Anwendung von Methoden der Transformationsanalyse als Form konfirmatorischer Faktorenanalyse

Christian Tarnai

Deutsches Institut für wissenschaftliche Pädagogik, Abteilung Forschung und Experiment, Münster

Application of methods of transformation analysis as a mode of confirmatory factor analysis

A b s t r a c t: The solution of two principal problems in factor analysis – number of factors and their rotation – uses transformation analysis based on theoretical considerations. In this respect one can use the classical methods of factor analysis in a more confirmatory way. The application of orthogonal and oblique transformations will be demonstrated by two examples which point to the meaning of transformation analysis for classical and confirmatory factor analysis.

I n h a l t: Von den Hauptproblemen der klassischen Faktorenanalyse ausgehend – Bestimmung der Faktorenzahl und Festlegung der Faktorenposition – wird eine Vorgehensweise vorgeschlagen, die diese Probleme nach inhaltlichen Gesichtspunkten mit Hilfe der Transformationsanalyse löst. Die Methode der Transformationsanalyse wird kurz dargestellt, deren Einsatz auch im Rahmen klassischer Faktorenanalysen ein konfirmatorisches Vorgehen ermöglicht. An zwei Beispielen wird die Verwendung der Transformationsanalyse demonstriert, wodurch ihre Bedeutung bei klassischen und konfirmatorischen Faktorenanalysen verdeutlicht wird.

Die Anwendung der Faktorenanalyse ist ein in den Sozialwissenschaften weit verbreitetes Vorgehen, theoretische Variablen auf Indikatorenebene abzubilden. Das Ergebnis der Faktorenanalyse soll Anhaltspunkte dafür liefern, ob die bei der Auswahl der Indikatoren maßgebenden Annahmen über ihre Beziehung zu den theoretischen Variablen zutreffend sind. Diese Zielsetzung entspricht einer konfirmatorisch orientierten Anwendung der Faktorenanalyse. Betrachtet man die eingeschränkte Verwendung faktorenanalytischer Verfahren, die LUKESCH und KLEITER (1974) bei einer Analyse psychologischer Fachliteratur festgestellt haben und die wahrscheinlich auch für die Anwendungen der Faktorenanalyse im weiteren sozialwissenschaftlichen Bereich gilt, so wird deutlich, daß kaum der Versuch unternommen wird, die Faktorenanalyse konfirmatorisch einzusetzen. Diese Tatsache kann nur zu einem geringen Teil mit der erst in den letzten Jahren erfolgten Entwicklung spezieller Verfahren der konfirmatorischen Faktorenanalyse (z.B. LISREL von JÖRESKOG und VAN THILLO 1973) erklärt werden, da auch mit Hilfe klassischer faktorenanalytischer Verfahren (z.B. Hauptachsenmethode) Vorgehensweisen möglich sind, die über eine rein exploratorische Anwendung der Faktorenanalyse hinausgehen und zu einer konfirmatorisch orientierten Faktorenanalyse führen¹.

In der vorliegenden Arbeit soll auf eine Möglichkeit hingewiesen werden, inhaltliche Annahmen über die Beziehung von Indikatoren (Variablen) zu theoretischen Variablen (Faktoren) zu überprüfen. Diese spezielle Form konfirmatorisch orientierter Faktorenanalyse bedient sich der Methode der Transformationsanalyse, die für den Vergleich faktorenanalytischer Ergebnisse entwickelt wurde. Sie kann immer dann eingesetzt werden, wenn die bekannten faktorenanalytischen Verfahren zur Verfügung stehen, die in sozialwissenschaftlichen Programmpaketen dokumentiert sind (z.B. SPSS von NIE et al. 1975).

Die Darstellung der Anwendung der Transformationsanalyse bezieht sich daher in erster Linie auf diese Verfahren, die unter dem Begriff „klassische Faktorenanalyse“ subsumiert werden, um sie von den Verfahren konfirmatorischer Faktorenanalyse zu unterscheiden, die zusätzlich eine teststatistische Überprüfung teilweise oder vollständig vorgegebener Modelle erlauben (vgl. MULAİK 1972: Kap. 15). Die Bezeichnung „exploratorische Faktorenanalyse“, wie sie von WEEDE und JAGODZINSKI (1977) verwendet wird, soll auf die Anwendungen der Faktorenanalyse beschränkt werden, die von keinerlei theoretischen Annahmen ausgehen, da alle faktorenanalytischen Verfahren exploratorisch eingesetzt werden können.

¹ Eine erste, kaum versuchte Möglichkeit ist der Vergleich faktorenanalytischer Ergebnisse verschiedener Analysen derselben Variablen. Handelt es sich um

eine erste Analyse, kann der Vergleich auf der Grundlage von Teilstichproben erfolgen (KATZENMEYER und STENNER 1975).

Die Verwendung der Transformationsanalyse zur Überprüfung theoretischer Annahmen kann die Anwendung einer konfirmatorischen Faktorenanalyse nicht ersetzen, da nur auf einer deskriptiven Ebene Anhaltspunkte für die Gültigkeit vorliegender Annahmen gewonnen werden können². Sie ist als Übergang zur gezielten Hypothesenüberprüfung gedacht, wenn mehrere Annahmen über die Variablen-Faktoren-Beziehung vorliegen, wodurch bei der konfirmatorischen Faktorenanalyse eine teststatistische Absicherung einer Faktorenlösung gegenüber Zufallsergebnissen unmöglich werden kann³.

Bei der Darstellung der Transformationsanalyse wird von den beiden Hauptproblemen der klassischen Faktorenanalyse ausgegangen, die sich durch die notwendige Bestimmung der Anzahl der Faktoren und der Festlegung ihrer Position ergeben. Diese Probleme sind nur dann lösbar, wenn man inhaltliche Überlegungen berücksichtigt, die bei der Auswahl der Indikatoren maßgebend sind. Unter diesem Gesichtspunkt ist eine exploratorische Faktorenanalyse undenkbar, da bereits durch die in eine Analyse einbezogenen Indikatoren mögliche Faktorenlösungen eingeschränkt werden (vgl. PAWLIK 1968: 270 ff.).

Als Anwendungsbeispiele werden die von EBERWEIN et al. (1978) vorgelegten Ergebnisse einer Hauptkomponentenanalyse und einer konfirmatorischen Faktorenanalyse verwendet. Die Demonstration des Einsatzes der Transformationsanalyse anhand dieser Daten ist zwar nur eingeschränkt möglich, bietet aber die Gelegenheit, auf eine mögliche Verknüpfung beider Verfahren hinzuweisen.

1. Hauptprobleme der klassischen Faktorenanalyse

Bei der Faktorenanalyse, unabhängig vom zugrundeliegenden Modell und der verwendeten Methode, sind bei jeder Anwendung zwei Probleme zu lösen:

- (a) Bestimmung der Anzahl beizubehaltender Faktoren
- (b) Festlegung der Position der extrahierten Faktoren, um eine inhaltlich sinnvolle Interpretation vornehmen zu können.

Für die Bestimmung der Faktorenzahl gibt es für Faktorenanalysen, die die Hauptachsenmethode verwenden, eine Vielzahl von Kriterien in Form von Faustregeln und statistischen Tests (vgl. PAWLIK 1968: 87 f., 125 ff. und 167 ff. und ÜBERLA 1968: S. 123 ff.). Berücksichtigt man mehrere Kriterien bei einer Analyse, ergibt sich keine übereinstimmende Schätzung der Faktorenzahl (vgl. CRAWFORD 1975) oder man gelangt zu Faktorenzahlen, die mit dem Ziel der Faktorenanalyse, mit möglichst wenig Faktoren die gemeinsame Varianz der Variablen (Indikatoren) zu erklären, im Widerspruch stehen können (KAISER und HUNKA 1973, PAWLIK 1973). Dies ist darauf zurückzuführen, daß jedes Kriterium im Zusammenhang mit dem gewählten faktorenanalytischen Modell und seiner damit eng verbundenen Bedeutung zu sehen ist (vgl. HAKISTAN und MULLER 1973). Die Kriterien können somit nur Anhaltspunkte für die beizubehaltende Faktorenzahl geben, wenn man sich nicht eindeutig für ein Kriterium entscheiden kann.

