

Comentário ao livro *Dados* de Euclides feito pelo filósofo Marino¹

Tradução e notas de:
Húudson Canuto,
Instituto Federal de Alagoas (IFAL)
canutohudson@gmail.com

Juliana Cecci Silva,
Universidade Tiradentes
julianacecci@yahoo.com.br

William de Siqueira Piauí
Departamento de Filosofia e Letras da Universidade
Federal de Sergipe (DFL – UFS)
piauiusp@gmail.com

DOI 10.1515/kjps-2016-0010

1 Valemos-nos aqui da tradução para o latim mencionada por Michaux, ou seja, da obra “Euclides, *Data*, aos cuidados de H. Menge e I. L. Heiberg, de 1896, Leipzig: Ed. Teubener”; obra bilingue (grego-latim) que corresponde ao VI volume da *Opera Omnia* de Euclides; é a esta edição que se referem os algarismos “234.1” e “256.25”, por exemplo, do texto em grego que aparece ao final da presente tradução, isto é, página 234 (início do texto), linha 1 ou página 256 (final do texto), linha 25. Também consultamos a tradução latina de Claude Hardy de 1625 (que certamente foi a lida por Leibniz), obra que também é bilingue. Como não podia ser diferente, a nossa tradução assumiu como referência o trabalho do já mencionado Maurice Michaux, o *Le commentaire de Marinus aux Data d’Euclide*, de 1947. Segundo o próprio Michaux, Marino teria nascido por volta de 440 d.C em Flávia Neápolis, antiga Sichem, na Palestina; ele substituirá Proclo (410–485) à frente da Academia de Atenas a partir de 484, depois de uma disputa acirrada com Isidoro de Alexandria (ou de Gaza); não se sabe exatamente quando morreu, de qualquer modo, outros historiadores mencionam seu nascimento e morte em mais ou menos 450–500 estimativa que poderíamos estender também para Isidoro.

2 Húudson Canuto é Professor do Instituto Federal de Alagoas (IFAL), mestrando pelo Programa de Pós-Graduação em Filosofia na Universidade Federal de Sergipe (DFL–UFS). Juliana Cecci Silva é Professora da Universidade Tiradentes, tradutora e mestra pelo Programa de Pós-Graduação em Estudos da Tradução na Universidade de Brasília (Postrad – UnB), e membra do grupo de pesquisa Escrita: Linguagem e Pensamento. William de Siqueira Piauí é doutor em Filosofia pela Universidade de São Paulo (FFLCH – USP), licenciado em matemática pelo IME–USP/Unit e professor adjunto do Departamento de Filosofia e Letras da Universidade Federal de Sergipe (DFL – UFS).

[234.1]³ É preciso, em primeiro lugar [1.0], estabelecer o que é o *dado* (δεδομένον), em seguida [2.0], dizer qual é a utilidade do estudo dessa questão e, em terceiro lugar [3.0], a qual ciência ele se associa.

[1.1] O *dado* é definido de maneiras variadas, [234.5] uma para os antigos outra para os contemporâneos; daí a razão que a sua verdadeira explicação seja difícil de ser fornecida. Alguns nem mesmo deram uma definição dele, mas esforçaram-se em descobrir nele algo particular; outros, combinando o que disseram os primeiros, tentaram defini-lo [234.10]; e mesmo estes não estão em perfeita harmonia.

Todavia, todos parecem coincidir quanto à suposição de que o *dado* é, com efeito, algo *compreendido* (καταληπτόν). Pois os mais limitados deles também tentaram descrever o *dado* a partir de alguma diferença; uns identificaram o *dado* [234.15] com algo *ordenado* (τεταγμένον), como [o fez] Apolônio⁴ em seu tratado *Sobre as inclinações* (Περὶ νεύσεων) e em seu *Tratado universal* (Καθόλου πραγματείῃ); outros, contudo, associaram *dado* com o que seria *conhecido* (γνώριμον), como [o fez] Diodoro⁵: “Com efeito, é por essa razão que se diz que os raios e os ângulos são *dados* e, em geral, tudo aquilo que alcança algum *conhecimento* (γνώσιν), ainda que se refira a [algo] não *comensurável* (εἰ μὴ ῥητόν εἶν).

3 Com a numeração “[234.1]”, por exemplo, esperamos ajudar o leitor a se localizar com maior precisão e facilidade no texto original grego; com a numeração “[1.0]”, “[2.0]” e “[3.0]”, quanto às três grandes partes do texto, ou seja, quanto à investigação sobre qual é de fato a natureza do *dado*, qual a utilidade do estudo de tal questão e a qual ciência ela deve estar associada; além disso, com “[1.1]”, “[1.2]”, “[1,3]” e “[1,4]” quanto às subpartes da primeira grande parte, respectivamente, quanto à suposição que o *dado* é algo compreendido, quanto às definições que o apresentam a partir de pares de conceitos, sobre o que há de comum e divergente sobre tais conceitos e, por fim, qual é de fato a definição do *dado*: é o conhecido (gênero) realizável (espécie) [250.25].

4 Marino se refere ao terceiro geômetra mais famoso da Antiguidade depois de Euclides (c. 325–c. 265 a.C.) e Arquimedes (287–212 a.C.), ou seja, a Apolônio de Pérga ou Pérgamo (c. 262 –c. 190 a.C.) de quem a obra mais importante foi o *Tratado das Cônicas*, talvez aqui considerado com seu *Tratado Universal*; outros seis trabalhos escritos por ele e lembrados por Pappus foram os seguintes: *Sobre secções proporcionais*, *Sobre secções espaciais*, *Sobre secções determinadas*, *Lugares planos*, *Sobre as inclinações* (mencionado acima) e *Tangências*. Segundo Eves (2004, p. 200), desta lista somente o primeiro, em sua versão árabe, chegou aos nossos dias.

5 Diodoro de Alexandria, matemático e astrônomo do primeiro século a.C., famoso pupilo de Posidônio de Apameia (135–51 a.C.). Não conseguimos saber quais obras teria escrito e se haveria dentre elas uma com título similar a *Sobre os dados*.

Outros, entretanto, acreditaram que seria o próprio [234.20] *comensurável* (ῥητὸν), como queria Ptolomeu⁶, que chama *dado* àquilo cuja medida é conhecida (γνώριμον) [236.1] exatamente ou muito proximamente [do exato].

