

## Über strukturelle Implikationen\*

Hans Lenk

Universität Karlsruhe, Institut für Philosophie

### On structural implications\*

**Abstract:** Although theoretical concepts, in principle, may be eliminated from a precise axiomatic theory, sociology practically cannot dispense with theoretical concepts. Theoretical concepts comprise structural content, i. e., their meaning is in part determined by logical-structural relationships in which they occur in general hypotheses of the theory. Consequences derived from statements of such structural character, *structural implications*, are illustrated by a sociometric example and by an organization-sociological one drawn from the theory of tournaments. Some statements seemingly comprising empirical content, thus, turn out to be structural implications of experimental pre-arrangements, of descriptive models or of socially valid institutional structural rules. Structural implications are either analytical implications of the experimental set-up or of the descriptive model as well as of the structural content of the theory. Sociologists should know and realize structural implications in order not falsely to take analytical deductions from the model for statements with empirical content. Concerning such methodological knowledge sociologists have to be able to avail themselves of results of philosophy of science.

**Inhalt:** Wenn theoretische Begriffe auch aus streng präzisierten und axiomatisch dargestellten Theorien eliminiert werden können, so kann die Soziologie in praxi doch nicht auf die Verwendung theoretischer Begriffe verzichten. Theoretische Begriffe haben einen strukturellen Gehalt, d. h. ihre Bedeutung wird zum Teil durch die logisch-strukturellen Beziehungen bestimmt, in denen sie innerhalb der Theorie in allgemeinen Aussagen auftreten. Folgerungen aus Aussagenmengen mit solchen rein strukturellen Beziehungen, *strukturelle Implikationen*, werden an einem soziometrischen und einem organisationssoziologischen Beispiel der Turniertheorie illustriert. Aussagen, die anscheinend empirischen Gehalt haben, ergeben sich als strukturelle Implikationen der Versuchsanordnung, des Beschreibungsmodells oder der gültigen institutionellen Strukturregeln und sind daher entweder analytische Implikate des Versuchs- oder Beschreibungsmodells oder des Strukturgehalts der Theorie. Der Soziologe muß solche strukturellen Implikationen kennen und erkennen, um nicht fälschlich analytische Folgerungen aus dem Modell für empirisch gehaltvolle Sätze zu halten. Für solche methodologischen Erkenntnisse ist eine wissenschaftstheoretische Schulung der Soziologen unabdingbar.

Die Soziologie ist eine theoretische Wissenschaft, d. h., sie strebt die Formulierung allgemeiner Gesetzaussagen an, verwendet dazu theoretische Begriffe und versucht möglichst weitgehend empirische Gesetze, Quasi-Gesetze (d. h. Aussagen von der logischen Form echter genereller Gesetze, aber mit Bezugnahme auf Gültigkeitseinschränkungen durch Epochenbegriffe, Bezugnahme auf Individuenkonstanten oder abgegrenzte Raum-Zeit-Gebiete) oder empirische Generalisierungen – etwa im Sinne von Trendaussagen – aus generellen theoretischen Gesetzen herzuleiten und so zu einer inneren logischen Verflechtung und Hierarchisierung der gesamten jeweiligen Theorie zu gelangen. Diese „Logifizierung“ der Theorie muß durchaus nicht ausschließlich mit deduktiv-nomologischen Erklärungen einhergehen und braucht sich gegebenenfalls nicht auf deterministische Systeme zu beschränken, sondern kann durchaus in probabilistischen Systemen Wahrscheinlichkeitserklärungen und -prognosen gestatten. Wenn auch das

klassische Grundmuster der exakten Wissenschaft eine deterministische Theorie mit deduktiv-nomologischer Erklärung ist, d. h. eine Theorie, in der Zustandsaussagen des Systems mit logischer Stringenz aus anderen Zustandsaussagen über dasselbe System zu anderer Zeit abgeleitet werden können, so mag dennoch die Verwendung von Wahrscheinlichkeitsschlüssen sich auch am Ziel einer axiomatischen und hierarchisch logisch geordneten Darstellung der Theorie orientieren. Solche Wahrscheinlichkeitsschlüsse können sogar so formuliert werden, daß sie weder auf einen strikt quantifizierten Begriff der relativen Häufigkeiten und Ereigniswahrscheinlichkeiten in der Grundmenge noch auf einen quantitativen Begriff der Hypothesenwahrscheinlichkeit angewiesen sind, sondern man vermag in einem relativ weiten Bereich mit „praktischer Sicherheit“ Erklärungen und Prognosen dieser Art vorzunehmen. Das noch ungelöste wissenschaftstheoretische Problem, was ein echtes Gesetz im Sinne eines Naturgesetzes ist – etwa im Unterschied zu den erwähnten empirischen Generalisierungen oder zu den Quasi-Gesetzen – kann und muß

\* Hans Linde zum 60. Geburtstag (16.3.1973) gewidmet.

hier beiseite bleiben. Man mag davon ausgehen, daß jeder Wissenschaftler voraussetzt, daß es einen präzisierbaren und für die Praxis hinreichend klaren Unterschied zwischen Gesetzesaussagen und zufälligen empirischen Regelmäßigkeiten bzw. Trendaussagen usw. gibt.