Einige Autoren, z.B. ÜBERLA (1968: 138 f.) und FÜRNRATT (1969: 68 f.), empfehlen, die Bestimmung der Faktorenzahl in Kombination mit der Interpretierbarkeit der rotierten Lösungen festzulegen. Dies führt zum zweiten Problem, welche Position der Faktoren gewählt werden soll, um eine Interpretation der Faktorenlösung vornehmen zu können.

Bei der Festlegung der Faktorenposition ist die Situation ähnlich wie bei der Bestimmung der Faktorenzahl. Es stehen eine unübersehbare Vielzahl analytischer Rotationsverfahren zur Verfügung, die zum größten Teil Formalisierungen einer Untermenge des Einfachstrukturprinzips

2 Ob erhaltene Faktoren nur eine deskriptive Bedeutung haben, ist – auch bei der konfirmatorischen Faktorenanalyse – von der repräsentativen Wahl der Indikatoren und der im weiteren Forschungsprozeß nachgewiesenen Gültigkeit der Faktoren abhängig.

3 Die mehrmalige teststatistische Überprüfung derselben Daten führt zu einer Überschreitung der nominalen Irrtumswahrscheinlichkeit bei den einzelnen Hypothesenprüfungen (KRAUTH 1973).

THURSTONES darstellen. Jedes dieser Verfahren kann zu unterschiedlichen Interpretationen derselben Faktorenlösung führen, auch dann, wenn man nur orthogonale oder oblique Verfahren berücksichtigt. (vgl. z.B. ATKINSON und LUNNEBORG 1968, HAKISTAN 1971, HAKISTAN und ABELL 1974, WITTMANN und HAMPEL 1976). Die Bestimmung der Faktorenzahl mit der Interpretierbarkeit der Faktorenlösung zu kombinieren, ist daher nur möglich, wenn man sich auf ein Rotationskriterium und das entsprechende Verfahren beschränkt. Dies geschieht in der praktischen Anwendung der Faktorenanalyse mit der fast ausschließlichen Verwendung des VARIMAX-Kriteriums (vgl. LUKESCH und KLEITER 1974: 287). Diese orthogonale Rotation führt aber nur dann zu einer eindeutigen Position, wenn tatsächlich Einfachstruktur gegeben ist, und sie ist außerdem nicht adäquat, wenn Korrelationen zwischen den theoretischen Variablen (Faktoren) angenommen werden. Aufgrund der Unbestimmtheit der Faktorenlösung hinsichtlich der Positionen der Faktoren und des nicht eindeutig objektiv lösbaren Problems der Faktorenzahl ist es erforderlich, inhaltliche Überlegungen in den Vordergrund zu stellen, die vor der Anwendung einer Faktorenanalyse maßgebend sind bzw. sein sollten.

2. Formalisierung von Annahmen über zu erwartende Faktorenlösungen

Geht man davon aus, daß die Anwendung der Faktorenanalyse zum Ziel hat, direkt nicht meßbare theoretische Variablen über Indikatoren zu erfassen, so sind bereits bei der Auswahl und Formulierung von Indikatoren theoretische Annahmen zumindest über ihre Beziehung zu den theoretischen Variablen vorhanden. In den meisten Fällen besteht das Interesse, möglichst „reine“ Indikatoren für die theoretischen Variablen aufzufinden, um sie eindeutiger interpretieren zu können, so daß bereits einfache Faktorenmuster vorliegen, die angeben, welche Variablen (Indikatoren) welchen Faktoren (theoretischen Variablen) entsprechen sollen. Der Kenntnisstand über die theoretischen Variablen kann auch zu Überlegungen führen, die die Identität einer oder mehrerer Faktoren nahelegt, so daß sich durch entsprechende Modifikationen weitere Faktorenmuster ergeben⁴.

Betrachtet man die vorliegenden Indikatoren nicht nur unter dem Gesichtspunkt ihrer Beziehung zu den theoretischen Variablen, sondern auch hinsichtlich ihres möglichen Zusammenhangs, wie er beispielsweise durch die Position in einem Fragebogen, sprachliche Formulierung, Erhebungszeitpunkt u.a. verursacht werden kann, so ergeben sich weitere Faktorenmuster, die diese formalen Gesichtspunkte mit oder ohne die maßgebenden theoretischen Überlegungen abbilden⁵. Somit liegen verschiedene mehr oder weniger inhaltlich begründete Annahmen über die Variablen-Faktoren-Beziehung vor, von denen diejenige Annahme bestimmt werden soll, die für erhobene Daten am zutreffendsten ist.

Um erstellte Faktorenmuster mit dem Ergebnis einer Faktorenanalyse empirischer Daten in Beziehung setzen zu können, muß eine Darstellung der Annahmen in Form von Faktormatrizen erfolgen. Die Zeilen dieser Faktormatrizen entsprechen den Variablen und die Spalten den angenommenen Faktoren. Im einfachsten Fall wird die Beziehung einer Variablen zu einem Faktor durch die Eintragung einer Eins in die entsprechende Zelle der Matrix zum Ausdruck gebracht. In den übrigen Spalten der betreffenden Variablenzeile werden Nullen eingetragen, die die Aussage repräsentieren, daß die übrigen Faktoren (theoretischen Variablen) zur Erklärung der Variablen nicht beitragen. Wird angenommen, daß die durch einen Faktor erklärten Variablen entgegengerichtet sind, wird dies durch das Vorzeichen der Einsen zum Ausdruck gebracht. Erfolgen die Eintragungen für alle Variablen in der angegebenen Weise, so ist die Annahme durch eine Binärmatrix repräsentiert, deren Eintragungen als ideale Faktorenladungen aufgefaßt werden können. Die Einsen bedeuten dann, daß der betreffende Faktor die Variable vollständig erklärt.

Neben der Form einer Binärmatrix ist auch die Konstruktion anderer idealer Faktormatrizen möglich. Einmal können die Annahmen einer

4 Durch die Annahme verschiedener Faktorenzahlen ergibt sich eine unterschiedliche Zusammenfassung derselben Indikatoren.

5 Eine weitere Absicherung inhaltlich begründeter Annahmen kann durch die Vorgabe unsinniger oder zufälliger Faktorenmuster erfolgen (vgl. z.B. HORN und KNAPP 1973, JACKSON und MORF 1974).

vollständigen Erklärung der einzelnen Variablen durch die Faktoren zu unrealistisch sein⁶ bzw. die Erklärung einer Variablen durch mehrere Faktoren angenommen werden. Die Umsetzung derartiger Annahmen in eine Faktormatrix erfordert unterschiedliche Eintragungen für die einzelnen Variablen bzw. gleichartige Eintragungen für eine Variable in mehreren Spalten. Welche Möglichkeiten bestehen, die entsprechenden numerischen Größen der Koeffizienten festzulegen, wird von den bereits vorliegenden Informationen über die zu erwartende Faktorenlösung abhängen⁷. Es ist prinzipiell möglich, jede Art von Faktormatrizen zu konstruieren, solange die Faktoren (Spalten der idealen Faktormatrix) linear unabhängig sind. Diese Voraussetzung entspricht inhaltlich der Forderung, daß eine theoretische Variable nicht vollständig durch eine Kombination der übrigen theoretischen Variablen vorhersagbar sein darf⁸.