E outros pensaram que o *dado* era aquilo que se propõe na hipótese por aquele que a enuncia. Nos *Elementos* [de Euclides] (ταῖς πρώταις στοιχειώσεσι), fala-se pela primeira vez também em um outro sentido, como de uma dada [236.5] reta, como se alguém determinasse e desse o comprimento dessa dada reta.

Todas essas coisas, de fato, tendem a significar uma certa *compreensão* (κατάληψιν). É por isso que, entre as definições, as mais aceitas são as que melhor expressam o *compreendido* (καταληπτόν), como mostraremos em seguida.

[236.10] [1.2] Agora, contudo, expomos as diferentes sentenças daqueles que não caracterizam de modo limitado a natureza do *dado* como algo único, e que dele dão mais de um tipo de definição⁷. Todavia, podemos enumerar muito facilmente as diferentes sentenças de todos eles.

Com efeito, uns definiram o *dado* como aquilo que é conjuntamente *ordenado* (τεταγμένον) e *realizável* (πόριμον)⁸ [236.15]; outros, conjuntamente *ordenado* (τεταγμένον) e *conhecido* (γνώριμον); outros, por fim, conjuntamente *conhecido* (γνώριμον) e *realizável* (πόριμον). Pois, como os precedentes, parecem ter em mente a *compreensão* (κατάληψιν) e mesmo a *apreensão* (λήψιν) e a *invenção* (εὑρεσιν) do *dado*, para defini-lo da maneira que dissemos.

Também para [236.20] percebermos mais plena e abundantemente e, em meio a todas aquelas, extrair a verdadeira definição do *dado* em questão, investigaremos primeiramente o significado de cada termo simples e de seu contrário, quero dizer, do *desordenado* (ἀτάκτου), do *desconhecido*

6 Cláudio Ptolomeu (c. 95–c. 165), filósofo antigo que escreveu o “trabalho grego definitivo sobre astronomia” (EVES, 2004, p. 204), ou seja, o famoso *Almagesto*, e que é mencionado aqui certamente por seus trabalhos em Matemática, disciplina que, como ficará claro principalmente ao final da presente tradução, não estava separada da Física, Astronomia ou Música.

7 Na verdade, Marino se refere a definições fornecidas aos pares, como ficará claro no parágrafo imediatamente seguinte.

8 Seguimos aqui a sugestão de tradução feita por Maurice Michaux (1947), p. 26.

(άγνώστου) [236.25], do *irrealizável* (άπόρου), e do *irracional* (άλόγου), pois essas coisas dizem respeito à matéria geométrica (γεωμετρικήν), as que, com efeito, se referem igualmente à física (φυσικά πράγματα) e às outras disciplinas matemáticas (μαθηματικὰς έπιστήμας).

[238.1] Certamente, o *ordenado* (τεταγμένον) é definido como aquilo que permanece sempre idêntico a si mesmo a partir do que se diz *que está ordenado* (καθ' ὃ τετάχθαι), seja em grandeza (μέγεθος), seja em figura (εἶδος), seja quanto ao que quer que for diferente ou de outro modo se defina; o que não pode ser de outra maneira, mas continua imutável [238.5] em um lugar bem delimitado; como, por exemplo, a reta (εὐθεῖα) traçada por dois pontos (σημείων) dados se diz *que está ordenada* (τετάχθαι), posto que não pode ser dito de um outro modo e tem uma posição fixa. O *desordenado* (ἄτακτος), por outro lado, se diz da circunferência (περιφέρεια) que passa por dois [pontos], de fato, ela pode ser traçada de variadas maneiras e tem posição fixa, traçando círculos (κύκλου) [238.10] maiores ou menores, ao infinito (ἄπειρον), que passem por esses dois pontos. Ao contrário, a circunferência passando por três pontos é *ordenada* (τεταγμένη); pois essas coisas também se chamam *ordenadas* (τεταγμένων). Como construir um triângulo equilátero (ἰσόπλευρον τρίγωνον) sobre uma reta dada; visto que pode ser construído de dois modos, mas, de cada [238.15] lado da reta, só se pode fazê-lo de uma maneira única (μοναχῶς) e invariável (άμεταπτώτως). E como dividir certa reta a partir de apenas uma proporção (λόγον), de fato, só de uma maneira pode ser feito, em duas iguais. *Desordenadas* (ἄτακτα) são as coisas opostas àquilo que precede; como, por exemplo, constituir-se de modo desigual (σκαληνόν)⁹ e dividir a reta de uma maneira [238.20] indefinida (άορίστως). Assim, é preciso associar à definição o aspecto sob o qual a coisa se *diz ordenada* (καθ' ὃ τέτακται), pois uma e a mesma coisa pode ser *ordenada* (τεταγμένον) sob um aspecto, mas *desordenada* (ἄτακτον) sob um outro; por exemplo, o triângulo equilátero (ἰσόπλευρον τρίγωνον), enquanto equilátero, *se diz ordenado* (τέτακται), mas em grandeza ele é não determinado (οὐχ ὥρισται) inteiramente.

9 Escaleno se diz o triângulo com três lados diferentes.

[238.25] O *conhecido* (γνώριμον) é aquilo que é reconhecido (γιγνωσκόμενον) como evidente (δῆλον) e compreendido (καταλαμβάνόμενον) por nós. Do mesmo modo, o *desconhecido* (ἄγνωστον) é aquilo que não é reconhecido nem compreendido por nós. Por exemplo, para dizer que a extensão da estrada é *conhecida* (γνώριμον) é preciso que se tenha compreendido quantos [240.1] estádios¹⁰ ela tem; e, do mesmo modo, o fato de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a dois retos e que a [reta] binomial (ἐκ δύο ὀνομάτων)¹¹ é irracional (ἄλογός). Também são ditas *conhecidas* (γνώριμα) coisas tais como: partindo de um ponto exterior [240.5] para duas das partes, existe apenas uma tangente (ἐφαπτομένην) que toca na espiral (ἔλικος)¹², se houvesse alguma outra, então duas retas compreenderiam certo espaço (χωρίον), o que é impossível (ἀδύνατον). Entretanto, as que são *desconhecidas* (ἄγνωστα) não são as *irracionais* (ἄλογά), mas sim aquelas que não são nem *conhecidas* (γιγνωσκόμενα) nem *compreendidas* (καταλαμβάνόμενα) por nós.

