf der anderen. Harry hat  $n$  dieser Münzen von links nach rechts aufgereiht. Er führt wiederholt die folgende Operation durch: Zeigen genau  $k > 0$  Münzen ein  $H$ , dann dreht er die  $k$ -te Münze von links um; falls alle Münzen ein  $T$  zeigen, hört er auf. Zum Beispiel wäre für  $n = 3$  mit Anfangskonfiguration  $THT$  der Prozess  $THT \rightarrow HHT \rightarrow HTT \rightarrow TTT$ , welcher nach 3 Operationen endet.

- (a) Man zeige, dass Harry für jede Anfangskonfiguration nach einer endlichen Anzahl von Operationen aufhört.  
(b) Für jede Anfangskonfiguration  $C$  sei  $L(C)$  die Anzahl der Operationen bis Harry aufhört. Beispielsweise sind  $L(THT) = 3$  und  $L(TTT) = 0$ . Man bestimme den Durchschnittswert von  $L(C)$  über alle  $2^n$  möglichen Anfangskonfigurationen  $C$ .

(USA)

6. Es sei  $I$  der Inkreismittelpunkt des spitzwinkligen Dreiecks  $ABC$  mit  $AB \neq AC$ . Der Inkreis  $\omega$  von  $ABC$  berühre die Seiten  $BC$ ,  $CA$  und  $AB$  in  $D$ ,  $E$  bzw.  $F$ . Die Gerade durch  $D$  senkrecht zu  $EF$  schneide  $\omega$  außerdem in  $R$ . Die Gerade  $AR$  schneide  $\omega$  außerdem in  $P$ . Die Umkreise der Dreiecke  $PCE$  und  $PBF$  schneiden sich außerdem in  $Q$ .

Man beweise, dass sich die Geraden  $DI$  und  $PQ$  auf derjenigen Geraden durch  $A$  schneiden, die senkrecht zu  $AI$  ist.

(Indien)

Arbeitszeit:  $4\frac{1}{2}$  Stunden an jedem Tag.

Bei jeder Aufgabe waren 7 Punkte erreichbar.

60. IMO 2019 – Länderübersicht (inoffiziell)

N	Land	P	G	S	B	N	Land	P	G	S	B
1	USA	227	6	–	–	57	Syrien	92	–	1	1
	Volksrepublik China	227	6	–	–	58	Neuseeland	89	–	–	2
3	Republik Korea	226	6	–	–		Schweiz	89	–	–	3
4	Demokratische Volksrepublik Korea	187	3	3	–	60	Bosnien und Herzegowina	84	–	–	–
5	Thailand	185	3	3	–		Österreich	84	–	–	4
6	Russland	179	2	4	–	62	Tadschikistan	82	–	1	1
7	Vietnam	177	2	4	–	63	Usbekistan	81	–	–	1
8	Singapur	174	2	4	–	64	Marokko	80	–	–	1
9	Serbien	171	3	1	2	65	Finnland	78	–	1	1
10	Polen	168	1	3	2	66	Kolumbien	77	–	–	2
11	Ukraine	165	1	4	1	67	Bangladesch	76	–	–	1
	Ungarn	165	1	3	2	68	Belgien	75	–	1	1
13	Japan	162	2	2	2	69	Sri Lanka	73	–	–	1
14	Indonesien	160	1	4	1	70	Malaysia	71	–	–	2
15	Indien	156	1	4	–	71	Irland	61	–	1	–
	Israel	156	1	3	2	72	Lettland	56	–	–	–
17	Rumänien	155	1	2	3	73	Turkmenistan	53	–	–	–
18	Australien	154	2	1	3	74	Tunesien	48	–	–	–
19	Bulgarien	152	–	5	1	75	Nordmazedonien	47	–	–	–
20	Vereinigtes Königreich	149	1	2	3		Republik Zypern	47	–	–	–
21	Taiwan	148	1	2	3	77	Algerien (5)	46	–	–	1
22	Kasachstan	146	–	2	4	78	El Salvador (4)	45	–	–	2
23	Islamische Republik Iran	145	1	2	3	79	Kosovo	43	–	–	–
24	Kanada	144	1	1	4	80	Albanien	37	–	–	–
25	Frankreich	142	–	2	4		Island	37	–	–	–
26	Mongolei	141	1	1	3		Panama (4)	37	–	–	1
27	Italien	140	–	2	4	83	Costa Rica	34	–	–	–
28	Peru	137	–	3	1		Pakistan (5)	34	–	–	1
29	Brasilien	135	–	2	4		Trinidad und Tobago	34	–	–	–
	Türkei	135	1	1	3	86	Montenegro (5)	33	–	–	–
31	Philippinen	129	–	1	5	87	Ecuador (5)	32	–	–	–
32	Deutschland	126	1	–	3	88	Uruguay (5)	29	–	–	–
33	Saudi-Arabien	124	–	1	4	89	Kuba (2)	23	–	–	–
34	Norwegen	122	–	1	3	90	Chile (4)	20	–	–	–
35	Weißrussland	119	–	2	2	91	Kirgisistan	19	–	–	–
36	Estland	118	–	1	4	92	Paraguay	18	–	–	–
37	Hongkong	117	–	1	3	93	Irak	17	–	–	–
	Niederlande	117	–	1	4		Nepal	17	–	–	–
39	Slowakei	114	–	1	3		Nicaragua (2)	17	–	–	–
40	Griechenland	112	–	1	2	96	Ägypten (4)	12	–	–	–
41	Mexiko	111	–	1	3	97	Ghana (4)	11	–	–	–
42	Kroatien	110	–	–	3		Myanmar	11	–	–	–
	Spanien	110	–	–	5	99	Kambodscha	10	–	–	–
44	Slowenien	109	–	2	1	100	Bolivien	9	–	–	–
45	Georgien	108	–	1	4		Luxemburg	9	–	–	–
46	Südafrika	106	–	–	4	102	Dominikanische Republik (5)	5	–	–	–
	Tschechische Republik	106	–	–	4		Uganda	5	–	–	–
48	Dänemark	105	–	1	2	104	Guatemala (3)	4	–	–	–
49	Armenien	104	–	2	1	105	Honduras (3)	3	–	–	–
50	Moldawien	100	–	1	1		Puerto Rico (1)	3	–	–	–
51	Aserbaidshan	98	–	–	3		Tansania	3	–	–	–
52	Litauen	96	–	–	3		Venezuela (2)	3	–	–	–
53	Argentinien	95	–	–	3	109	Botswana (2)	2	–	–	–
54	Portugal	93	–	1	1	110	Angola (2)	0	–	–	–
55	Macao	92	–	–	3		Kenia (2)	0	–	–	–
	Schweden	92	1	–	1		Vereinigte Arabische Emirate	0	–	–	–

Legende: N – Platzierung, P – Punktzahl, G – Anzahl der Goldmedaillen, S – Anzahl der Silbermedaillen, B – Anzahl der Bronzemedailles. Jede Mannschaft bestand aus sechs bzw. der in Klammern angegebenen Anzahl von Schülerinnen und Schülern. Eine vollständige Mannschaft (sechs Personen) konnte maximal 252 Punkte erreichen.