Sind die angenommenen Beziehungen der Variablen zu den Faktoren in Faktormatrizen abgebildet, so müssen die Zusammenhänge zwischen den theoretischen Variablen in Form von Faktorinterkorrelationsmatrizen angegeben werden. Geht man davon aus, daß alle Faktoren voneinander unabhängig sind, wird eine orthogonale Faktorenlösung erwartet. Im Falle vorgegebener Faktoreninterkorrelationen wird eine oblique Faktorenlösung den empirischen Daten für angemessen gehalten, und die inhaltlich begründete Faktormatrix entspricht einer Faktorgefügematrix (vgl. PAWLIK 1968: 226 f.).

Jede Annahme wird durch eine ideale Faktormatrix und die dazugehörige Faktorinterkorrelationsmatrix repräsentiert⁹. Liegen mehrere Annahmen für dieselben Variablen mit gleicher oder verschiedener Faktorenzahl vor, so sind die entsprechenden Formalisierungen mit der empirischen Faktormatrix in Beziehung zu setzen, um die zutreffendste Annahme bestimmen zu können.

Dies kann mit Verfahren der Transformationsanalyse geschehen, die für den Vergleich zweier empirischer Faktormatrizen entwickelt wurden. Mit ihrer Hilfe ist es möglich, die empirische Faktormatrix so zu rotieren (allgemeiner: transformieren), daß sie maximal mit einer vorgegebenen Faktormatrix übereinstimmt. Die erreichte Ähnlichkeit zwischen vorgegebener und empirischer Faktormatrix, bestimmt durch geeignete Koeffizienten, ermöglicht es, die verschiedenen Annahmen miteinander zu vergleichen und so die beste Annahme zu bestimmen.

3. Methoden der Transformationsanalyse

Im folgenden wird anhand des Verfahrens von FISCHER und ROPPERT (1965) die Methode der Transformationsanalyse dargestellt, die für das vorliegende Anliegen am besten geeignet ist¹⁰. Das Modell der Transformationsanalyse lautet in Matrizenschreibweise:

$$(1) E = Z - A T$$

Gesucht wird die Transformationsmatrix T , die die empirische Faktormatrix A an die vorgegebene Zielmatrix Z so annähert, daß die Summe der quadrierten Elemente der Restwertematrix E ein Minimum wird¹¹. Durch die Festlegung von Bedingungen, die die Transformationsmatrix erfüllen muß, wird gewährleistet, daß es sich um die exakte Lösung des orthogonalen oder obliquen Transformationsproblems handelt¹².

10 Das FISCHER-ROPPERT-Verfahren steht für eine Vielzahl anderer Verfahren, die das Transformationsproblem exakt lösen (vgl. z.B. CLIFF 1966, KAISER et al. 1971, KRISTOF 1964, SCHÖNEMANN 1966).

11 Die Matrizen A , Z und E sind vom Typ $(m \times k)$ und die Matrix T vom Typ $(k \times k)$. m bezeichnet die Variablen- und k die Faktorenzahl. Der Typ der im folgenden angeführten Matrizen ergibt sich nach den Regeln der Matrizenrechnung (vgl. HORST 1963). Es wird vorausgesetzt, daß die Anzahl und Reihenfolge der Variablen bei allen Matrizen gleich ist.

12 Die Algorithmen der orthogonalen und obliquen Transformationsanalyse werden angeführt, um ihre Umsetzung in Computerprogramme zu erleichtern. Zur Berechnung von orthogonalen Transformationsanalysen können Programme verwendet wer-

6 Es können dann Schätzungen der Kommunalitäten der Variablen eingesetzt werden.

7 Z.B. bereits vorliegende faktorenanalytische Ergebnisse.

8 Dies bedeutet, daß die theoretischen Variablen auf demselben Abstraktionsniveau erfaßt werden.

9 Ein und dasselben Faktorenmuster mit verschiedenen Faktorinterkorrelationsmatrizen stellt mehrere Annahmen dar.

3.1. Methode der orthogonalen Transformationsanalyse

Die orthogonale Transformationsanalyse ist dann angemessen, wenn die Zielmatrix Z eine Annahme repräsentiert, die von unkorrelierten theoretischen Variablen ausgeht. Die Transformationsmatrix T soll dann eine orthogonale Matrix sein, weshalb die Bedingungen für die Transformationsmatrix und das Kriterium lauten:

$$(2) T'T = I \text{ (Einheitsmatrix)}$$

$$(3) Sp(EE') = \min$$

Die Bestimmung der Transformationsmatrix T erfolgt durch folgende Berechnungen (nach FISCHER und ROPPERT 1965 b: 29):

- Es wird die symmetrische Matrix $Z'AA'Z$ gebildet.
- Es wird diese symmetrische Matrix auf Hauptachsenform gebracht ($Z'AA'Z = VDV'$), wodurch die Eigenvektoren (Matrix V) und die Eigenwerte (Diagonalmatrix D) bestimmt werden.
- Die gesuchte orthogonale Transformationsmatrix T ergibt sich aus dem Matrizenprodukt:

$$(4) T = A'ZVD^{-1/2}V'$$
- Die zu bestimmende Matrix B , die orthogonal ist und mit Z maximal übereinstimmt (das Kriterium ein absolutes Minimum wird) ergibt sich aus:

$$(5) B = AT$$

Die orthogonale Faktormatrix B stellt die Faktorenlösung dar, die im Sinne der durch die Matrix Z repräsentierten Annahme interpretiert werden kann, wenn die insgesamt erreichte Übereinstimmung auch für die einzelnen Variablen gegeben ist.

3.2. Methode der obliquen Transformationsanalyse

Werden Korrelationen zwischen den Faktoren angegeben, ist die Zielmatrix Z als Faktorge-

fügematrix aufzufassen, und die Transformationsmatrix T muß daher folgende Bedingung erfüllen:

$$(6) (T'T)^{-1} = R$$

Diese Bedingung stellt sicher, daß eine zulässige Transformation durchgeführt wird¹³, wobei R die Matrix der vorgegebenen Faktorinterkorrelationen ist. Bei der obliquen Transformationsanalyse soll die Quadratsumme der verallgemeinerten Abstände minimiert werden:

$$(7) Sp(ERE') = \min$$

Um eine Lösung des obliquen Transformationsproblems zu erreichen, wird eine zulässige orthogonale Darstellung des schiefwinkligen Systems (Matrizen Z und R) gesucht. Die Faktorgefügematrix Z soll durch eine zulässige orthogonale Matrix U ersetzt werden, wodurch das oblique Transformationsproblem auf ein orthogonales zurückgeführt wird¹⁴. Für die Bestimmung der empirischen obliquen Faktormatrix B , die mit Z maximal übereinstimmt, sind folgende Berechnungen erforderlich (nach FISCHER und ROPPERT 1965 a: 13 f.):

- Hauptachsentransformation der vorgegebenen Faktorinterkorrelationsmatrix R :

$$(8) R = QLQ'$$

- Berechnung der zulässigen orthogonalen Matrix U :

$$(9) U = ZQL^{1/2}$$

- Durchführung der orthogonalen Transformationsanalyse zur Bestimmung der orthogonalen Transformationsmatrix S , die die empirische Faktormatrix A an U heranrotiert (Hauptachsentransformation von $U'AA'U = VDV'$):

$$(10) S = A'UV D^{-1/2}V'$$

- Die oblique Transformationsmatrix T und die entsprechende empirische Faktorgefügematrix ergeben sich aus folgenden Matrizenprodukten:

$$(11) T = S L^{-1/2} Q'$$

$$(12) B = AT$$

den, die für den Vergleich empirischer Faktormatrizen entwickelt wurden (vgl. z.B. GEBHARDT 1967, TARNAI 1977). Da für die oblique Transformationsanalyse kein Programm allgemein verfügbar ist, wird ein Computerprogramm für die orthogonale und oblique Transformationsanalyse erstellt, das dazu beitragen soll, den allgemeinen Einsatz der Transformationsanalyse zu erleichtern.