O *realizável* (πόριμον) diz-se daquilo que é possível (δυνατοί) fazer-mos ou [240.10] construirmos (ποιῆσαι καὶ κατασκευάσαι), isto é, fazermos vir ao pensamento (εἰς ἐπίνοιαν ἀγαγεῖν). Por outro lado, porém, o *realizável* (πόριμον) se diz daquilo que se pode realizar por demonstração (ἀποδείξεως), ou aquilo que é manifesto (φαινόμενον) mesmo sem demonstração; como, por exemplo, traçar um círculo conhecendo o centro e o raio; compor tanto um triângulo [240.15] equilátero quanto um escale-no; encontrar a reta binomial (ἐκ δύο ὀνομάτων) e três retas comensuráveis (ῥητᾶς) só potencialmente (δυνάμει)¹³. Mesmo as que de infinitas maneiras (ἀπειραχῶς) são *realizáveis* (πόριμά), como, por exemplo, traçar um círculo que passe por dois pontos. O *irrealizável* (ἄπορον) é o que leva ao oposto, como, por exemplo, a quadratura do círculo (κύκλου τετραγωνισμός)

10 Antiga medida de extensão equivalente a 125 passos, algo próximo de 206,25 metros.

11 Expressão que aparece especialmente a partir da proposição 36 do livro X dos *Elementos* de Euclides.

12 Traduzimos o termo grego ἔλικος por “espiral” (que corresponderia ao grego σπείρα, e não ἔλικος) tendo em vista que, como nos indica Maurice Michaux (cf. op. cit. p. 58), certamente trata-se de lembrar o problema da hélice ou espiral plana (επίπεδη ἔλिका) de Arquimedes, que escreveu um tratado de título *Sobre as espirais*.

13 Expressão que segundo Michaux significa das “quais os quadrados são comensuráveis”, op. cit. p. 58.

[240.20]¹⁴. Pois ainda não está *realizado* (πόρω), ainda que *realizável* (πορισθῆναι) e cognoscível (ἐπιστητόν), pois o conhecimento (ἐπιστήμη) da quadratura do círculo ainda não foi alcançado. Mas, nesse momento, nós tratamos daquilo que já está *realizado* (πόρω), daquilo que chamamos de *legitimamente realizável* (κυρίως πόριμον). Pois aquilo que ainda não foi *realizado* (πόρω), [240.25] mas eventualmente é *realizável* (πορισθῆναι), é designado *particularmente* de realizado (ποριστὸν ἰδίως). O *irrealizável* (ἄπορον), como foi chamado, é o contrário do *realizável* (πόριμον), ou seja, é aquilo sobre o que a investigação não encontrou solução.

O *comensurável* (ῥητόν) é aquilo do que podemos fornecer a grandeza (μέγεθος), a figura (εἶδος) [242.1] ou a convenção (θέσιν); no entanto, esta definição é geral demais; propriamente e em si mesmo, o *comensurável* (ῥητόν) é aquilo de que nós conhecemos a quantidade com relação a uma medida convencional, como o palmo ou mesmo o dedo.

[242.5] [1.3] Definidos estes termos, a partir de agora será mais fácil examinar o comum e o divergente quanto às noções das quais falamos.

E primeiramente qual relação há entre o *ordenado* (τεταγμένον) e o *conhecido* (γνώριμον) e os que se opõem a eles. Com efeito, não dizemos que estes termos são convertíveis [242.10] nem com os que são mais amplos que eles; ainda que muitas coisas lhes sejam comuns, por exemplo, traçar uma reta passando por dois pontos e constituir lados iguais [de um triângulo] a partir de três círculos, entretanto, a quadratura do círculo tanto é *ordenada* (τεταγμένον), quanto *desconhecida* (ἄγνωστον); assim como o fato de existir apenas uma tangente que toca na [242.15] espiral (ἔλικος) partindo de um ponto para duas das partes faz parte das coisas que são *ordenadas* (τεταγμένων) e não pode ser de outro modo; pois não se conhece (ἔγνωσται) sua demonstração (ἀπόδειξις) nem sua construção (κατασκευή). Novamente, a divisão (τομῆ) infinita (ἄπειρον) em partes desi-

14 Como nos lembra Eves (2004, p. 140): “Provavelmente nenhum outro problema exerceu um fascínio maior ou mais duradouro do que aquele de construir um quadrado de área igual à área de círculo dado. [...] O primeiro grego conhecido cujo nome se liga ao problema é Anaxágoras (c. 499-c. 427 a.C.), mas sua contribuição é desconhecida. Hipócrates de Quio, um contemporâneo de Anaxágoras, teve sucesso na quadratura de certas lunas especiais [...]. Alguns anos mais tarde, Hípias de Elis (c. 425 a.C.) inventou uma curva que se tornou conhecida como *quadratriz*. [...] Pode-se conseguir uma solução elegante do problema da quadratura com a espiral de Arquimedes que, efetivamente, foi utilizada por ele com essa finalidade”.

guais¹⁵ (σκαληνοῦ) [de uma reta] se conhece (ἔγνωσται), mas não se ordena (τέτακται); assim, parece [242.20] que o *ordenado* (τεταγμένου) tanto será o *conhecido* (γνώριμον) quanto o *desconhecido* (ἄγνωστον), e, inversamente, que o *conhecido* (γνώριμον) tanto será o *ordenado* (τεταγμένου) quanto o *desordenado* (ἄτακτον). E esses termos se relacionam assim como o lógico (λογικόν) e o vulgar (πεζόν): não dizemos que estes termos se assemelham nem mesmo [242.25] com os que são mais amplos que eles¹⁶.

A mesma relação existe entre o *ordenado* (τεταγμένου) e o *desordenado* (ἄτακτον) de um lado, e o *realizável* (πόριμον) e o *irrealizável* (ἄπορον) de outro. De fato, a semelhança entre estes termos é a maior possível, mas diferem pelos motivos que [244.1] dissemos. Portanto, a espiral (ἔλιξ) é *ordenada* (τέτακται), mas ela não estava *realizada* (πορίμη) antes de Arquimedes. Pelos mesmos motivos as que podem ser conhecidas de infinitas maneiras (ἀπειραχῶς) fazem parte das *desordenadamente* (ἀτάκτως) *realizáveis* (πόριμα), se alguém conhecesse sua constituição e sua construção; de qualquer modo, entretanto, elas não fazem parte [244.5] das *ordenadas* (τεταγμένα). Constituir um triângulo escaleno, por exemplo, e ter trazido ao intelecto (ἀναγαγεῖν τὴν διάνοιαν) a sua realização a partir do equilátero não é nada difícil, ainda que seja *desordenado* (ἀτάκτων) e de infinitas maneiras (ἀπείρων).