Theorien und theoretische Gesetze sind nur mit Hilfe von *theoretischen Begriffen* zu formulieren. Das sind solche Begriffe, die sich nicht ausschließlich auf einfache Messungen oder Beobachtungsaussagen definitiv oder durch Konstitution oder gar im Sinne der frühen Neopositivisten durch Reduktionssätze zurückführen lassen. Begriffe sind Instrumente – und zwar praktisch unverzichtbare Hilfsmittel für allgemeine Theorien überhaupt. Bei stark „logifizierten“ und axiomatisierten empirischen Theorien ist die Rolle dieser theoretischen Begriffe genauer untersucht worden. Man weiß, daß theoretische Begriffe – oder wie man in der Psychologie des öfteren sagt: theoretische Konstrukte – nicht vollständig mit empirischer Bedeutung versehen werden können. Es besteht zum Beispiel keine Möglichkeit, dem theoretischen Begriff „Temperatur“ durch eine endliche Anzahl von Meßverfahren eindeutig eine vollständige empirische Interpretation zuzuweisen: Jedes spezielle Meßverfahren hat Gültigkeit nur in einem bestimmten eingrenzenden Normalbereich – oberhalb einer bestimmten absoluten Temperatur schmilzt zum Beispiel jedes Meßinstrument. Der theoretische Begriff leistet dennoch – obwohl nur unvollständig interpretiert – durch Gesetze, in denen er vorkommt, die theoretisch-ideelle Integration aller bekannten und evtl. noch zu entdeckenden Meßmöglichkeiten, die ihm zugeordnet werden können.

Angeregt durch die Untersuchungen von RAMSEY konnte man freilich erkennen, daß in gewisser Hinsicht auf theoretische Begriffe verzichtet werden kann. RAMSEY ersetzte sämtliche theoretischen Terme (Ausdrücke der Theoriesprache, die den theoretischen Begriffen entsprechen) durch Variable, die durch vorgesezte Existenzquantoren gebunden werden. Dachte man sich die Theorie in axiomatischer Form und als konjunktive Zusammenfassung der Axiome und Zuordnungsregeln zwischen theoretischen und Beobachtungsbegriffen gegeben, so ergibt sich durch das RAMSEYSche Verfahren ein einziger komplizierter Existenzsatz, der keinerlei theoretische

Begriffe mehr enthält. Dieser heißt der RAMSEY-Satz der Theorie. Dieser RAMSEY-Satz hat einige bemerkenswerte wissenschaftstheoretische Eigenschaften. Es läßt sich nämlich beweisen, daß er im Hinblick auf die Erklärung von Einzelereignissen und auch auf die Tatsachenprognosen genauso leistungskräftig ist wie die Ausgangstheorie. Da der RAMSEY-Satz bis auf die Vorschaltung von Existenzquantoren dieselbe logische Struktur hat wie die Ausgangstheorie, folgt, daß die spezielle Interpretation der theoretischen Begriffe für die Möglichkeit der Faktenvorausage und Tatsachenerklärung nicht von entscheidender Bedeutung ist. Das strukturelle Gerüst der Theorie, also die logisch darzustellenden und unter Umständen mathematischen Relationen sowie die Beobachtungsterme und Beobachtungsaussagen sind von größerer Bedeutung für die genannten Ziele der Erklärung und Prognose von Ereignissen als die theoretischen Begriffe selber, die gleichsam durch Leerstellen ersetzt werden könnten. Hiermit ist erkannt, daß das Wesentliche an den theoretischen Begriffen ihre strukturelle und kontextuelle Stellung innerhalb der Theorie ist. – Es ist hiermit nicht behauptet, daß man grundsätzlich auf theoretische Begriffe völlig verzichten kann, wie gelegentlich von Wissenschaftstheoretikern geschlossen wurde. Nicht nur sind theoretische Begriffe unerlässlich für das praktische Arbeiten mit Theorien, sondern bei der Gewinnung neuer empirischer Gesetzmäßigkeiten unter Zuhilfenahme der Ausgangstheorie sowie bei der Modifikation der Theorie selbst scheinen theoretische Begriffe keineswegs überflüssig zu sein (BRAITHWAITE-RAMSEY-Vermutung).

Nebenbei bemerkt hat dieser RAMSEY-Satz, der zu einer Theorie gehört, noch eine Reihe besonderer Vorteile für die Beurteilung der Theorie. Zunächst einmal können unvollständig gedeutete Begriffe natürlich nur zu unvollständig gedeuteten Sätzen führen, die diese Begriffe enthalten. Unvollständig gedeuteten Sätzen hingegen ist kein Wahrheitswert definitiv zuzusprechen. Theoretische Gesetze konnten bis dahin weder als wahr noch als falsch bezeichnet werden, da sie eben unvollständig gedeutete Begriffe enthalten. Nach der Elimination der theoretischen Begriffe ist nun freilich der RAMSEY-Satz ein vollständiger Satz ohne nur partiell interpretierte Begriffe und als solcher ist er wahr oder falsch. Man hat nunmehr die Möglichkeit, der gesamten

Theorie das Prädikat „wahr“ genau dann zuzuordnen, wenn der RAMSEY-Satz der Theorie ein wahrer Satz ist. – Ferner kann der RAMSEY-Satz in fruchtbarer Weise verwendet werden, um triviale und empirisch nicht überprüfbare Theorien zu kennzeichnen. Solche haben nämlich die Eigenschaft, daß ihr RAMSEY-Satz selber trivial ist, d. h. logisch wahr. Durch bestimmte sinnvolle Zuordnungen gelingt es auch mit Hilfe des RAMSEY-Satzes, innerhalb der theoretischen Sprache einer Theorie analytisch wahre von synthetischen (d. h. empirisch gehaltvollen) Sätzen abzutrennen – ein Problem, dem sich vorher unüberwindliche Schwierigkeiten entgegenzustellen schienen.