13 Das Verfahren von HURLEY und CATTELL (1962) erfüllt diese Bedingung nicht und führt daher nur zu einer näherungsweise Lösung des obliquen Transformationsproblems.

14 Andere Möglichkeiten der orthogonalen Repräsentation obliquen Faktorenlösungen werden von KAISER et al. (1971) angegeben.

Durch dieses spezielle Vorgehen bei der obliquen Transformationsanalyse wird erreicht, daß die beiden Faktorgefügematrizen maximal übereinstimmen und die empirischen Faktoren dieselben Interkorrelationen aufweisen, wie sie durch die Annahme vorgegeben wurden¹⁵.

4. Beispiele für die Anwendung der Transformationsanalyse

Für die Demonstration des Einsatzes der Transformationsanalyse bei Faktorenanalysen werden die von EBERWEIN et al. (1978) vorgelegten faktorenanalytischen Ergebnisse verwendet, die bei einer Analyse von Indikatoren externen Konfliktverhaltens und interner Konflikte von Nationen erhalten wurden¹⁶. Die Arbeit von EBERWEIN et al. (1978) hat zum Ziel, die von RUMMEL (1963) angenommene Unabhängigkeit dieser Faktoren zu überprüfen. Zu diesem Zweck wurden eine Faktorenanalyse nach dem Hauptkomponentenmodell und eine konfirmatorische Faktorenanalyse durchgeführt. Während das Ergebnis der Hauptkomponentenanalyse die Unabhängigkeitshypothese zu unterstützen scheint, zeigt die konfirmatorische Faktorenanalyse, daß zwischen den internen und externen Konfliktfaktoren Zusammenhänge bestehen. Die Ergebnisse beider Analysen sind bei EBERWEIN et al. (1978) in Tabelle 4 für die Hauptkomponentenanalyse und in Tabelle 5 und 6 für die konfir-

matorische Faktorenanalyse angeführt. Diese Ergebnisse werden verwendet um aufzuzeigen, welchen Stellenwert ein inhaltlich geleitetes Vorgehen bei einer Faktorenanalyse nach dem Hauptkomponentenmodell¹⁷ haben kann und welche Einsatzmöglichkeiten der Transformationsanalyse im Rahmen der konfirmatorischen Faktorenanalyse bestehen.

4.1. Anwendung im Rahmen der klassischen Faktorenanalyse

Auf der Grundlage der orthogonal nach dem VARIMAX-Kriterium rotierten Faktormatrix (Tabelle 4 bei EBERWEIN et al. 1978) werden zwei Annahmen einander gegenübergestellt. Die erste Annahme entspricht den aufgezeigten Zusammenhängen der Indikatoren mit den Faktoren und geht von unkorrelierten Faktoren aus, während eine zweite Annahme dieselben Variablen-Faktoren-Zusammenhänge mit korrelierten Faktoren voraussetzt.

Die beiden identischen Faktorenmuster werden als Zielmatrizen dargestellt, indem für die höchsten Ladungen der Varimax-Lösung Einsen und in den übrigen Zellen Nullen eingesetzt werden¹⁸. Für die Faktoreninterkorrelationen der zweiten Annahme werden die von EBERWEIN et al. (1978) durch die konfirmatorische Faktorenanalyse bestimmten Korrelationen der Faktoren erster Ordnung herangezogen.

TABELLE 1: Korrelationen der Faktoren (oblique Annahme)

	PROTEST	GEWALT	EXKON
PROTEST	1,00	0,61	0,55
GEWALT		1,00	0,35
EXKON			1,00

15 BROWNE und KRISTOF (1969) geben ein Verfahren an, das die oblique Transformation ohne Kenntnis der Faktorinterkorrelationen ermöglicht. Aufgrund des verwendeten Algorithmus kann es als spezielles Verfahren einer konfirmatorischen Faktorenanalyse bezeichnet werden. Für die Überprüfung von Annahmen ist es nicht geeignet, da die Form der Zielmatrix der Ergebnis der Transformation wesentlich beeinflusst, d.h. bei Annahmen verschiedener Komplexität hinsichtlich der Variablen-Faktoren-Beziehung besteht keine einheitliche Vergleichsgrundlage.

16 Die genaue Beschreibung der Indikatoren und durch-

geführten Analysen wird in der vorliegenden Arbeit nicht gegeben, da vorausgesetzt wird, daß die Arbeit von EBERWEIN et al. (1978) zugänglich ist.

17 Die aufgezeigte Vorgehensweise gilt auch für andere Modelle und Verfahren der klassischen Faktorenanalyse.

18 Die Position der Einsen ist bei der transformierten Faktormatrix in Tabelle 2 durch Unterstreichen angezeigt. Dies ist auch bei den übrigen Transformationsergebnissen in den entsprechenden Tabellen geschehen.

Die Korrelation zwischen den Faktoren PROTEST und GEWALT wird direkt übernommen. Die Korrelation des Faktors EXKON entspricht dem Mittel der Korrelationen der Faktoren VERBEXKON und NONVERBEXKON der konfirmatorischen Faktorenanalyse, deren Indikatoren bei der Hauptkomponentenanalyse dem Faktor EXKON zugerechnet werden¹⁹.

Mit der ersten Zielmatrix und der empirischen Faktormatrix wird eine orthogonale Transformationsanalyse durchgeführt. Diese Vorgehensweise entspricht auch einer Nachrotation zur Verbesserung der orthogonalen Einfachstruktur (vgl. JACKSON und SKINNER 1975)²⁰.

Das Ergebnis²¹ für die heranrotierte empirische Faktormatrix (Tabelle 2) zeigt für den durch die meisten Indikatoren bestimmten Faktor EXKON die größte Verbesserung. Alle Ladungen der ihm entsprechenden Indikatoren werden höher. Dies gilt auch für den Faktor GEWALT mit Ausnahme des Indikators COUPS. Die Indikatoren des Faktors PROTEST weisen demgegenüber niedrigere Faktorenladungen auf.

Die vorliegenden Faktoren könnten wie die von EBERWEIN et al. (1978) angeführte Varimax-Lösung interpretiert werden, wenn man nur die höchsten Ladungen berücksichtigt.

TABELLE 2: Transformierte Faktormatrizen der Hauptkomponentenanalyse

	Orthogonale Faktormatrix			Oblique Faktormatrix			h ²
	I	II	III	I	II	III	
DOMESTIC PROTESTS	0,79	0,09	0,33	1,02	-0,23	-0,05	0,75
RIOTS	0,72	0,32	0,34	0,84	0,07	-0,04	0,75
STRIKES	0,70	0,12	0,29	0,87	-0,15	-0,05	0,58
ATTACKS	0,45	0,70	0,30	0,35	0,64	-0,01	0,80
ASSASSINATIONS	0,07	0,70	-0,04	-0,14	0,81	-0,19	0,49
DEATH	0,28	0,77	0,17	0,10	0,80	-0,08	0,71
COUPS	-0,28	0,67	0,16	-0,62	0,91	0,20	0,56
REJECT	0,14	-0,02	0,84	0,09	-0,12	0,84	0,72
ACCUSE	-0,02	0,08	0,87	-0,17	0,07	0,93	0,76
PROTEST	0,14	-0,05	0,84	0,10	-0,15	0,84	0,72
DENY	0,10	-0,04	0,80	0,04	-0,13	0,83	0,66
DEMAND	0,09	-0,03	0,84	0,02	-0,10	0,87	0,72
WARN	0,08	-0,03	0,88	0,00	-0,10	0,92	0,78
THREAT	-0,01	0,10	0,78	-0,15	0,09	0,83	0,62
DEMONSTRATE	0,27	-0,08	0,70	0,31	-0,24	0,63	0,57
REDUCE	0,07	0,02	0,81	-0,02	-0,03	0,84	0,67
EXPEL	0,13	0,19	0,68	0,03	0,14	0,64	0,52
SEIZE	-0,06	0,25	0,76	-0,27	0,29	0,81	0,64
FORCE	0,04	0,21	0,72	-0,12	0,20	0,72	0,57
Anzahl der Nullladungen:	7	7	1	5	3	5	

Faktorenbezeichnungen: I: PROTEST II: GEWALT III: EXKON

h²: Kommunalität

19 Die Faktorenkorrelationen der konfirmatorischen Faktorenanalyse werden gewählt, um einen Vergleich beider Methoden, der mit den vorliegenden Daten direkt nicht möglich ist, zu erleichtern.

