Als die Räume laufen lernten: Kazimierz Kuratowski und die polnische Schule

Konrad Krug

In den zwanziger und dreißiger Jahren des 20. Jahrhunderts stellte eine Gruppe junger, kreativer Mathematiker die damalige Mathematik auf den Kopf: Die Polnische Schule, mit ihren Wirkungsstätten Warschau, Krakau und Lemberg, war in ihrem Einfluss in der Mathematikgeschichte nahezu ohnegleichen: Die Mathematiker dieser Schule lieferten wegweisende Arbeiten in den verschiedensten Bereichen der Mathematik, unter ihnen die Funktionalanalysis, die mengentheoretische Topologie, die Maßtheorie oder die mathematische Logik. Hervorzuheben ist, dass keines der genannten Gebiete zur Hochzeit der Polnischen Schule älter als zwanzig Jahre war. Einer der einflussreichsten Protagonisten des Warschauer Zweiges der Polnischen Schule war Kazimierz Kuratowski, der am 2. Februar 125 Jahre alt geworden wäre.

Foto: Wikimedia Commons/Public Domain

Kazimierz Kuratowski wurde 1896 in Warschau geboren. 1913 begann er sein Studium an der Universität Glasgow, da er sich weigerte, auf Russisch, der Amtssprache an polnischen Universitäten zu Zeiten der russischen Herrschaft über Polen, zu studieren. Nach dem ersten Weltkrieg und der damit verbundenen polnischen Unabhängigkeit ging er an die Universität Warschau, wo

er 1921 promovierte. In seiner Doktorarbeit zeigte er einen alternativen axiomatischen Zugang zur Topologie auf, bei dem er topologische Räume über Abschlüsse von Mengen

beschrieb. Dieses Axiomensystem, das heute seinen Namen trägt, konnte sich allerdings nicht gegen die auf Hausdorff zurückgehende Axiomatisierung mittels offener Mengen durchsetzen.

Noch im selben Jahr habilitierte er sich an der Warschauer Universität, der er zwischenzeitlich als Dekan vorstand.

Die Machtergreifung durch die Nationalsozialisten und die Besetzung Polens im Zuge des zweiten Weltkrieges bereitete der Polnischen Mathematikerschule, wie zuvor auch der einflussreichen Göttinger Schule um Hilbert und Klein, ein jähes Ende. Zahllose polnische Mathematiker, von denen einige jüdischen Glaubens waren, flohen in die USA oder kamen in Konzentrationslagern ums Leben. Kuratowski lehrte während des zweiten Weltkrieges an der Untergrunduniversität in Warschau.

Das Abschluss-Komplement-Problem: Bildet man von einer Teilmenge X eines topologischen Raumes abwechselnd den Abschluss $Cl(X)$ und das Komplement $Co(X)$, so generiert man irgendwann keine neuen Mengen mehr. Kuratowski zeigte, dass auf diese Weise höchstens 13 neue Mengen entstehen können. In diesem Beispiel wird $X = (0, 1) \cup (1, 2) \cup \{3\} \cup \mathbb{Q} \cap [4, 5] \subset [0, 5]$ betrachtet. Ausgefüllte Punkte stehen für isolierte Punkte oder für Endpunkte abgeschlossener Intervalle, nichtausgefüllte Punkte stehen für Endpunkte offener Intervalle. Das doppelt gestrichelte rote Intervall steht für einen Schnitt mit $\mathbb{Q}$, das dreifach gestrichelte rote Intervall steht für einen Schnitt mit $[0, 1] \setminus \mathbb{Q}$.

Ein planarer Graph, also ein Graph, der derart in der Ebene dargestellt werden kann, dass sich je zwei Kanten nicht schneiden. Kuratowski zeigte, dass ein Graph genau dann planar ist, wenn er keine Teilgraphen enthält, die zu zwei bestimmten, „verbotenen“ Graphen äquivalent sind (genauer: wenn weder der vollständige bipartite Graph $K_{3,3}$, noch der vollständige Graph K_5 Minoren sind).

Nach dem Krieg war er am Wiederaufbau der Universität beteiligt und nahm seine Lehrtätigkeit bereits 1945 wieder auf. Dort arbeitete er bis zu seiner Emeritierung.

Kuratowski beschäftigte sich vor allem mit der mengentheoretischen Topologie, die er in den 1920er Jahren entscheidend mitprägte. Auch die Mengenlehre, die mathematische Logik und später die Graphentheorie weckten sein Interesse. Die Kuratowski-Axiome zur Beschreibung der Topologie mit Hilfe von Abschlüssen (anstelle offener Mengen) gehen auf ihn zurück. Das von ihm gelöste Abschluss-Komplement-Problem fragt nach der maximalen Anzahl unterschiedlicher Mengen, die man erhält, wenn man Mengen abwechselnd abschließt und komplementiert.

1922 bewies er das Zornsche Lemma, eines der wichtigsten Beweismittel in der modernen Mengenlehre. Der Satz

von Kuratowski über planare Graphen ist ein fundamentaler Satz aus der Graphentheorie und beschreibt, unter welchen Umständen ein Graph (also ein Netzwerk bestehend aus Ecken und Kanten) planar ist, also derart gezeichnet werden kann, dass sich je zwei Kanten nicht schneiden.

Kuratowski war in der polnischen Mathematikerriege bestens vernetzt und publizierte mit anderen Größen der polnischen Mathematik wie Stefan Banach, Stanislaw Ulam und Alfred Tarski.

Auch als Wissenschaftsorganisator machte sich Kuratowski einen Namen: Er war Mitglied in der Warschauer Wissenschaftlichen Gesellschaft (ab 1929, ab 1949 Vizepräsident), der Polnischen Akademie der Wissenschaften (ab 1945, ab 1957 Vizepräsident) und war von 1963 bis 1966 Vizepräsident der Internationalen Mathematischen Union. 1980 starb er in Warschau.

Konrad Krug,
Hüttemannstraße 1,
44137 Dortmund
konrad_krug@web.de

Konrad Krug, Jahrgang 1990, studiert an der WWU Münster und arbeitet als freier Autor. Von 2018–2020 hat er im und für das Medienbüro der Deutschen Mathematiker-Vereinigung geschrieben.