Es soll hier nicht über weitere wissenschaftstheoretische und teilweise auch philosophische Probleme des RAMSEY-Satzes gehandelt werden. Nur soviel ist festzuhalten: Im Hinblick auf die Erklärung und Prognose von Ereignissen sind theoretische Begriffe wesentlich durch ihre strukturellen Beziehungen im logisch-strukturellen Gerüst der Theorie und durch ihre formalen Zuordnungen zu Beobachtungstermen und Beobachtungssätzen gekennzeichnet. Sie sind selbst Instrumente, die gleichsam kontextuell bestimmt und verwendet werden.

Auch in der Soziologie werden eine ganze Reihe theoretischer Begriffe benutzt, selbst wenn diese oftmals anscheinend anschaulichen Gehalt dadurch gewinnen, daß ihre Beziehungen aus der Umgangssprache und dem Alltagsleben übernommen worden sind. Man denke zum Beispiel nur an Grundbegriffe der Mikrosoziologie wie „Gruppe“, „Rolle“, „soziale Beziehung“ usw. Dies gilt natürlich erst recht für solche Begriffe wie „soziometrischer Status“, „Gruppenkohäsion“, „Kohärenz“ sowie für die gerichteten Wahl- bzw. Vorzugs- oder Ablehnungsbeziehungen in soziometrischen Analysen. Insbesondere sind auch die Begriffe der Kommunikationsnetzwerktheorie und sozial gedeutete Begriffe der Graphentheorie nicht mehr nur mathematische Instrumente, sondern durch die soziale Deutung zu theoretischen Begriffen der Erfahrungswissenschaft Soziologie geworden.

Begriffe sind Instrumente. Wenn sie weitgehend strukturell und kontextuell gekennzeichnet werden können, so strukturieren sie ihrerseits eben aufgrund ihrer kontextuellen „Bedeutung“ das

Erfahrungsfeld der empirischen Wissenschaft in zentraler Weise mit. Dies gilt natürlich auch für die Analysen der empirischen Sozialforschung selbst. Es können Fälle eintreten, bei denen sich anscheinend empirische und gelegentlich sogar überraschende Resultate nicht als Aussagen von empirischem Gehalt herausstellen, sondern als strukturell erzeugte analytische Folgen der zugrundegelegten logisch-mathematischen Strukturbegriffe aufzufassen sind. Es handelt sich hierbei bei nicht einmal um normale Folgerungen aus den, wenn auch nur partiell gedeuteten, theoretischen Begriffen, die ihre Interpretation über die Zuordnungsregeln zu Beobachtungsaussagen erhalten, sondern um Folgerungen aus dem logisch-mathematischen Strukturzusammenhang der Theorie an sich – ohne Berücksichtigung der erwähnten Zuordnungsregeln, die die Verbindung zu empirischer Überprüfung herstellen. Diese Fälle sind also dadurch gekennzeichnet, daß abgeleitete Resultate nicht aus jenem strukturellen Zusammenhang folgen, der die theoretischen Begriffe durch die Zuordnungsregeln empirisch deutet, sondern aus dem logisch-mathematischen Strukturgehalt dieser Begriffe allein. (Natürlich gehört dieser rein logisch-mathematische Strukturgehalt zur strukturellen Kennzeichnung des theoretischen Begriffes als ein wesentlicher Teil hinzu, macht aber nicht den gesamten kontextuellen Bedeutungsgehalt dieses Begriffes aus.) Bestimmen in dieser Weise ausschließlich logisch-mathematische Strukturen ein abgeleitetes Resultat, so soll die Beziehung zwischen Prämisse und abgeleitetem Resultat eine (rein) *strukturelle Implikation* heißen. Selbstverständlich kommen strukturelle Implikationen nicht nur in streng axiomatisierten Theorien vor.

Im folgenden sollen jedoch einige Beispiele für strukturelle Implikationen in relativ exakt axiomatisierbaren Teiltheorien der Mikrosoziologie angegeben werden. Der Einfachheit halber werden die Beispiele stets unter Zugrundelegung desselben logisch-mathematischen Modells gewonnen, nämlich der Graphentheorie, die sich bekanntlich für die Soziologie sehr fruchtbar bei der Analyse von Organisationssystemen, formal fixierten Kleingruppenbeziehungen, Kommunikationsnetzwerken und von soziometrischen Beziehungen anwenden läßt.

*Soziometrisches Beispiel.* Soziogramme wie auch

die entsprechenden Soziomatrizen lassen sich mit den Mitteln der mathematischen Graphentheorie als gerichtete Graphen auffassen, wobei den Personen, Rollen- oder Positionsträgern die Punkte des Graphen und den sozialen Beziehungen oder Interaktionen die Linien des Graphen entsprechen.