E também a relação entre o *comensurável* (ῥητὸν) e o *irracional* (ἄλογον) de um lado e [244.10] o *ordenado* (τεταγμένον) e o *desordenado* (ἄτακτον) de outro lado; pois, se convêm em muitos termos, pelos mesmos motivos também diferem. De fato, esses termos nem se tornam alternadamente iguais nem um compreende o outro; com efeito, a reta binomial (ἐκ δύο ὀνομάτων)¹⁷ e as irracionais (ἄλογοι) estão entre as *ordenadas* (τεταγμένα),

15 Marino parece se referir à seguinte afirmação feita anteriormente: “É como dividir certa reta a partir de apenas uma proporção (λόγον); de fato, só de uma maneira pode ser feito, em duas iguais. *Desordenadas* (ἄτακτα) são as coisas opostas aquilo que precede; como, por exemplo, constituir-se de modo desigual (σκαληνόν) e dividir a reta de uma maneira indefinida (ἀορίστως) (no original: [238.15] εἰ γὰρ καὶ διχῶς γίνεται, ἀλλὰ καθ' ἑκάτερον μέρος τῆς εὐθείας μοναχῶς καὶ ἀμεταπτώτως· καὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν εἰς τὸν δοθέντα λόγον τεμεῖν· μοναχῶς γὰρ ἂν καὶ τοῦτο γένοιτο ἐπὶ θάτερα τῆς διχοτομίας. ἄτακτα δὲ ἐστὶ τὰ τοῦτοις ἀντικειμένως ἔχοντα, ὡς τὸ σκαληνὸν συστήσασθαι καὶ τὴν εὐθεῖαν ἀορίστως τεμεῖν).

16 Retomada do que disse mais acima: “Com efeito, não dizemos que estes termos são convertíveis nem com os que são mais amplos que eles” (no original: [242.10] οὐκ ἔστι δὴ τῶν ἀπιστρεφόντων τὰ τοιαῦτα οὐδὲ μὴν ἐκείνων ἐν οἷς τὸ ἕτερον τοῦ ἐτέρου ἐπὶ πλεον ἔστιν).

17 Cf. [240.8] e [240.15].

[244.15] mas não entre as *comensuráveis* (ῥηταί), tal como a relação da diagonal (διαμέτρου) com o lado [do quadrado]. Mas, muito do que pertence ao *comensurável* (ῥητῶν) é *desordenado* (ἄτακτά), como o que de muitas e indeterminadas maneiras é conhecido; pois, o triângulo escaleno pode ser medido a partir de uma medida *comensurável* (ῥητοῦ) convencional e determinada, ainda que seja [244.20] *desordenado* (ἄτακτον).

Qualquer um pode emparelhar facilmente as semelhanças entre o *conhecido* (γνωρίμου) e o *realizável* (πόριμον), todavia, é difícil ter compreendido a diferença; com efeito, eles são por natureza muito próximos um do outro e, por conseguinte, parecem ser equivalentes. Mas não é nada disso para quem examiná-los [244.25] com mais diligência, quando alguma diferença será percebida; pois, é um fato aceito e *conhecido* (γνώριμον), que só existe um ponto em que uma única reta tangente toca à espiral (ἔλικος); mas nem por isso já é *realizável* (πόριμόν) [a resolução] do problema (πρόβλημα) que ainda nem foi [246.1] *compreendido* (κατειλημμένον). Assim como tudo o que é *conhecido* (γνώριμον) nem por isso é *realizável* (πόριμόν); certamente, tudo aquilo que é *realizável* (πόριμόν) também é *conhecido* (γνώριμον); assim, pois, o *conhecido* (γνώριμον) é mais amplo que o *realizável* (πορίμου).

Ademais, o *conhecido* (γνώριμον) e o *comensurável* (ῥητόν) [246.5] concordam em alguns pontos, mas não em outros, pelos mesmos motivos que já dissemos. Com efeito, as linhas irracionais (ἄλογοι) mencionadas são *conhecidas* (γνώριμοι), mas não *comensuráveis* (ῥηταί); enquanto todo número é *comensurável* (ῥητός), mas nem todo é *conhecido* (γνώριμος). O *comensurável* (ῥητόν) é igualmente (ὁμοίως) *comensurável* (ῥητόν) para aquelas coisas que têm o mesmo uso (ἔθος); e [246.10] um comprimento (μήκος) não será *comensurável* (ῥητόν) para uma sem sê-lo para a outra, tendo em vista que assumirão (ἀνοίσουσι) a mesma medida. E o próprio comprimento se torna (γίνεται) *conhecido* (γνώριμον) para uma e não para a outra, mesmo se têm “usos comuns” (συνηθεία). Todavia, é muito difícil encontrar algo que seja *comensurável* (ῥητόν), porém *desconhecido* (ἄγνωστον). É evidente, pois, que o *conhecido* (γνώριμον) é mais geral do que *comensurável* (ῥητοῦ) [246.15].

Porém, que o *realizável* (πόριμον) e o *irrealizável* (ἄπορον) diferem do *comensurável* (ῥητοῦ) e do *irracional* (ἄλόγου) é evidente pelos seguintes motivos, a saber: é possível (δυνατόν) que alguns dos *irracionais* (ἄλόγων)

sejam *realizáveis* (πόριμα), mas não que algum dos *comensuráveis* (ῥητῶν) seja *irracional* (ἄλογον). E a semelhança entre essas noções e [246.20] as outras é perceptível a todos; de tal modo que seguramente umas compreendem as outras, assim como o *realizável* (πόριμον) parece ser mais amplo do que o *comensurável* (ῥητοῦ).

E podemos examinar a diferença das noções mencionadas também da seguinte maneira, a saber: o *comensurável* (ῥητόν) e o *irracional* (ἄλογον) são [246.25] assim chamados enquanto associados a uma medida, não enquanto enviados ao nosso conhecimento (γνώσιν). De fato, é possível que algo *comensurável* (ῥητόν) não nos seja *conhecido* (γνώριμον); de maneira que é *comensurável* (ῥητόν), mas ainda não foi compreendido (κατειληφθαί) que é *comensurável* (ῥητόν).