20 Ergibt sich eine Verbesserung der Varimax-Lösung, ist dies ein Hinweis darauf, daß ein relatives anstelle des absoluten Maximums erreicht wurde.

21 Bei diesem und den folgenden Ergebnissen ist zu berücksichtigen, daß bei den Ausgangsdaten nur zwei signifikante Stellen zur Verfügung stehen, wodurch sich numerische Ungenauigkeiten ergeben.

Eine derartig vereinfachte Interpretation ist aber nicht zulässig, da für die Interpretierbarkeit eines Faktors eine Überbestimmung der Hyperebenen erforderlich ist, d.h. der Faktor möglichst viele Nullladungen enthalten muß (vgl. ÜBERLA 1968: Kap. 5.2.)²². Nach diesem Kriterium ist bei der Varimax-Lösung nur der Faktor GEWALT interpretierbar, der acht Nullladungen aufweist. Für die an die erste Zielmatrix heranrotierte Faktormatrix verbessert sich insgesamt die Einfachstruktur mit insgesamt fünfzehn Nullladungen gegenüber zehn der Varimax-Lösung. Aufgrund dieses Ergebnisses ist eine Interpretation des Faktors EXKON auch nicht möglich, auf den eine Nullladung entfällt. Die vorgegebene Einfachstruktur ist offensichtlich durch eine orthogonale Transformation nicht erreichbar. Es ist daher festzustellen, ob die Annahme mit korrelierten Faktoren zutreffender ist.

Um die oblique Annahme mit der empirischen Faktormatrix vergleichen zu können, wird eine orthogonale Repräsentation bestimmt, indem die Faktorinterkorrelationsmatrix (Tabelle 1) auf Hauptachsenform gebracht wird. An diese orthogonale Zielmatrix wird die Varimax-Lösung heranrotiert und anschließend in eine Faktorgefügematrix übergeführt. Die Faktorinterkorrelationen entsprechen den in Tabelle 1 angeführten, vorgegebenen Zusammenhängen.

Das Ergebnis der obliquen Transformationsanalyse (Tabelle 2) zeigt eine Einfachstruktur, die mit dreizehn Nullladungen schlechter ist als das Ergebnis der orthogonalen Transformationsanalyse. Nach dem BARGMANN-Test (vgl. ÜBERLA 1968: 372 ff.) kann für die beiden Faktoren PROTEST und EXKON eine Interpretierbarkeit angenommen werden, die aber nicht sehr gut abgesichert ist ($\alpha \approx 0,25$). Bei der obliquen Faktorenlösung ist wie bei der orthogonalen eine Interpretation aller Faktoren unmöglich.

Um die Übereinstimmung der erzielten Faktorenpositionen mit den Annahmen festzustellen, wird der Q-Koeffizient von GEBHARDT (1967) verwendet²³. Dieser Koeffizient variiert zwischen Null und Eins und zeigt die insgesamt erreichte Übereinstimmung an, indem die Summe der Kosinus der Winkel, die einander entsprechende Variablenvektoren einschließen, auf die (erklärten) Gesamtvarianzen der Faktormatrix und Zielmatrix normiert wird. Für den Vergleich der orthogonalen Annahme mit der empirischen Faktormatrix ergibt sich $Q = 0,94$, während bei der obliquen Transformation $Q = 0,97$ ist. Daraus ist zu schließen, daß die Annahme von Korrelationen zwischen den Faktoren interner Konflikte und externen Konfliktverhaltens von Nationen eher zutrifft.

Die insgesamt etwas schlechtere Einfachstruktur der obliquen Faktormatrix gegenüber dem Ergebnis der orthogonalen Transformationsanalyse deutet nur scheinbar auf die Gültigkeit unkorrelierter Faktoren hin, da durch weitere Annahmen mit modifizierten Faktorenkorrelationen die oblique Einfachstruktur verbessert werden kann, während dies bei der orthogonalen Faktormatrix nicht möglich ist. Das weitere Vorgehen könnte daher darin bestehen, höhere Korrelationen zwischen den beiden Faktoren PROTEST und GEWALT vorzugeben.

Naheliegender ist es, die Indikatoren dieser Faktoren zusammenzufassen, da möglicherweise nur eine sehr hohe Korrelation zu einer Verbesserung der Einfachstruktur führt, die eine Identität der Faktoren anzeigt²⁴. Mit den vorliegen-

23 Andere Kennwerte für die Bestimmung der Ähnlichkeit von Faktormatrizen und ihre speziellen Probleme sind bei TARNAI (1977) angeführt.

24 In diesem Zusammenhang ist es wichtig darauf hinzuweisen, daß die üblichen Kriterien zur Bestimmung der Faktorenzahl durch die Anwendung der Transformationsanalyse nicht vollständig ersetzt werden. Ihre Berücksichtigung gibt Auskunft, ob die angenommene Faktorenzahl einer Voraussetzung des gewählten faktorenanalytischen Modells widerspricht. Werden beispielsweise bei einer Alpha-Faktorenanalyse (KAISER und CAFFREY 1965) Faktoren mit Eigenwerten kleiner als Eins berücksichtigt, widerspricht dies den Modellvoraussetzungen. Wieviele der Faktoren mit Eigenwerten größer/gleich Eins berücksichtigt werden sollen, ist allerdings nur nach inhaltlichen Gesichtspunkten zu entscheiden.

22 Diese Voraussetzung ist notwendig, da die unrotierte und jede rotierte Faktorenlösung mit derselben Faktorenzahl die Variablenkorrelationen gleich gut wiedergibt. Hätten dies EBERWEIN et al. (1978) berücksichtigt, wären sie nicht zu der Schlussfolgerung gekommen, daß die Hauptkomponentenanalyse und die konfirmatorische Faktorenanalyse hinsichtlich der Faktorenkorrelationen zu widersprechenden Ergebnissen führen.

den Daten kann eine Annahme mit weniger Faktoren nicht überprüft werden, da die Reduktion der Faktormatrix um einen Faktor nicht angemessen erfolgen kann. Hierzu wäre die Kenntnis der unrotierten Faktorenlösung notwendig, die bei einer konkreten Anwendung der Faktorenanalyse immer verfügbar ist²⁵.

Das vorliegende Beispiel zeigt, daß durch die Vorgabe von Annahmen Anhaltspunkte gewonnen werden können, ob überhaupt eine Interpretation einer Faktorenlösung sinnvoll ist und welche Modifikationen der Annahmen notwendig sind, um eine Interpretierbarkeit zu erreichen. Geht man in ähnlicher Weise bei einer Analyse von Indikatoren vor, so kann man zu einer Faktorenlösung gelangen, deren Faktorenladungen nicht nur der Tendenz nach, sondern auch in ihrer numerischen Größe relativ stabil sind, d.h. in anderen Analysen wiedergefunden werden können. Dies ist notwendig, wenn die den Faktoren entsprechenden theoretischen Variablen für weitere Auswertungen verwendet werden, z.B. in Form von Faktorenwerten.