Ein gerichteter Graph ist jede Struktur, die sich axiomatisch in folgender Weise kennzeichnen läßt: Vorausgesetzt ist eine Menge, deren Elemente „Punkte“ genannt werden, sowie ebenfalls eine zweite Menge von geordneten Punktepaaren, genannt „Linien“, die nur Punkte der ersten Menge enthalten. – In den Axiomen der Theorie der gerichteten Graphen wird nun gefordert, daß die Punktmenge nicht-leer und endlich ist und daß auch die Zahl der Punktepaare, also der Linien, endlich ist. Weiter dürfen keine zwei gleichgerichteten Linien zwischen zwei

nien, die aneinandergehängt sind, heißen Pfade, wenn die Punkte und Linien nicht doppelt auftreten. Ohne diese letztere Einschränkung handelt es sich um Sequenzen. Linienzüge von aneinanderhängenden Linien, deren Teillinien nicht notwendigerweise gleichgerichtet sind, nennt man Semisequenzen bzw. Semipfade. Geschlossene Pfade sind Zyklen, geschlossene Semipfade sind Semizyklen.

Ähnlich wie Soziogramme sich in Soziomatrizen darstellen und auf Digitalrechnern verarbeiten lassen, können auch Graphen in sogenannten Benachbartheitsmatrizen (adjacency matrices) dargestellt werden. Eine solche Benachbartheitsmatrix ( $a_{jk}$ ) gibt in der Zeile  $i$  und der Spalte  $k$  an, ob der Punkt  $A_i$  mit dem Punkt  $A_k$  durch eine gerichtete Linie direkt verbunden ist: Dann steht an dieser Stelle  $a_{jk}$  eine Eins; wenn keine solche Linie existiert, so steht dort eine Null (s. ust. Tab.).

*Zugehörige Benachbartheitsmatrix*  
zu dem unten abgebildeten funktionalen Graphen

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	K	L	M	N
A	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
B	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
G	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
I	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
L	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
M	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
N	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0

Punkten existieren (obwohl entgegengesetzt gerichtete Linien zugelassen sind), d. h., ein geordnetes Punktepaar darf nur als *eine* Linie zählen. Zuletzt sind vielfach (die Autoren differieren ein wenig hierüber) noch Schleifen verboten, d. h., in einem Punktepaar darf nicht an beiden Stellen zugleich derselbe Punkt auftreten, oder eine Linie darf nicht zu ihrem Ausgangspunkt direkt zurückkehren. Linienzüge gleichgerichteter Li-

Aus diesen Benachbartheitsmatrizen lassen sich weitere Matrizen herleiten, die angeben, ob ein Punkt durch einen Pfad von einem anderen aus erreichbar ist (Erreichbarkeitsmatrix) oder welche Distanz (Länge der Teillinien) ein kürzester Pfad zwischen zwei Punkten hat. Potenzmatrizen der Benachbartheitsmatrix können zur Ermittlung von Cliquenstrukturen herangezogen werden. In der Hauptdiagonalen der dritten Po-

tenz der Benachbartheitsmatrix wird nämlich die Anzahl der Dreiercliquen angegeben, an denen der jeweils in der Zeile und Spalte stehende Punkt teilhat. Größere Cliques können als durch Dreiercliquen aufgebaut analysiert werden.

Vollständige Cliques, d. h. solche, in denen jeder Punkt mit jedem durch eine direkte Linie verbunden ist und auch jeder Linie die umgekehrte entspricht und im Soziogramm vorkommt, sind in wirklichen sozialen Gruppen recht selten anzufinden. Deshalb ist es sinnvoll, den Cliquesbegriff abzuschwächen.

HARARY schlägt deshalb einen schwächeren Cliquesbegriff vor: Clique ist für ihn jeder größte Subgraph, der die Eigenschaft hat, daß jeder Punkt in ihm von jedem anderen in ihm auf einem Pfad erreichbar ist. Triviale Cliques dieser Art wie Einzelpunkte und auch Zweiercliques sollten dabei definitorisch noch ausgeschlossen werden. Diese sogenannten schwachen oder nicht vollständigen Cliques sind für die Soziometrie von großer Bedeutung, da die meisten in der sozialen Wirklichkeit sich findenden Cliquesstrukturen von solcher Art sind.

In Soziogrammen, bei denen eine feste Zahl der abzugebenden Stimmen (sei es Vorzugswahlen oder Ablehnungen) oder eine feste Zahl der Interaktionspartner gegeben ist, treten nun solche nichtvollständigen Cliques aus strukturellen Gründen notwendig auf: schwache Cliques bestimmter Art sind in Soziogrammen dieses Typs strukturelle Implikationen und nicht empirische Resultate. Hierzu ist es nötig, zunächst eine etwas vereinfachende Analysenannahme zu machen, von der man sich nachher freilich wieder befreien kann. Es sei vorausgesetzt, daß jeder Wähler im Soziogramm bzw. jeder beobachtete Interaktionspartner nur eine soziale Beziehung zu bloß einem anderen Partner realisieren kann.

In diesem Fall ist das entstehende Soziogramm durch einen funktionalen gerichteten Graphen darzustellen, d. h. durch einen Graphen, in dem von jedem Punkt aus genau eine Linie hervorgeht oder, wie man auch sagt, jeder Punkt den Ausgrad 1 hat. Funktionale gerichtete Graphen haben nun aus strukturellen Gründen stets die Form eines Zyklus, an den Bäume gehängt sind, d. h. zyklusfreie Linienzüge, die von einem Punkt ausgehen oder auf einen Punkt hingichtet sind.