Todavia, o *ordenado* (τεταγμένον) e [248.1] o *desordenado* (ἄτακτον) se referem ao que em si mesmo e por sua própria natureza é assim considerado, mesmo ainda não sendo compreendido por nós. Seja como for, muitas coisas Arquimedes provou posteriormente que eram *ordenadas* (τεταγμένα) por natureza (φύσει), enquanto pelos seus predecessores não foi percebido que se ordena (τέτακται). E sobre o *conhecido* (γνώριμον) [248.5] e o *desconhecido* (ἄγνωστον), falamos no que se refere a nós. Como podem se diferenciar as invenções de uns para os outros; se, de fato, quanto a nós, têm referência tanto à natureza quanto à medida.

[1.4] Definido em quê os termos supracitadas são comuns e diferentes [248.10], falta investigar o que é o *dado* (δεδομένον).

Pois bem, muitos que supuseram ser o *dado* aquilo que é dado por hipótese por quem a propõe se distanciam da questão. Com efeito, todos os elementos que tratam dos dados não [248.15] são, a propósito dele próprio, compostos por hipótese, como é lícito observar percorrendo os tratados sobre ele¹⁸. Mas, por isso, abandonamos uma tal concepção

18 Certamente no sentido em que livros como o de Euclides, ou seja, *Os elementos*, oferecem uma exposição elementar (στοιχείωσιν [256.5]) de parte da Geometria, o que poderia ser feito com respeito à parte referente aos dados. Quanto aos tratados sobre os dados, além do de Euclides, Marino deve estar se referindo também aos tratados *Sobre os dados* que teriam sido escritos por Arquimedes, o qual se perdeu, e ao de Pappus. Vale lembrar que muito eram os tratados que de algum modo consideravam o *dado* sem tê-lo como assunto principal, ao que parecem se referir, por exemplo, as menções a Apolônio, Diodoro e Ptolomeu em [234.15].

(ὑπόληψιν) para examinar os motivos das outras definições; e o que é do dado por hipótese, se considera em conformidade com os princípios (ἀρχαίς) [248.20].

Além disso, aqueles que de fato delimitaram as definições a uma só palavra, caracterizaram-nas a partir dos termos mencionados, como foi dito no começo; e todos parecem ter tido um pensamento comum a respeito do *dado*; com efeito, eles o conceberam como algo *compreendido* (καταληπτόν), como o mostra o próprio [248.25] nome do *dado* (δεδομένου ὄνομα); e entre eles principalmente os que o descreveram como o *dado* por hipótese (τὸ καθ' ὑπόθεσιν δεδομένον). Todavia, outros se voltaram para o que foi fornecido (συγχωρούμενον).

A partir de agora, faremos uso do que foi mencionado como regra (κανόνι) e critério (κριτηρίῳ) para poder [250.1] encontrar a definição perfeita (τέλειον) do *dado*. É evidente que, na verdade, é necessário igualá-lo e fazê-lo voltar ao que é definido (ὀριστόν); e ainda, de fato, isso é o necessário para as definições serem estabelecidas corretamente. Mas, é do tipo [250.5] proposto, com respeito às mencionadas definições mais simples¹⁹, aquela que identifica o *dado* com o *realizável* (πόριμον), e, com respeito às definições mais complexas, aquela que o identifica com o que é ao mesmo tempo *conhecido* (γνώριμον) e *realizável* (πόριμον). Todas as restantes são imperfeitas (ἀτελεῖς).

Com efeito, o *ordenado* (τεταγμένον) não sendo definido por si mesmo com relação à delimitação do *dado*, [250.10] por um lado nem todo e por outro nem sozinho o *ordenado* (τεταγμένον) é *compreendido* (καταληπτόν), mas também são aquelas *desordenadas* (ἀτάκτων), assim como foi mostrado.

Não é suficiente quanto ao *conhecido* (γνώριμον) mesmo sendo separado, isto é, nem todo o *conhecido* (γνώριμον) é *compreendido* (καταληπτόν), ainda que sozinho o seja; pois que o *desconhecido* (ἄγνωστον) não poderia ser *compreendido* (καταληπτόν).

Seguramente [250.15] aquele que expressa o *comensurável* (ῥητόν) em uma só definição não será perfeito, pois nem este sozinho é *compreen-*

¹⁹ Talvez na categoria das definições de um só conceito, *vide* pouco acima o texto [248.20].

didó (καταληπτόν), posto que também aqueles estão entre os *irracionais* (ἀλόγων); e talvez nem todo o *comensurável* (ῥητόν) seja *compreendido* (καταληπτόν), assim como foi definido anteriormente.

Resta agora, por fim, entre as que transmitem em apenas uma palavra a do *realizável* (πόριμον), a que certamente parece expressar melhor [250.20] a *compreensão* (κατάληψιν)²⁰. De fato, também todo o *realizável* (πόριμον) é *compreendido* (καταληπτόν) e somente ele. Além do mais, foi esta definição que Euclides utilizou ao descrever todas aquelas formas do *dado*.

Dentre as definições mais compostas, a única perfeita é aquela que delimita o *dado* com aquilo que é ao mesmo tempo *conhecido* (γνώριμον) e *realizável* (πόριμον), [250.25] associando o análogo tanto do *conhecido* (γνώριμον), o gênero (γένει), quanto do *realizável* (πόριμον), a espécie (διαφορᾷ)²¹.

Ademais, o que se diz ao mesmo tempo *ordenado* (τεταγμένον) e *realizável* (πόριμον) está imperfeito, tendo em vista que sozinhos eles não são *dados*. O *ordenado* (τεταγμένον) e o *comensurável* (ῥητόν), do mesmo modo, encerra insuficientemente [252.1] o *dado*; e o ao mesmo tempo *conhecido* (γνώριμον) e *ordenado* (τεταγμένον) por exceder o pretendido não estará bem; tendo em vista que nem todos eles são *dados*.

Somente os restantes, por fim, parecem ter alcançado o conhecimento (ἐννοίας) do *dado*, os que o expressam como o que é ao mesmo tempo [252.5] *conhecido* (γνώριμον) e *realizável* (πόριμον); de fato, é compreendido (καταληπτόν) no todo e sozinho; e essas duas [características] devem se encontrar em quaisquer definições cientificamente dadas. E próximo disto estão os que as compõem da seguinte maneira: o *dado* é aquilo que podemos realizar (πορίσασθαι) [252.10] por causa do que apresentamos nas primeiras hipóteses (ὑποθέσεσι) e princípios (ἀρχαῖς).

E entre os que mencionamos também pode estar Euclides, por ter usado em toda parte [a expressão] “podemos realizar” (πορίσασθαι) mesmo quando omite o *conhecido* (γνώριμον), considerando-o como se seguin-

20 Evidentemente, trata-se das definições de um só conceito. Finalmente, Marino está de volta ao que havia suposto ao final de [1.1], cf. [234.10].