4.2. Anwendung im Rahmen der konfirmatorischen Faktorenanalyse

Bei der konfirmatorischen Faktorenanalyse besteht die Möglichkeit, durch mehr oder weniger vollständige Modelle Bedingungen einzuführen, auf deren Grundlage die Faktorenlösungen berechnet werden. Mit Hilfe teststatistischer Kriterien oder anhand der numerischen Entsprechung der beobachteten mit den durch die Faktorenlösung wiedergegebenen Variablenkorrelationen kann die Gültigkeit des vorgegebenen Modells überprüft werden (vgl. JÖRESKOG 1969). Die bestimmte Faktorenlösung ist nur eine von unbegrenzt vielen Faktorenlösungen mit derselben Faktorenzahl, da jede zulässige lineare Transformation einer Faktorenlösung zu einer gleichwertigen Abbildung der Variablen

führt. Wird bei einer konfirmatorischen Faktorenanalyse festgestellt, daß ein angenommenes Modell eine den Daten nicht widersprechende Faktorenlösung ergibt, so gilt dies für alle bis auf lineare Transformationen äquivalenten Lösungen. Es muß daher sichergestellt werden, daß die aufgrund des angenommenen Modells erhaltene Faktorenlösung nicht durch äquivalente Lösungen ersetzt werden kann, die zu einer anderen Interpretation der Faktoren führen. Für dieses Anliegen kann die Transformationsanalyse verwendet werden.

Die Absicherung eines Ergebnisses ist nicht notwendig, wenn ein vorgegebenes Modell die zu erwartende Einfachstruktur vollständig beschreibt, da jede lineare Transformation der entsprechenden Faktorenlösung zu einer schlechteren Einfachstruktur führt. Dies kann am Ergebnis der konfirmatorischen Faktorenanalyse erster Ordnung von EBERWEIN et al. (1978) gezeigt werden. Für die konfirmatorische Faktorenanalyse verwenden EBERWEIN et al. (1978) die in Tabelle 2 angeführten Indikatoren und zusätzlich den Indikator POPULATION. Das erstellte Modell mit sechs Faktoren erzwingt durch die Vorgabe von Nullladungen eine optimale Einfachstruktur der Faktorenlösung, die nach dem Kriterium der kleinsten Quadrate bestimmt wird. Es werden korrelierte Faktoren zugelassen, wodurch eine oblique Faktormatrix erhalten wird. Diese Faktorenlösung soll in eine Faktormatrix transformiert werden, die mit dem von EBERWEIN et al. (1978) vorgegebenen Faktorenmuster maximal übereinstimmt und deren Faktoren nicht korrelieren. Das Faktorenmuster wird durch eine binäre Zielmatrix dargestellt.

Für die Berechnung der orthogonalen Transformationsanalyse wird das oblique System durch eine orthogonale Faktormatrix ersetzt. Dies geschieht nach den im Abschnitt 3.2. angeführten Rechenschritten (8) und (9); die Matrizen R und Z entsprechen der Faktorinterkorrelations- bzw. Faktorgefügematrix von EBERWEIN et al. (1978: Tabelle 6 und 5). Die auf diese Weise bestimmte orthogonale Faktormatrix wird an die orthogonale Zielmatrix heranrotiert²⁶.

25 Für das Ergebnis einer Transformationsanalyse ist es ohne Bedeutung, ob von der unrotierten oder einer rotierten Faktormatrix ausgegangen wird. Bei einer konkreten Anwendung wird man die unrotierte Faktormatrix mit der größten der angenommenen Faktorenzahlen bestimmen, so daß eine Reduktion der Faktormatrix um die gewünschte Anzahl von Faktoren jederzeit erfolgen kann.

26 Vgl. Anmerkung 18.

TABELLE 3: Transformierte orthogonale Faktormatrix der konfirmatorischen Faktorenlösung

	I	II	III	IV	V	VI	h ²
DOMESTIC PROTESTS	0,66	0,21	-0,02	0,21	0,23	0,11	0,59
RIOTS	0,57	0,18	-0,01	0,18	0,20	0,09	0,44
STRIKES	0,74	0,24	-0,02	0,24	0,25	0,12	0,74
ATTACKS	0,27	0,83	0,11	0,13	0,18	0,09	0,83
ASSASSINATIONS	0,10	0,31	0,04	0,05	0,07	0,03	0,12
DEATH	0,27	0,83	0,11	0,13	0,18	0,09	0,83
COUPS	-0,05	0,25	0,93	-0,02	0,27	-0,01	1,00
REJECTS	0,09	0,05	0,00	0,74	0,40	0,06	0,72
ACCUSE	0,09	0,05	0,00	0,74	0,40	0,06	0,72
PROTEST	0,09	0,04	0,00	0,73	0,39	0,06	0,71
DENY	0,09	0,04	0,00	0,69	0,37	0,06	0,62
DEMAND	0,09	0,04	0,00	0,73	0,39	0,06	0,69
WARN	0,10	0,05	0,00	0,76	0,41	0,06	0,76
THREAT	0,08	0,04	0,00	0,66	0,35	0,05	0,56
DEMONSTRATE	0,13	0,08	0,05	0,53	0,45	0,04	0,50
REDUCE	0,15	0,09	0,06	0,59	0,50	0,05	0,62
EXPEL	0,13	0,08	0,05	0,51	0,43	0,04	0,48
SEIZE	0,14	0,08	0,05	0,54	0,46	0,05	0,53
FORCE	0,13	0,08	0,05	0,53	0,45	0,04	0,52
POPULATION	0,32	0,22	-0,01	0,42	0,22	0,79	1,00
Anzahl der Nullladungen:	1	7	16	1	0	16	
Faktorenbezeichnungen:	I: PROTEST IV: VERBEXKON	II: GEWALT V: NONVERBEXKON	III: COUPS VI: POPULATION				

h²: Kommunalität

Die durch die orthogonale Transformationsanalyse bestimmte Faktormatrix gibt zwar die Variablenkorrelationen genauso gut wieder wie die Originallösung, erlaubt aber keine eindeutige Interpretation. Berücksichtigt man die Anzahl der Nullladungen, so sind nur die Faktoren COUPS und POPULATION überbestimmt und somit interpretierbar. Unter dem Gesichtspunkt der eindeutigen Zuordnung der Indikatoren zu den Faktoren auf der Grundlage der höchsten Ladungen widerspricht das Ergebnis der angenommenen Zusammensetzung des Faktors NONVERBEXKON, dem kein Indikator zugeordnet werden kann.

Die offensichtlich schlechte Übereinstimmung der orthogonalen Faktormatrix mit dem angenommenen Faktormuster kommt auch im Q-Koeffizienten zum Ausdruck, der 0,81 beträgt. Der obliquen Annahme mit demselben Faktormuster und den Faktorenkorrelationen der Originallösung entspricht erwartungsgemäß die

von EBERWEIN et al. (1978) bestimmte Faktorgefügematrix besser (Q = 0,99), die ja bereits eine optimale Einfachstruktur aufweist.

Zur Demonstration des Einsatzes der Transformationsanalyse bei Annahmen mit unterschiedlicher Faktorenzahl bietet es sich an, eine Zielmatrix zu erstellen, bei der die Indikatoren der Faktoren VERBEXKON und NONVERBEXKON zusammengefaßt werden, da diese beiden Faktoren miteinander hoch korrelieren (r = 0,97). Um die empirischen Daten mit dieser Annahme in Beziehung setzen zu können, wird die orthogonalisierte Faktorgefügematrix der Originallösung als unrotierte Faktormatrix aufgefaßt, die im sechsten Faktor keine bedeutsamen Ladungen aufweist (Maximum: 0,07). Es wird die auf fünf Faktoren reduzierte orthogonalisierte Faktorgefügematrix in die entsprechende Zielmatrix transformiert, deren Faktoren die in Tabelle 4 angegebenen Korrelationen aufweisen sollen.

