Neigung und Krümmung der Richtungs- und
Energiefokussierungskurven bei doppel-
fokussierenden Massenspektrographen

Von H. LIEBL

Physikalisches Institut der Technischen Hochschule München
(Z. Naturforschg. 13 a, 490—491 [1958] ; eingeg. am 14. April 1958)

Bei einem doppel fokussierenden Massenspektrogra-
phen schneiden sich die Richtungs- und die Energie-
fokussierungskurve am Ort der Doppelfokussierung im
allgemeinen unter einem bestimmten Winkel und haben
dort bestimmte Krümmungen (Abb. 1).

Abb. 1. Strahlengang bei doppel fokussierenden Massenspek-
trographen. (R=Richtungsfokussierungskurve, E=Energie-
fokussierungskurve.)

Am Doppelfokussierungspunkt mögen geladene Teil-
chen der Masse m_0 fokussiert werden. Teilchen etwas
anderer Masse $m_0(1+\gamma)$, $\gamma \ll 1$, erfahren in der Nach-
barschaft des Doppelfokussierungspunktes um so besse-
re Fokussierung, je kleiner der Schnittwinkel zwi-
schen beiden Kurven ist und je weniger sich ihre
Krümmungsradien an der Überschneidungsstelle von-
einander unterscheiden. Es wurden die Gleichungen
der beiden Fokussierungskurven im x_m, y_m -Koordin-
atensystem hinter dem magnetischen Feld (Abb. 1) in
Parameterdarstellung $x_R(\gamma)$, $y_R(\gamma)$ und $x_E(\gamma)$, $y_E(\gamma)$
in zweiter Näherung in bezug auf den Parameter γ
für die Umgebung des Doppelfokussierungspunktes er-
rechnet^{1, 2}. Daraus erhält man die Neigungen¹ n_R bzw.
 n_E und die Krümmungsradien² r_R bzw. r_E der Kurven
am Doppelfokussierungsort:

$$n_R = \frac{dy_R}{dx_R} = \frac{\dot{y}_R}{\dot{x}_R}, \quad r_R = \frac{(\dot{x}_R^2 + \dot{y}_R^2)^{3/2}}{x_R \ddot{y}_R - x_R \ddot{y}_R}, \quad (1)$$

$$n_E = \frac{dy_E}{dx_E} = \frac{\dot{y}_E}{\dot{x}_E}, \quad r_E = \frac{(\dot{x}_E^2 + \dot{y}_E^2)^{3/2}}{x_E \ddot{y}_E - x_E \ddot{y}_E}, \quad (2)$$

wobei die Punkte die Ableitungen nach γ am Doppel-
fokussierungsort ($\gamma=0$) bedeuten. Diese Ableitungen

¹ H. LIEBL, Optik, im Druck.

² H. LIEBL, Optik, im Druck.

Feld- kombination	$\frac{a_e}{a_m}$	$\frac{l'_e}{a_e}$	$\frac{l'_m}{a_m}$	$\frac{l''_m}{a_m}$	Φ_e	Φ_m	ϵ'	ϵ''	$\frac{k''}{a_m}$	$\text{arc } n_R$	$\text{arc } n_E$	$\text{arc } n_R$ - $\text{arc } n_E$	$\frac{r_R}{a_m}$	$\frac{r_E}{a_m}$
MATTAUCH- HERZOG	0,2—1,0	0,7	∞	0	31,8°	90°	0	45°	8	45°	45°	0	∞	∞
DEMSTER	0,85	0,118	0	0	90°	180°	0	0	8	90°	48,4°	+ 41,6°	∞	∞
BAINBRIDGE- JORDAN	1	0	1,73	1,73	127,3°	60°	0	0	8	24,8°	32,2°	- 7,4°	7,95	3,77
NIER u. a. ⁸	1,24	0,35	2,29	1,36	90°	60°	0	0	8	27,15°	29,3°	- 2,15°	5,43	4,55
OGATA u.	0,91	1,23	1	3,73	84,8°	60°	0	0	8	17,2°	21,2°	- 4,0	29,5	18,8
MATSUDA ⁹	1,28	0,374	2,76	1,42	81,5°	55°	0	0	8	26,4°	28,4°	- 2,0°	4,33	5,45
HINTENBERGER- KÖNIG ⁴	2,67	1,572	3,15	0,91	50,5°	70°	15°	15°	8	36,9°	37,9°	- 1,0°	2,38	2,32
Neue Beispiele ^{1, 2}	3,62	6,11	3,18	0,91	99,5°	70°	15°	15°	8	36,9°	38,1°	- 1,2°	2,37	2,30
	1	0,707	1	1	63,6°	90°	0	0	8	33,7°	33,7°	0	4,25	3,95
	1	0,707	1	1	63,6°	90°	0	0	1	45°	45°	0	1,41	1,41