21 Tal qual a seguinte definição: o homem (como o *dado*) é um animal (gênero, como o *conhecido*) racional (espécie, como o *realizável*). Daí que: o *dado* é o *conhecido realizável*.

do ao *realizável* (πορίμω). Ademais, alguém poderia repreendê-lo com razão por não ter delimitado primeiramente [252.15] o *dado* em geral (κοινῶς), mas imediatamente cada uma de suas formas (εἰδῶν); ainda que nos *Elementos de geometria* (γεωμετρικῆ στοιχειώσει) possa-se perceber que ele delimitou a linha simplesmente antes das formas das linhas²², e do mesmo modo [fez com] as outras.

[2.0] Assim, tendo, pois, examinado por um lado o mais geral quanto ao *dado* e, [252.20] da mesma forma, por outro trazido à tona tal assunto, agora podemos fornecer a utilidade com relação a tratar disto. E, pois, ele faz parte dos que têm para com um outro a prerrogativa; seu conhecimento é dos mais necessários para o que se chama *tesouro da análise* (ἀναλυόμενον τόπον)²³. Ademais, qual força (δύναμιν) [252.25] possui o tesouro da análise (ἀναλύόμενος τόπος) nas ciências matemáticas (μαθηματικαῖς ἐπιστήμαις) e que há de se estender às associadas, tanto à ótica (ὀπτικῆς) quanto à canônica (κανονικῆς), nós o consideramos alhures; também que a análise (ἀνάλυσις) é [procedimento de] invenção (εὑρεσις) de demonstração (ἀποδείξιώς) [254.1]; e como se dá a invenção (εὑρεσιν) de demonstração (ἀποδείξιως) das semelhantes [questões] é acrescentado por nós; bem como que é preferível adquirir a faculdade de analisar (δύναμιν ἀναλυτικὴν) do que a de fazer as numerosas demonstrações de parte delas.

22 Cf. *Os elementos* livro I, definições 2–4.

23 As expressões “τὸν ἀναλυόμενον τόπον”, ou simplesmente “ἀναλυόμενον τόπον” e “τόπος ἀναλύόμενος” (com a inversão que se tornará comum), quando não mencionadas no próprio grego, foram muitas vezes traduzidas pelas latinas *resolutus locus*, *pertinentia loco* ou *corpus analitico*, *dentre outras*; entretanto, ficamos com a sugestão de T. Heath (1981, p. 421) repetida por Irineu Bicudo em sua introdução ao *Os elementos* (EUCLIDES, 2009, p. 49), ou seja, com τόπος fazendo referência ao *treasury* (bem precioso), ao depósito, ao estoque, ao *Tesouro da Análise*. E a menção posterior a Pappus de Alexandria (c. 290–c. 350 d.C.) deixa pouca margem de erro para esta interpretação, já que o próprio havia explicado o que ela queria dizer em sua *Coleção matemática*; daí termos optado pela expressão “tesouro da análise”. Gostaríamos de mencionar o fato que as aparições de tal expressão em textos de matemática em muitos casos permitem restabelecer uma linha histórica com respeito não só à Análise, mas também à Topologia, a qual teria origem na matemática da Antiguidade (principalmente alexandrina), passaria pela dos hindus e árabes, para no Renascimento chegar a Europa e depois ser associada por Leibniz, no texto homônimo, à expressão latina *Analysis situs*, a qual será lembrada por Poincaré ao falar da parte da Topologia que se refere principalmente à hipergeometria.

[254.5] [3.0] Assim, a teoria do *Dado* sendo, pois, útil para todas aquelas disciplinas, e dado que acrescenta grande [utilidade] à análise, o correto seria dizer que se estabelece não associada a certa ciência daquelas, mas da dita matemática em geral (καθόλου λεγομένην μαθηματικὴν). Esta que compreende [254.10] as quantidades (πλήθη), as grandezas (μεγέθη), os tempos (χρόνους), as velocidades (τάχη) e todas as [νοῶδες] similares, bem como que também trata das relações (λόγους) e proporções (ἀναλογία) e das médias (μεσότηας) de todos os tipos.

Assim pois, para a própria compreensão científica utilíssima dos *dados* tendo sido [254.15] confeccionado o livro de Euclides *Sobre os dados* (δεδομένων), o qual legitimamente denominaram *Elementos* (στοιχειωτήν)²⁴. Com efeito, para quase toda a ciência matemática ele propôs os elementos (στοιχεῖα) e como que a iniciação (εἰσαγωγὰς); como certamente para a geometria em todos seus treze livros e para a astronomia em *Os fenômenos* (τοῖς Φαινομένοις); da mesma maneira, também nos legou os elementos (στοιχεῖα) da música (μουσικῆς) [254.20] e da ótica (ὀπτικῆς); e ainda, também em todo o tratado *Sobre os dados*, elaborou o livro estabelecendo a exposição elementar (στοιχειώσιον) pelo [método] analítico (ἀναλυτικὴν).²⁵

Porém, sendo geômetra, diferenciando as grandezas das generalidades relativas ao *dado* as adaptou particularmente; tendo produzido do modo como também [tratou] da generalidade das relações e a das grandezas em particular [254.25], o plano das mesmas tendo sido tratado no quinto livro [dos *Elementos*].

De modo geral, por conseguinte, certamente dissemos o que é o *dado* e [256.1] a partir de qual ciência ele é conduzido, bem como que é de grandíssima utilidade uma teoria sobre ele. Todavia, acrescentamos a isso as coisas que foram ditas e a delimitação da ciência que a ele concerne. Por fim, ela será igualmente evidente a partir das coisas que foram ditas, uma compreensão (κατάληψις) de [256.5] toda espécie de *dados* e

24 Em pleno acordo com o que nos atesta Heath (1982, p. 421), o assunto dos livros I a VI dos *Elementos* é o “dado”, o que é confirmado por Eves (2004, p. 180).