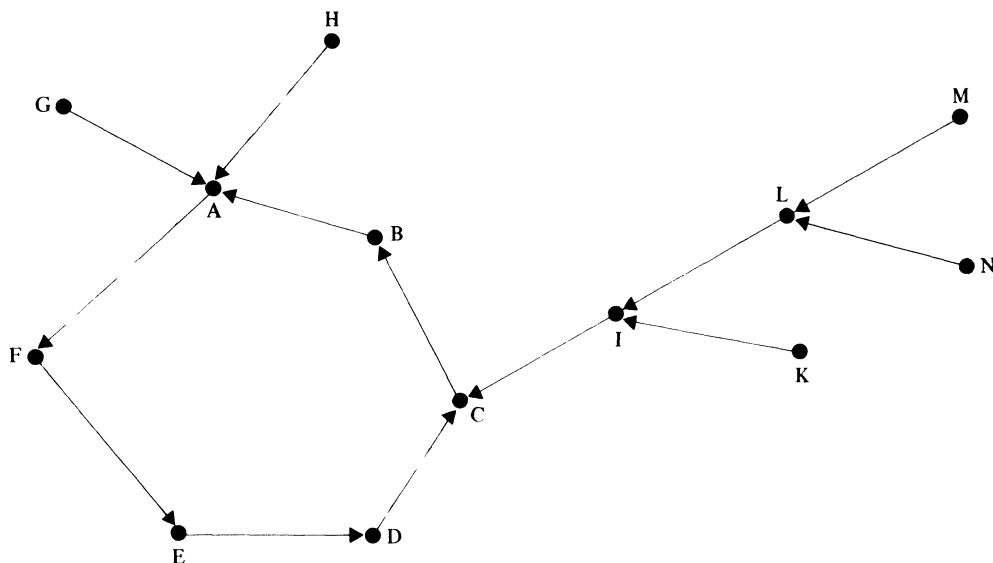
Beim Falle funktionaler Graphen sind die Linienzüge in den Bäumen stets auf den entsprechenden Punkt des Zyklus gerichtet, an dem der jeweilige Baum angehängt ist. Handelt es sich um einen Graphen, der in mehrere unverbundene Stücke auseinanderfällt, so enthält jedes Teilstück genau einen solchen Zyklus. Soziogramme, die durch funktionale gerichtete Graphen dargestellt werden können, enthalten also aus rein strukturellen Gründen Cliques im Sinne von nichtvollständigen schwachen Cliques. Schwache Cliques sind also rein strukturelle Implikate in funktionalen Soziogrammen (s. Schaub. S. 355).

*Beweis:* Der funktionale Graph sei nach Voraussetzung zusammenhängend, er zerfalle also nicht in unverbundene Teilstücke. Da jeder Punkt den Ausgrad 1 hat, kann im Graphen kein reiner Empfängerpunkt bestehen; denn dieser hätte den Ausgangsgrad 0. Hieraus folgt, daß der Graph mindestens einen Zyklus enthält; denn der Endpunkt jedes größten Pfades hat eine ausgehende Linie, diese aber muß zu einem Punkte des Pfades zurückkehren. (Wäre nämlich ein neuer, nicht auf dem Pfad liegender Punkt Endpunkt dieser Linie, so wäre der Pfad nicht ein größter oder maximaler.) Ist der gerichtete Graph zusammenhängend, so kann er keine zwei Zyklen enthalten; denn ein Verbindungspunkt der beiden Zyklen oder ein Punkt auf dem Semipfad, der beide Zyklen verbinden würde, hätte dann den Ausgrad 2. – Enthält der funktionale Graph zwei oder mehr Zyklen, so besteht er aus entsprechend zwei oder mehr unverbundenen Teilstücken, die jedes einen Zyklus enthalten. Der vorherige Beweis bezieht sich dann auf jedes Teilstück. – Nichtzyklische Teile des zusammenhängenden funktionalen Graphen sind Bäume, die je in ihren Linienzügen auf einen Punkt des Zyklus ausgerichtet sind. Jeder nicht im Zyklus liegende größte Pfad hat nämlich einen Endpunkt mit dem Ausgangsgrad 1 – nach Voraussetzung. Die ausgehende Linie kann keinen außerhalb des Pfades und des Zyklus befindlichen Punkt enthalten; denn dann wäre der Pfad nicht maximal und dieses widerspräche der Annahme. Diese Linie kann auch nicht auf einen Punkt des Pfades zurückgerichtet sein, denn dann enthielte der Pfad selber noch einen Zyklus.

Nach Erhalt dieses Resultats kann man sich von der Voraussetzung befreien, daß die betroffenen

*Beispieldiagramm für ein funktionalen gerichteten Graphen*

(Etwa Vorzugswahlensoziogramm – z. B. Kapitänswahl – einer Fußballmannschaft mit zwei Ersatzspielern)



Soziogramme jedem Wähler nur eine Stimmabgabe erlauben bzw. für jeden Interaktionspartner nur je einen anderen Interaktionspartner vorsehen. Soziogramme, die aus genau zwei Stimmabgaben jedes Wählers entstehen, bzw. jedem Interaktionspartner genau zwei Interaktionspartner zuordnen, sind als Vereinigung bzw. Überlagerung zweier funktionaler gerichteter Graphen aufzufassen. Sie enthalten also mindestens zwei Zyklen oder schwache unvollständige Cliques. Entsprechendes gilt für höhere Stimmzahlen. Kompliziert man also Soziogramme durch die Vorgabe einer höheren Anzahl von möglichen Stimmabgaben (entsprechend für höhere Anzahlen von Interaktionspartnern oder Kommunikationskanälen), so erhält man eine entsprechend komplexere Struktur, die dann ebenfalls aus strukturellen Gründen schwache Cliques aufweist, welche allerdings nun nicht so leicht als bloße strukturelle Implikationen der Fragestellung bzw. des theoretischen Begriffsinstrumentariums erkannt werden können.