TABELLE 4: Angenommene Faktorenkorrelationen (oblique Annahme mit fünf Faktoren)

	PROTEST	GEWALT	COUPS	EXKON	POPULATION
PROTEST	1,00	0,61	0,08	0,55	0,63
GEWALT		1,00	0,37	0,35	0,47
COUPS			1,00	0,18	0,08
EXKON				1,00	0,58
POPULATION					1,00

Die Transformationsanalyse führt zu einer Faktorgefügematrix, deren Einfachstruktur mit der der Zielmatrix vollkommen übereinstimmt. Der Q-Koeffizient für diesen Vergleich beträgt 0,98 und ist somit kaum niedriger als bei der

vergleichbaren Annahme mit sechs Faktoren. Der Unterschied hinsichtlich der erklärten Gesamtvarianz ist ebenfalls sehr gering (64,64% bei fünf und 64,89% bei sechs Faktoren).

TABELLE 5: Transformierte oblique Faktormatrix der konfirmatorischen Faktorenanalyse

	I	II	III	IV	V	h^2
DOMESTIC PROTESTS	0,77	0,00	0,00	-0,01	0,00	0,59
RIOTS	0,66	0,00	0,00	-0,01	0,00	0,44
STRIKES	0,87	0,00	0,00	-0,01	0,00	0,74
ATTACKS	0,00	0,91	0,00	-0,01	0,00	0,83
ASSASSINATIONS	0,00	0,34	0,00	0,00	0,00	0,12
DEATH	0,00	0,91	0,00	-0,01	0,00	0,83
COUPS	0,01	0,00	1,00	-0,02	0,00	1,00
REJECTS	-0,05	-0,01	-0,05	0,87	0,02	0,72
ACCUSE	-0,05	-0,01	-0,05	0,87	0,02	0,72
PROTEST	-0,05	-0,01	-0,05	0,86	0,02	0,70
DENY	-0,05	-0,01	-0,04	0,81	0,02	0,62
DEMAND	-0,05	-0,01	-0,05	0,85	0,02	0,69
WARN	-0,06	-0,01	-0,05	0,90	0,02	0,75
THREAT	-0,05	-0,01	-0,04	0,77	0,02	0,56
DEMONSTRATE	0,07	0,00	0,06	0,67	-0,03	0,50
REDUCE	0,07	0,01	0,06	0,75	-0,03	0,62
EXPEL	0,06	0,00	0,06	0,65	-0,02	0,47
SEIZE	0,07	0,00	0,06	0,69	-0,03	0,53
FORCE	0,07	0,00	0,06	0,68	-0,03	0,52
POPULATION	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	1,00
Anzahl der Nullladungen:	17	17	19	8	19	

Faktorenbezeichnungen: I: PROTEST II: GEWALT III: COUPS
IV: EXKON V: POPULATION

h^2 : Kommunalität

Das Ergebnis der obliquen Transformationsanalyse mit fünf Faktoren weist darauf hin, daß das ursprüngliche Modell für eine neue konfirmatorische Faktorenanalyse modifiziert werden sollte. Es ist zu erwarten, daß eine Faktorenlösung bestimmt werden kann, die die Variablenkorrelationen nur unwesentlich schlechter wiedergibt, aber durch die Annahme von fünf Faktoren „sparsamer“ ist²⁷.

27 Das vorliegende Beispiel weist darauf hin, daß auch bei der konfirmatorischen Faktorenanalyse Annahmen mit unterschiedlicher Faktorenzahl überprüft werden müssen. Dies ist besonders dann erforderlich, wenn konfirmatorische Faktorenanalysen 2. Ordnung wie bei EBERWEIN et al. (1978) durchgeführt werden sollen. Vor einer derartigen Analyse wäre zu untersuchen, ob nicht bereits auf Indikatorebene eine Annahme zutreffend ist, die eine konfirmatorische Faktorenanalyse 2. Ordnung überflüssig macht.

Auch bei einer konfirmatorischen Faktorenanalyse kann der Einsatz der Transformationsanalyse Anhaltspunkte für mögliche Modifikationen von Annahmen liefern. Ihre Anwendung ist aber nicht notwendig, da die konfirmatorische Faktorenanalyse dieselben Möglichkeiten bietet, wenn auf eine teststatistische Überprüfung der Modelle verzichtet wird. Die Transformationsanalyse ermöglicht es dann, die verschiedenen Faktorenlösungen miteinander zu vergleichen, wodurch die Äquivalenz der Lösungen festgestellt werden kann²⁸.

5. Zusammenfassung und Ausblick

Die konfirmatorisch orientierte Anwendung der Faktorenanalyse setzt voraus, daß Annahmen über die zu erwartende Faktorenlösung formuliert werden. Diese Notwendigkeit erschwert das Arbeiten mit konfirmatorischen Methoden, wie LUKESCH und KLEITER (1974) meinen, nur dann, wenn man an dem in der Praxis ausgebildeten Ritual bei der Durchführung von Faktorenanalysen festhalten möchte. Dieses Ritual ist dadurch gekennzeichnet, daß bestimmte Faktorenlösungen als objektiv gültig angesehen werden, obwohl feststeht, daß das Ergebnis einer Faktorenanalyse in erster Linie durch die Auswahl der Variablen, die in eine Analyse einbezogen werden, festgelegt wird (vgl. PAWLIK 1968: 270 ff.).

Wird vom üblichen Standardvorgehen bei der Bestimmung einer Faktorenlösung abgewichen, indem verschiedene Verfahren verwendet werden, so wird deutlich, daß die Entscheidung für eine Lösung nach inhaltlichen Gesichtspunkten getroffen werden muß (vgl. z.B. GUSKI et al. 1978: 57). Es ist daher naheliegend, diese Entscheidung so zu begründen, daß sie nachvollziehbar wird. Dies kann dadurch erfolgen, daß die Annahmen, die zur Auswahl der Variablen für eine Faktorenanalyse geführt haben, in Form von Annahmen über zu erwartende Faktorenlösungen explizit formuliert und mit dem empirischen Daten verglichen werden.

Im Rahmen der klassischen Faktorenanalyse kann die Transformationsanalyse eingesetzt werden, um zu Anhaltspunkten über das Zutreffen vorgegebener Annahmen zu gelangen. Die Möglichkeiten sind allerdings nicht so vielfältig wie bei der konfirmatorischen Faktorenanalyse, da die Beziehung zwischen den Variablen und den Faktoren vollständig beschrieben werden muß. Dies ist kein Nachteil, da eine als zutreffend bestimmte Annahme durch eine konfirmatorische Faktorenanalyse abgesichert werden kann, indem das zunächst vollständige Modell in einzelnen Punkten reduziert wird, wenn beispielsweise die Faktorenkorrelationen nicht fest vorgegeben werden.

Bei der Anwendung der konfirmatorischen Faktorenanalyse kann die Transformationsanalyse zum Vergleich von Faktorenlösungen eingesetzt werden, die aufgrund verschiedener Modelle erhalten wurden. Dadurch kann die Ähnlichkeit oder vollständige Entsprechung von Lösungen festgestellt werden. Dies ist vor allem dann notwendig, wenn die Modelle unterschiedliche Interpretationen implizieren und die erhaltenen Faktorenlösungen die beobachteten Daten annähernd gleich gut wiedergeben.

Wird die klassische Faktorenanalyse in der aufgezeigten Weise angewendet, so kann man dieses Vorgehen als eine inhaltlich geleitete Anwendung der Faktorenanalyse bezeichnen, wodurch zum Ausdruck kommt, daß von inhaltlichen Überlegungen ausgegangen wird. Gleichzeitig wird darauf hingewiesen, daß eine teststatistische Überprüfung von Annahmen nicht möglich ist. Dies ist nicht der einzige, aber wesentlichste Unterschied zu einer konfirmatorischen Faktorenanalyse, auf deren flexiblen Einsatz WEEDE und JAGODZINSKI (1977) hinweisen.