25 Além do *Os elementos*, do *Sobre os dados*, do *Fenômenos*, *Óptica* e *Elementos de música*, o criador da Escola de Alexandria (o Museu), Euclides, também teria escrito os seguintes trabalhos: *Divisão das figuras*, *Pseudária* (ou *Das falácias*), *Porismas*, *Lugares em uma superfície* e *Cônicas*. Existe uma discussão bastante elementar sobre quase todos eles feita na introdução de Irineu Bicudo ao *Os elementos*, cf. especialmente as pp. 45–63.

daquilo que a ele se associa. Contudo, em particular frente ao livro, dizemos que é um método (μέθοδος) que compreende a exposição elementar (στοιχείωσιν) e toda a ciência dos *dados*. Então, conseqüentemente, terá utilidade inclusive para as outras que, com respeito [256.10] à prerrogativa, se relacionam com o *dado*.

O livro foi dividido segundo os tipos de *Dado* (τὰ τοῦ δεδομένου εἶδη). A sua primeira seção compreende os dados de acordo com a razão (τὰ κατὰ λόγον δεδομένα); a segunda, os [dados a partir] da convenção (τὰ τῆ θέσει); vêm em seguida os [dados a partir] dos tipos (τὰ τῶ εἶδει); porque o que concerne aos dados por grandeza (τῶν μεγέθει δεδομένων) era simples [256.15] foi espalhado em muitas das partes e sobretudo com respeito ao que se relaciona com o tipo dos dados (τοῖς κατὰ τὸ εἶδος δεδομένοις). [Euclides] iniciou pelas razões (λόγω) e pela convenção (θέσει) dos *dados* (δεδομένων), posto que é deles que se compõe o tipo dos *dados* (τὰ τῶ εἶδει δεδομένα); e também tendo realizado diferentemente a divisão de seu livro, ou seja, das grandezas em geral [256.20] (καθ' ὅλου μεγέθη), das linhas (γραμμὰς), das superfícies (ἐπίπεδα), e das proposições dos círculos (κυκλικὰ θεωρήματα). Não obstante, ele empregou a mesma ordem também nas definições (ὄρων) ou hipóteses (ὑποθέσεων) do livro. O modo de estudo que ele seguiu não é o a partir da síntese (σύνθεσιν), mas o a partir da análise (ἀνάλυσιν)²⁶, como Pappus²⁷ o [256.25] demonstrou suficientemente nos comentários (ὑπομνήμασιν) ao livro.

26 De forma bastante abreviada nos explica Irineu Bicudo: “Pappus mostra com exemplos como os *Data* prestam serviço à análise. Esta começa com uma construção suposta que satisfaça as condições propostas [a ἔκθεσις]. Tais condições, sendo convertidas em elementos *dados* da figura, envolvem outros que são dados por implicação, e esses, por sua vez, envolvem outros, até que, passo a passo, cada um deles é legitimado [a ἀπόδειξις], e chega-se a uma construção da qual se obtém uma síntese. [...] Os *Data* são, de fato, sugestões para as etapas mais usuais na Análise” (EUCLIDES, 2009, p. 51).

27 O famoso geômetra já mencionado, Pappus de Alexandria, que deve ter vivido mais ou menos entre 290 e 350 da nossa era, foi o responsável por reascender com “competência e entusiasmo”, nas palavras de Eves, o interesse pela geometria quase 600 anos depois da existência do trio Euclides, Arquimedes e Apolônio. Para o que mais nos interessa, Eves (2004, p. 210) comenta: “Pappus escreveu comentários sobre os *Elementos* e *Os dados* de Euclides e sobre o *Almagesto* e *Planisfério* de Ptolomeu, mas quase tudo que sabemos sobre isso é sobre a influência exercida sobre os escritos de comentadores que se seguiram. O trabalho realmente grande de Pappus é sua *Coleção matemática*, uma combinação de guia da geometria da época, acompanhado de comentários, com numerosas proposições originais, aprimoramentos, extensões e notas históricas. Dos oito livros que compunham a obra perderam-se o primeiro e parte do segundo. [...] O livro VII é historicamente im-

ΜΑΡΙΝΟΥ ΦΙΛΟΣΟΦΟΥ ΥΠΟΜΝΗΜΑ ΕΙΣ ΤΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ Εὐκλείδου

234.[linha] 1

Πρώτον δεῖ θέσθαι, τί τὸ δεδομένον· ἔπειτα, τί τὸ χρήσιμον τῆς περὶ τούτου πραγματείας, εἰπεῖν· καὶ τρίτον, ὑπὸ τίνα ἐπιστήμην ἀνάγεται. Ὅρίζονται δὴ τὸ δεδομένον πολλαχῶς, καὶ ἄλλως

234.5

μὲν οἱ παλαιότεροι, ἄλλως δὲ οἱ νεώτεροι· διὸ καὶ συνέβη χαλεπὴν εἶναι τὴν ἀληθῆ περὶ αὐτοῦ ἀπόδοσιν. καὶ ἔνιοι μὲν οὐδὲ ὀρισμὸν τίνα αὐτοῦ ἀποδεδώκασιν, ἴδιον δὲ τι τοῦ δεδομένου εὐρίσκουσιν ἐπειράθησαν· ἔτεροι δὲ συμπλέξαντες ἤδη τὰ παρὰ ἐκείνων ὀρίζεσθαι

234.10

αὐτὸ ἐπεχείρησαν καὶ οὐδὲ οὗτοι συμφώνως ἑαυτοῖς. εὐόκασιν δὲ πάντες ἐκ μιᾶς καὶ τῆς αὐτῆς ἐννοίας καὶ ὑπολήψεως ὀρμηθέντες λέγειν τι περὶ αὐτοῦ· καταληπτὸν γάρ τι τὸ δεδομένον εἶναι ὑπέλαβον. διὸ τῶν ἀπλούστερον καὶ μιᾶ τινι διαφορᾷ περιγράφειν τὸ δεδο-

234.15

μένον προθεμένων οἱ μὲν τεταγμένον, ὡς Ἀπολλώνιος ἐν τῷ περὶ νεύσεων καὶ ἐν τῇ καθόλου πραγματεία,

portante, pois dá uma descrição dos trabalhos que constituem *O Tesouro da Análise*, uma coleção que, à maneira dos *Elementos* de Euclides, pretende abarcar o material que se considerava essencial como bagagem do matemático profissional. Os doze tratados discutidos são *Os dados*, *Porisma* e *Lugares de superfície* de Euclides; *Seções Cônicas* e os seis trabalhos de Apolônio [*Sobre seções proporcionais*, *Sobre seções espaciais*, *Sobre seções determinadas*, *Lugares planos*, *Sobre as inclinações* e *Tangências*] (vide nota 4) [...]; *Lugares sólidos* de Aristeu e *Sobre médias* de Erastótenes”.