Die Aussage, daß ein Soziogramm stimmengleicher Wähler oder ein Kommunikationsnetz mit jeweils ausradgleichen Punkten schwache Cliques enthalte, ist also keine empirische Feststellung, sondern eine strukturelle Implikation des

theoretischen Gerüsts. Daher ist es etwa in der Soziometrie sinnvoller, einen Begriff der fast-vollständigen Clique zu verwenden, bei dem bis auf ein oder zwei Linien alle Punkte wechselseitig durch Linien verbunden sind.

Immerhin ließ sich an diesem Beispiel ein klassischer Fall einer strukturellen Implikation illustrieren, bei der ausschließlich der logisch-mathematische Strukturgehalt der zugrundeliegenden theoretischen Begriffe eine anscheinend empirische, aber in Wirklichkeit analytische Resultat-angabe bestimmte.

*Turnierbeispiel.* In Rundenspieltornieren – etwa von Sportmannschaften – spielt jede Mannschaft innerhalb einer bestimmten Runde gegen jede andere. Der gerichtete Graph eines Rundenspieltorniers ist, wenn ein Spiel durch eine Linie dargestellt wird, also ein vollständiger Graph. Da eine Mannschaft in einer Runde gegen jeden Gegner nur einmal spielt und bei diesem Spiel nur eine Mannschaft von beiden gewinnen kann, ist der Graph auch asymmetrisch: d. h., wenn A über B gesiegt hat, so kann in derselben Runde nicht auch B über A gesiegt haben. („Unentschieden“ sei aus Gründen der Einfachheit ausgeschlossen; man kann sich aber auch von dieser

Einschränkung späterhin durch eine Komplizierung des Modells befreien).

Vollständigkeit und Asymmetrie kennzeichnen strukturell einen besonderen Typ von Graphen, der aus naheliegenden Gründen als Typus der Turniere (tournaments) bezeichnet wird. Turniere sind also vollständige, asymmetrisch gerichtete Graphen. (Möchte man sich von der oben erwähnten Einschränkung auf bloße Siege oder Niederlagen beschränken, so könnte man den bisher wenig untersuchten Typus der gemischten Turniere einführen, in denen unentschiedene Spiele durch ungerichtete Linien dargestellt werden können. Vom Verfasser sind diese gemischten Turniere an anderer Stelle (1970) ausführlicher untersucht worden. Für die vorliegende Beispielsillustration braucht jedoch nicht diese komplexere Theorie herangezogen zu werden.)

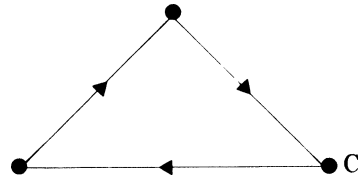
Auch bei reinen Turnieren gibt es eine Reihe von strukturellen Implikationen, von denen einige sehr einfach zu erkennende hier genannt werden sollen: Ein reines Turnier hat höchstens einen reinen Sendepunkt, d. h. einen Punkt, der nur ausgehende Linien zeigt – jedes Turnier hat also höchstens eine Siegermannschaft, die alle anderen besiegt. (Besiegt nämlich eine Mannschaft alle anderen, so liegen alle diese als Endpunkte auf mindestens einer in sie hineingerichteten Linie, sind also keine reinen Sendepunkte.) Ebenso hat natürlich ein jeder Turniergraph höchstens einen reinen Empfängerpunkt, der nur einlaufende Linien aufweist, also höchstens einen totalen Verlierer, der gegen jede andere Mannschaft verloren hat.

Bezeichnet man die Zahl der Siege einer Mannschaft als Ergebnisrate des zugehörigen Punktes im Turnier, so gibt es einen interessanten Satz der Turniertheorie, der sich hiermit formulieren läßt. Er besagt, daß die Entfernung von einem Punkt A mit der höchsten Ergebnisrate des gesamten Turniers zu jedem anderen Punkt eins oder zwei ist.

*Beweis:* Die Entfernung von A zu den von A besiegten Mannschaften ist selbstverständlich eins. Man muß also nur noch zeigen, daß die Entfernung zu allen anderen Mannschaften gleich zwei ist. In reinen Turnieren, die wir hier vorausgesetzt haben, haben diese A besiegt: Es sei

Z eine beliebige Mannschaft davon. Angenommen, es gäbe keinen Punkt unter den von A besiegten Mannschaften, von dem die Entfernung bis zu Z eins ist (also die Entfernung von A zu Z gleich zwei wäre), dann hätte Z alle von A besiegten Mannschaften und A selber besiegt. Das ergibt einen Widerspruch zur Voraussetzung, daß A die höchste Ergebnisrate des Turniers hat. Hiermit ist der Beweis vollständig.