Klassische und konfirmatorische Faktorenanalysen stehen in einem ähnlichen Verhältnis zueinander wie andere spezielle Modelle des allgemeinen linearen Modells, z.B. Varianzanalyse und Regressionsrechnung (vgl. GAENSSLEN und SCHUBÖ 1973). Mit beiden Arten von Faktorenanalysen sind konfirmatorische Analysen möglich, die sich nicht grundsätzlich, sondern nur graduell unterscheiden. Dies sollte mit dem Hinweis auf die Verwendung der Transformationsanalyse verdeutlicht werden.

²⁸ Interessant wäre ein direkter Vergleich der Ergebnisse der Hauptkomponentenanalyse und der konfirmatorischen Faktorenanalyse, der aber mit den vorliegenden Daten wegen der unterschiedlichen Variablenzahl nicht erfolgen kann. Es wäre dann nämlich möglich, die von EBERWEIN et al. (1978: 33) angeführten Vorteile der konfirmatorischen Faktorenanalyse zu verdeutlichen und in einzelnen Punkten zu widerlegen.

Literatur

- ATKINSON, G. u. LUNNEBORG, C.E., 1968: Comparison of oblique and orthogonal simple structure solutions for personality and interest factors. *Multivariate Behavioral Research* 3, 21–35.
- BROWNE, M.W. u. KRISTOF, W., 1969: On the oblique rotation of a factor matrix to a specified pattern. *Psychometrika* 34, 237–248.
- CLIFF, N.P., 1966: Orthogonal rotation to congruence. *Psychometrika* 31, 33–42.
- CRAWFORD, C.B., 1975: Determining the number of interpretable factors. *Psychological Bulletin* 82, 226–237.
- EBERWEIN, W.-D., HÜBNER-DICK, G., JAGODZINSKI, W., RATTINGER, H. u. WEEDE, E., 1978: Internes und externes Konfliktverhalten von Nationen, 1966–1967. *Zeitschrift für Soziologie* 7, 21–38.
- FISCHER, G. u. ROPPERT, J., 1965:
a) Ein Verfahren der Transformationsanalyse faktorenanalytischer Ergebnisse, 1–15.
b) Über ein in der Faktorenanalyse auftretendes Transformationsproblem, 16–30.
In: ROPPERT, J. u. FISCHER, G., 1965: *Lineare Strukturen in Mathematik und Statistik*. Wien-Würzburg: Physica.
- FÜRNRATT, E., 1969: Zur Bestimmung der Anzahl interpretierbarer gemeinsamer Faktoren in Faktorenanalysen psychologischer Daten. *Diagnostica* 15, 62–75.
- GAENSSLEN, H. u. SCHUBÖ, W., 1973: *Einfache und komplexe statistische Analyse*. München: Reinhardt.
- GEBHARDT, F., 1967: *FAST. Vergleich von Faktorenanalysen*. Darmstadt: Deutsches Rechenzentrum.
- GUSKI, R., WICHMANN, U., ROHRMANN, B. u. FINKE, H.-O., 1978: Konstruktion und Anwendung eines Fragebogens zur sozialwissenschaftlichen Untersuchung der Auswirkungen von Umweltlärm. *Zeitschrift für Sozialpsychologie* 9, 50–65.
- HAKISTAN, A. R., 1971: A comparative evaluation of several prominent methods of oblique factor transformation. *Psychometrika* 36, 175–193.
- HAKISTAN, A. R. u. ABELL, R. A., 1974: A further comparison of oblique factor transformation methods. *Psychometrika* 39, 429–444.
- HAKISTAN, A. R. u. MULLER, V.J., 1973: Some notes on the number of factors problem. *Multivariate Behavioral Research* 8, 461–475.
- HORN, J.L. u. KNAPP, J.R., 1973: On the subjective character of the empirical base of Guilford's structure-of-intellect model. *Psychological Bulletin* 80, 33–43.
- HORST, P., 1963: *Matrix algebra for social scientists*. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- HURLEY, J.R. u. CATTELL, R.B., 1962: The Procrustes program: Producing direct rotation to test a hypothesized factor structure. *Behavioral Science* 7, 258–262.
- JACKSON, D.N. u. MORF, M., 1974: Testing the null hypothesis for rotation to a target. *Multivariate Behavioral Research* 9, 303–309.
- JACKSON, D.N. u. SKINNER, H.A., 1975: UNIVOCAL VARIMAX: An orthogonal factor rotation program for optimal simple structure. *Educational and Psychological Measurement* 35, 667–669.
- JÖRESKOG, K.G., 1969: A general approach to confirmatory maximum likelihood factor analysis. *Psychometrika* 34, 183–202.
- JÖRESKOG, K.G. u. VAN THILLO, M., 1973: LISREL – A general computer program for estimating a linear structural equation system involving multiple indicators of unmeasured variables. *Research Report 73–5*. Princeton: Educational Testing Service.
- KAISER, H.F. u. CAFFREY, J., 1965: Alpha factor analysis. *Psychometrika* 30, 1–14.
- KAISER, H.F. u. HUNKA, S., 1973: Some empirical results with Guttman's stronger lower bound for the number of common factors. *Educational and Psychological Measurement* 33, 99–102.
- KAISER, H.F., HUNKA, S. u. BIANCHINI, J.C., 1971: Relating factors between studies based upon different individuals. *Multivariate Behavioral Research* 6, 409–422.
- KATZENMEYER, W.G. u. STENNER, A.J., 1975: Strategic use of random subsample replication and a coefficient of factor replicability. *Educational and Psychological Measurement* 35, 19–29.
- KRAUTH, J., 1973: Inferenzstatistischer Nachweis von Typen und Syndromen. In: KFA – *Die Konfigurationsfrequenzanalyse*, herg. von J. Krauth u. G.A. Lienert. Freiburg: Alber.
- KRISTOF, W., 1964: Die beste orthogonale Transformation zur gegenseitigen Überführung zweier Faktorenmatrizen. *Diagnostica* 10, 87–90.
- LUKESCH, H. u. KLEITER, G.D., 1974: *Die Anwendung der Faktorenanalyse. Darstellung und Kritik der Praxis einer Methode*. *Archiv für Psychologie* 126, 265–307.
- MULAİK, S.A., 1972: *The foundations of factor analysis*. New York: McGraw-Hill.
- NIE, N.H., HULL, C.H., JENKINS, J.G., STEINBRENNER, K. u. BENT, D.H., 1975: *SPSS. Statistical package for the social sciences*. New York: McGraw-Hill.
- PAWLIK, K., 1968: *Dimensionen des Verhaltens*. Bern: Huber.
- PAWLIK, K., 1973: Right answers to the wrong questions? A re-examination of factor analytic personality research and its contribution to personality theory. 17–37. In: *Multivariate analysis and psychological theory*, herg. v. J.R. Royce. London: Academic Press.
- RUMMEL, R.J., 1963: Dimensions of conflict behavior within and between nations. *General Systems* 8, 1–50.
- SCHÖNEMANN, P.H., 1966: A generalized solution of the orthogonal Procrustes problem. *Psychometrika* 31, 1–10.
- TARNAI, Ch., 1977: *Methoden der Transformationsanalyse und ihre Anwendung im Rahmen der Faktorenanalyse*. D.I.P. Methodologische Arbeitsberichte Münster: Deutsches Institut für wissenschaftliche Pädagogik.
- ÜBERLA, K., 1968: *Faktorenanalyse*. Berlin: Springer.
- WEEDE, E. u. JAGODZINSKI, W., 1977: Einführung in die konfirmatorische Faktorenanalyse. *Zeitschrift für Soziologie* 6, 315–333.

WITTMANN, W.W. u. HAMPEL, R., 1976: Faktorenanalyse, Rotationsproblem und Implikationen für die Testkonstruktion. Archiv für Psychologie 128, 219–239.

Anschrift des Verfassers:
Dr. CHRISTIAN TARNAI
Rincklakeweg 5
4400 Münster