Tab. 1.

lauten:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_R &= -\frac{1}{V_1} (a_m U_{16} + l_m'' V_{16}), \\ \ddot{x}_R &= -\frac{2}{V_1} (a_m U_{166} + l_m'' V_{166} + \dot{x}_R V_{16}), \\ \dot{y}_R &= \dot{y}_E = a_m U_6 + l_m'' V_6, \end{aligned} \right\} \quad (3) \quad \left. \begin{aligned} \ddot{y}_R &= 2(a_m U_{66} + l_m'' V_{66} + \dot{x}_R V_6), \\ \dot{x}_E &= -\frac{1}{V_2} (a_m U_{26} + l_m'' V_{26}), \\ \ddot{x}_E &= -\frac{2}{V_2} (a_m U_{266} + l_m'' V_{266} + \dot{x}_E V_{26}), \\ \ddot{y}_E &= 2(a_m U_{66} + l_m'' V_{66} + \dot{x}_E V_6). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Die Koeffizienten V ergeben sich zu:

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= v_{1a} L_1 + v_{1b} T_1, \\ V_6 &= \frac{1}{2} v_{2a}, \\ V_{16} &= \frac{1}{2} (v_{12a} L_1 + v_{12b} T_1), \\ V_{166} &= \frac{1}{8} [(2 v_{122a} - v_{12a}) L_1 + (2 v_{122b} - v_{12b}) T_1], \\ V_{266} &= \frac{1}{16} [(2 v_{122a} - v_{12a}) L_2 + (2 v_{122b} - v_{12b}) T_2 + 6 v_{222a} + 2 v_{22a} - v_{2a}]. \end{aligned} \right\} \quad (4) \quad \left. \begin{aligned} V_2 &= \frac{1}{2} (v_{1a} L_2 + v_{1b} T_2 + v_{2a}), \\ V_{66} &= \frac{1}{8} (2 v_{22a} - v_{2a}), \\ V_{26} &= \frac{1}{4} (v_{12a} L_2 + v_{12b} T_2 + 2 v_{22a} + v_{2a}), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Diese Ausdrücke gelten für gleichsinnige Ablenkung in beiden Feldern. Bei gegensinniger Ablenkung sind die Faktoren L und T (deren Bedeutung siehe Anm. ^{3, 4}) mit umgekehrten Vorzeichen einzusetzen.

Analog lauten die Koeffizienten U , wobei an die Stelle der v_i die entsprechenden μ_i treten. Die μ_i und v_i mit zwei und drei unteren Indizes sind schon aus früheren Arbeiten bekannt ^{4, 5, 6, 7}, diejenigen mit vier Indizes sind neu berechnet worden ²:

$$\left. \begin{aligned} \mu_{122a} &= -v_{2a} \operatorname{tg}^2 \varepsilon'' \left(\mu_{2a} v_{1a} - \frac{1}{2} \mu_{1a} v_{2a} \right) + \frac{3}{2} \frac{a_m}{k''} \frac{\operatorname{tg} \varepsilon''}{\cos^3 \varepsilon''} \mu_{2a}^2 \mu_{1a}, \\ \mu_{122b} &= -v_{1b} (\mu_{2a} v_{2a} \operatorname{tg}^2 \varepsilon'' - \mu_{1a}) - \mu_{1b} v_{2a} \operatorname{tg} \varepsilon'' \left(1 + \frac{1}{2} v_{2a} \operatorname{tg} \varepsilon'' \right) + \frac{3}{2} \frac{a_m}{k''} \frac{\operatorname{tg} \varepsilon''}{\cos^3 \varepsilon''} \mu_{2a}^2 \mu_{1b}, \\ \mu_{222a} &= \frac{1}{2} v_{2a}^2 (1 - \mu_{2a} \operatorname{tg}^2 \varepsilon'') - \mu_{2a} v_{2a} \operatorname{tg} \varepsilon'' + \frac{1}{2} \frac{a_m}{k''} \frac{\operatorname{tg} \varepsilon''}{\cos^3 \varepsilon''} \mu_{2a}^3, \\ v_{122a} &= v_{1a} v_{2a} \left(\operatorname{tg} \varepsilon'' + \frac{3}{2} \frac{v_{2a}}{\cos^2 \varepsilon''} \right) + \frac{a_m}{k''} \frac{1}{\cos^3 \varepsilon''} \left[\mu_{1a} (\mu_{22a} - \mu_{2a}) + \mu_{12a} \mu_{2a} \right. \\ &\quad \left. + \frac{3}{2} \mu_{2a} \operatorname{tg} \varepsilon'' \left(\frac{a_m}{k''} \frac{\mu_{1a} \mu_{2a}}{\cos \varepsilon''} - v_{1a} \mu_{2a} - 2 \mu_{1a} v_{2a} \right) \right], \\ v_{122b} &= v_{1b} \left(1 + 2 v_{2a} \operatorname{tg} \varepsilon'' + \frac{3}{2} \frac{v_{2a}^2}{\cos^2 \varepsilon''} \right) + \frac{a_m}{k''} \frac{1}{\cos^3 \varepsilon''} \left[\mu_{1b} (\mu_{22a} - \mu_{2a}) + \mu_{12b} \mu_{2a} \right. \\ &\quad \left. + \frac{3}{2} \mu_{2a} \operatorname{tg} \varepsilon'' \left(\frac{a_m}{k''} \frac{\mu_{1b} \mu_{2a}}{\cos \varepsilon''} - v_{1b} \mu_{2a} - 2 \mu_{1b} v_{2a} \right) \right], \\ v_{222a} &= v_{2a} \left(1 + v_{2a} \operatorname{tg} \varepsilon'' + \frac{1}{2} \frac{v_{2a}^2}{\cos^2 \varepsilon''} \right) + \frac{1}{2} \frac{a_m}{k''} \frac{\mu_{2a}}{\cos^3 \varepsilon''} \left[-v_{2a}^2 - \mu_{2a} + \mu_{2a} \operatorname{tg} \varepsilon'' \left(\frac{a_m}{k''} \frac{\mu_{2a}}{\cos \varepsilon''} - v_{2a} \right) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Für den besonders interessierenden Fall, daß sich beide Kurven im Überschneidungspunkt berühren ($n_R = n_E$), gilt die Bedingung:

$$\mu_{2a} v_{1a} L_1 + \mu_{1b} v_{2a} T_1 = 0. \quad (6)$$

Die Gln. (1) und (2) wurden auf verschiedene be-

stehende und vorgeschlagene Apparate angewandt; die Resultate sind in Tab. 1 zusammengestellt. Beim vorletzten Beispiel werden die beiden Neigungen, beim letzten auch noch die beiden Krümmungen gleich.

Herrn Privatdozent Dr. H. EWALD danke ich für zahlreiche anregende Diskussionen.

³ H. EWALD u. H. LIEBL, Z. Naturforschg. **12 a**, 28 [1957].

⁴ H. HINTENBERGER u. L. A. KÖNIG, Z. Naturforschg. **12 a**, 140 [1957].

⁵ L. A. KÖNIG u. H. HINTENBERGER, Z. Naturforschg. **12 a**, 377 [1957].

⁶ H. HINTENBERGER u. L. A. KÖNIG, Z. Naturforschg. **12 a**, 773 [1957].

⁷ H. LIEBL u. H. EWALD, Z. Naturforschg. **12 a**, 538 [1957].

⁸ A. O. NIER u. T. R. ROBERTS, Phys. Rev. **81**, 507 [1951]. — K. S. QUISENBERRY, T. T. SCOLMAN u. A. O. NIER, Phys. Rev. **102**, 1071 [1956].

⁹ K. OGATA u. H. MATSUDA, Z. Naturforschg. **10 a**, 843 [1955].