Aus diesem Beweis folgt sofort, daß für den Fall eines Turniers ohne totalen Gewinner auch die Mannschaft mit der höchsten Ergebnisrate von einer Mannschaft geschlagen wurde, die ihrerseits besiegt wurde von einer Mannschaft, welche der führenden unterlegen war. Oder anders ausgedrückt: Jede nicht total gewinnende Mannschaft C befindet sich in einem Dreierzyklus mit Verlust oder wie man kurz sagen könnte in einem „Verlusttripel“ der folgenden Art:



Hieraus folgt bereits, daß Turniere ohne totalen Gewinner nicht transitiv sein können, d. h., es ist nicht immer der Fall, daß wenn A B besiegt hat und B C besiegt hat, daß dann auch A C besiegt hat. Hieraus folgt unmittelbar, daß ein Turnier ohne Totalgewinner keine strenge (vollständige) Ordnung oder Kette darstellen kann; transitive Turniere sind nämlich, logisch gesehen, strenge Ordnungen.

Es gilt aber nicht nur, daß jeder nicht-totale Gewinner eines Turniers in einem Verlusttripel liegt, sondern unter bestimmten Bedingungen ist er sogar Endpunkt eines Verlustpfades von jedem anderen Punkt aus. Das bedeutet: Jede Mannschaft ist in einem Einzelvergleich sozusagen besser als der nicht-totale Gewinner, weil sie Mannschaften geschlagen hat, die wiederum Mannschaften geschlagen haben usw. – bis hin zu den Mannschaften, welche letztlich den Gewinner geschlagen haben. Einschränkend ist hierbei nur zu sagen, daß eine eventuelle völlig sieglose Mannschaft natürlich nicht als

Anfang oder als Zwischenpunkt eines Verlustpfades dieser Art genommen werden kann. Es darf auch nicht ein solcher beliebiger Anfangspunkt des Verlustpfades für den Gewinner zu einer deklassierten Gruppe gehören, d. h. zu einer Menge von Mannschaften, welche keinerlei Sieg über eine außenstehende Mannschaft zu verzeichnen haben. Nimmt man aber diese Bedingungen an, so gilt der Satz: Von jedem Punkt aus, der nicht zu einer deklassierten Gruppe gehört, existiert ein Pfad durch alle Turnierpunkte hindurch, also auch durch den (nicht-totalen) Gewinnpunkt, falls dieser vom Anfangspunkt verschieden ist.

*Beweis:* Weil der Anfangspunkt  $A_1$  zu keiner deklassierten Gruppe gehört nach Voraussetzung, gibt es einen von  $A_1$  ausgehenden Pfad. Würden alle von  $A_1$  ausgehenden Pfade abbrechen, bevor alle Punkte des Graphen durchlaufen sind, so wären die Punkte, die von allen diesen Pfaden von  $A_1$  aus erreicht sind, eine deklassierte Gruppe. (Wenn nicht, so gäbe es nämlich von einem dieser Punkte aus eine Linie zu einem weiteren Punkt außerhalb dieser Teilmenge. Dann ließe sich der Pfad von  $A_1$  aus zu diesem Punkt durch diese Linie nach außen verlängern.)  $A_1$  gehörte also zu einer deklassierten Gruppe – im Widerspruch zur Voraussetzung.

Man muß also Fußballjournalisten und Vereinsfunktionäre enttäuschen: Dieses sogenannte Sportjournalistenparadox (ORE) tritt notwendigerweise in reinen Turnieren auf und es läßt sich auch auf gemischte Turniere (auch mit „Unentschieden“) übertragen. Es ist also nicht möglich, um der spektakulären Minderung des Gewinners willen oder um einer mittelbaren, gleichsam ideologischen Erhöhung der eigenen unterlegenen Mannschaft willen diese als die „eigentlich bessere“ hinzustellen, da sie doch Mannschaften geschlagen habe, die wiederum Mannschaften geschlagen haben, die den nicht-totalen Gewinner der Gesamtrunde besiegt haben. Wären die genannten Journalisten oder Funktionäre graphentheoretisch vorgebildet, so würden sie nach der Saison nicht einen solchen Verlustpfad für den Gewinner als besonders überraschend herausheben können und als eine Schwäche des Gewinners oder „eigentliche Überlegenheit“ ihrer eigenen Mannschaft interpretieren können, sondern sie würden einsehen, daß es sich hier nur um eine logisch-ma-

thematische Folge der Turnierordnung und der Tatsache handelt, daß der Gewinner überhaupt ein Spiel verloren hat. (Voraussetzen für die Übertragung auf gemischte Turniere ist übrigens auch noch, daß nicht nur unentschiedene Spiele außerhalb einer deklassierten Gruppe im Turnier stattgefunden haben.)

Man sieht also, daß eine recht komplexe, auf den ersten Anschein sogar eine überraschende, empirische Tatsachen konstatierende Aussage doch nur eine analytische Folge der Organisationsbedingungen des Turniers ist – also ein strukturelles Implikat dieser Organisation, aber keineswegs ein rein empirisches Ergebnis.

Mit diesen beiden Beispielen struktureller Implikationen in der Mikrosoziologie ist das Prinzip der strukturellen Implikationen in der Soziologie zunächst einmal klar illustriert. Es ließen sich natürlich ähnliche Beispiele in allen Teilbereichen finden, wo exakt axiomatisierte Strukturen zur Beschreibung und Darstellung sozialer Strukturen Verwendung finden können: also insbesondere für formale Organisationen, die meist Baumstruktur haben werden, für formalisierte Rollenbeziehungen und insbesondere für formell fixierte Kommunikationsnetzwerke und institutionalisierte Informationskanäle. Der empirische Soziologe hat also in jedem Falle genau darauf zu achten, was an seinen Resultaten nur eine strukturelle Folge der Versuchsanordnung oder der entsprechenden Institutionsnormen und -regeln ist, oder was sich als strukturelle Folge des verwendeten Beschreibungs- und Begriffsinstrumentariums erweist. Erst wenn er hierüber Klarheit erlangt hat, kann er einwandfrei abschätzen, was über diese strukturellen Implikationen hinaus nun echte empirische Resultate seiner Untersuchungen sind.

Bei den strukturellen Implikationen – und das zeigt sich auch im Unterschied der beiden Beispiele – können folgende zwei Fälle unterschieden werden: Die strukturellen Implikationen können Folge der gewählten Beschreibungsinstrumente oder des begrifflichen Instrumentariums der Analyse oder gar der vom Wissenschaftler ausgesuchten Versuchsanordnung sein. Der andere Fall (Turnierbeispiel) ist dadurch gekennzeichnet, daß die strukturellen Implikationen sich schon aus den Institutionsregeln selber ergeben: Ein Turnier ist nun eben insti-



tionell so angeordnet, daß das graphentheoretische Modell der Turniere darauf zutreffen muß (zumindestens jenes der gemischten Turniere). In diesem Falle hat die Wahl der begrifflichen Instrumente sozusagen keinen Freiheitsgrad mehr für strukturelle Implikationen, die nicht schon aus den Organisationsregeln des sozialen Institutionszusammenhanges selber stammen. Dies ist natürlich ein wesentlicher Unterschied, der zu beachten ist. Wollte man den ersten Fall noch weiter differenzieren, so ließe sich zwischen strukturellen Implikationen der Versuchsanordnung und den strukturellen Folgen der Wahl der Begriffsinstrumente (etwa bei nichtteilnehmender Beobachtung ohne Experimentalcharakter) noch unterscheiden.

Selbstverständlich ist das Phänomen struktureller Implikationen nicht ausschließlich auf logisch-mathematische Folgen der Strukturzusammenhänge einzuschränken, sondern die Wahl der theoretischen Begriffe in mittelbarer Zuordnung zu Beobachtungssätzen selbst hat natürlich empirische Relevanz eben durch die besondere Struktur der Zuordnungsregeln, aber auch durch den logischen Zusammenhang der theoretischen Begriffe innerhalb der Gesetze oder Quasi-Gesetze selbst (soweit diese nicht rein mathematische oder logisch-analytische Zusammenhänge sind). Auch hier ist natürlich das Phänomen der strukturellen Implikationen genau zu verfolgen und analog zu den beiden oben gegebenen Beispielen zu unterteilen.

Handelt es sich um den zweiten Typus struktureller Implikationen aus bereits vorgegebenen institutionellen Regelungen des sozialen Bereichs selbst, so ist natürlich nicht zu übersehen, daß den spezifischen strukturellen Folgen dieser Art insgesamt eine empirische Bedeutsamkeit schon zukommt insofern, als bei vorausgesetzter Anwendbarkeit des theoretischen Strukturmodells die Folgerungen sich eben aus empirisch vorliegenden Regelstrukturen ergeben. Doch bietet eine solche strukturelle Implikation im Grunde nichts Neues über die Voraussetzung hinaus – der empirische Gehalt wird nicht vermehrt, sondern ist voll bereits in den Prämissen enthalten. In manchen Fällen wäre allerdings die Übereinstimmung der strukturellen Implikationen mit entsprechenden Phänomenen der sozialen Wirklichkeit auch als bestätigendes Indiz dafür aufzu-

fassen, daß das gewählte theoretische Modell auf diesen Phänomenbereich anwendbar ist.

Insgesamt kann erst die logisch-wissenschaftstheoretische Analyse seiner theoretischen Modelle dem Soziologen Klarheit darüber verschaffen, wieweit manche seiner Resultate im einzelnen wirklich empirisch gehaltvoll sind oder unter Umständen nur logisch-mathematische Folgen, eben strukturelle Implikationen, seiner Prämissen bzw. der gewählten theoretischen Modelle darstellen. Die Frage struktureller Implikationen umschreibt also einen Problemereich, der wie auch andere soziologische Fragen deutlich machen kann, wie unabdingbar eine wissenschaftstheoretische Schulung nicht nur für den Grundlagenforscher und theoretisch orientierten Sozialwissenschaftler ist, sondern auch für den eher empirisch ausgerichteten Soziologen, wenn er imstande sein soll, den empirischen Gehalt seiner Resultate richtig einzuschätzen.

### Literatur

- CARNAP, R., 1969: Einführung in die Philosophie der Naturwissenschaften. München.  
 HARARY, F., NORMAN, R. Z., D. CARTWRIGHT, 1965: Structural Models. An Introduction to the Theory of Directed Graphs. New York/London/Sydney (2nd. ed. 1966).  
 LENK, H., 1969: Graphen und Gruppen. Soziale Welt 20, 407–427.  
 LENK, H., 1970: Bäume, Turniere und soziometrische Graphen. In: Ders., Leistungsmotivation und Mannschaftsdynamik. Schorndorf, S. 118–145.  
 RAMSEY, F. P., 1931: Theories. In: Ders., The Foundations of Mathematics. London.  
 STEGMÜLLER, W., 1969/1970: Probleme und Resultate der Wissenschaftstheorie in analytischer Philosophie: Band 1: Wissenschaftliche Erklärung und Begründung. Berlin/Heidelberg/New York 1969. Band 2: Theorie und Erfahrung. Ebd. 1970.