οί δὲ γνώριμον, ὡς Διόδωρος· οὕτω γὰρ τὰς ἀκτῖνας
καὶ τὰς γωνίας δεδόσθαι λέγει καὶ πᾶν τὸ εἰς γνώσιν
τινα ἐλθόν, καὶ εἰ μὴ ῥητὸν εἶη. ἔνιοι δὲ ῥητὸν αὐτὸ

234.20

εἶναι ἀπεφήναντο, ὥσπερ δοκεῖ ὁ Πτολεμαῖος, δεδο-
μένα ἐκεῖνα προσαγορεύων, ὧν τὸ μέτρον ἐστὶ γνώρι-

236.1

μον ἦτοι πρὸς ἀκρίβειαν ἢ τὸ σύνεγγυς. καὶ τὸ ἐν
ὑποθέσει δὲ παρὰ τοῦ προβάλλοντος ἐκτιθέμενον
δεδομένον εἶναι τινες ὑπειλήφασιν. λέγουσι δὲ καὶ
ἄλλον τρόπον ἐν ταῖς πρώταις στοιχειώσεσι τὸ δοθὲν
236.5

καὶ τὴν δοθεῖσαν, τουτέστιν ἡλικὴν ἂν τις ἀφορίσῃ
καὶ δῶ εὐθεῖαν. ταῦτα δὲ πάντα κατάληψιν τινα
βούλεται σημαίνειν. ὅθεν καὶ μάλιστα τῶν ὄρων ἐκεῖνοι
εὐδοκιμοῦσιν, ὅσοι γε μάλιστα τὸ καταληπτὸν ἐμφανί-
ζουσιν, ὡς προϊοῦσιν ἡμῖν ἔσται καταφανές.

236.10

νυνὶ δὲ καὶ τῶν μὴ μόνον ψιλῶς καὶ ἐνί τινι
χαρακτηριζόντων τὴν τοῦ δεδομένου φύσιν, οἷον δὲ
ὀρισμὸν αὐτοῦ ποιούντων, τὰς διαφορὰς ἐκθώμεθα.
συγκεφαλαιούμενοι δὲ καὶ τούτων οἱ τρόποι εὐαρίθμη-
τοι γίνονται. οἱ μὲν γὰρ τεταγμένον ἅμα καὶ πόρι-

236.15

μον τὸ δεδομένον εἶναι ἀφωρίσαντο, ἕτεροι δὲ τὸ
τεταγμένον ἅμα καὶ γνώριμον, τινὲς δὲ τὸ γνώριμον
ἅμα καὶ πόριμον. φαίνονται δὲ καὶ οὗτοι πάντες πρὸς
τὴν κατάληψιν ἦτοι λήψιν καὶ εὐρεσιν τοῦ δεδομένου
ἀφεωρακότες τὸν εἰρημένον τρόπον ὀρίζεσθαι. ἴνα δὲ

236.20

ταύτην τε αὐτῶν τὴν ἔννοιαν καταδησώμεθα, ἔτι γε μὴν καὶ τὸν ἀληθῆ τοῦ προκειμένου ὄρον ἐκ πολλῶν τῶν παραδεδομένων ἔλωμεν, ἐπισκεπτέον πρότερον ἑκάστου τῶν ἀπλῶν τὸ σημαινόμενον καὶ τῶν τοῦτοις ἀντικειμένων, τοῦ τε ἀτάκτου λέγω καὶ ἀγνώστου καὶ

236.25

ἀπόρου καὶ ἀλόγου, ὡς πρὸς τὴν ἐνεστῶσαν γεωμετρικὴν ὕλην. ἐπιτείνεται γὰρ τὰ τοιαῦτα καὶ ἐπὶ τὰ φυσικὰ πράγματα καὶ τὰς ἄλλας δὲ μαθηματικὰς ἐπιστήμας.

238.1

ὑπογράφουσι τοίνυν τὸ τεταγμένον τὸ ἀεὶ ταυτόν σωζόμενον, καθ' ὃ τετάχθαι λέγεται, ἦτοι κατὰ μέγεθος ἢ εἶδος ἢ ἄλλο τι τῶν τοιούτων· ἢ καὶ ἐτέρως· ὅπερ μὴ ἐνδέχεται ἄλλοτε ἄλλως γίνεσθαι, ἀλλὰ μοναχῶς

238.5

ἐν ἀφωρισμένῳ τινὶ τόπῳ. οἷον, ὡς τύπῳ εἶπεῖν, ἢ διὰ δύο σημείων ἐστηκότων γραφομένη εὐθεῖα τετάχθαι λέγεται τῷ μὴ ἄλλως καὶ ἀστάτως ἄγεσθαι. ἄτακτος δὲ ἐστὶν ἢ διὰ δυεῖν περιφέρεια· πολλαχῶς γὰρ καὶ ἀστάτως γράφεται, καὶ μείζονος καὶ ἐλάττονος κύκλου

238.10

ἐπὶ ἄπειρον γραφομένων διὰ τῶν δύο σημείων. πάλιν δὲ τεταγμένη ἐστὶν ἢ διὰ τριῶν σημείων περιφέρεια. ἔστι δὲ καὶ τὰ τοιαῦτα τῶν τεταγμένων, ὡς τὸ ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας ἰσόπλευρον τρίγωνον συστήσασθαι· εἰ γὰρ καὶ διχῶς γίνεταί, ἀλλὰ καθ' ἐκότερον

238.15

μέρος τῆς εὐθείας μοναχῶς καὶ ἀμεταπτώτως· καὶ τὴν
δοθεῖσαν εὐθεῖαν εἰς τὸν δοθέντα λόγον τεμεῖν· μο-
ναχῶς γὰρ ἂν καὶ τοῦτο γένοιτο ἐπὶ θάτερα τῆς διχο-
τομίας. ἄτακτα δὲ ἐστὶ τὰ τούτοις ἀντικειμένως ἔχοντα,
ὡς τὸ σκαληγὸν συστήσασθαι καὶ τὴν εὐθεῖαν ἀορί-

238.20

στως τεμεῖν. πρόσκειται δὲ τῷ ὄρω τὸ καθ' ὃ τέτακται,
ἐπεὶ δύνатаί τι ἔν καὶ ταύτῳ ὃν πῆ μὲν τεταγμένον,
ἄλλως δὲ ἄτακτον εἶναι, οἷον τὸ ἰσόπλευρον τρίγωνον,
ἧ μὲν ἰσόπλευρόν ἐστιν, τέτακται, μεγέθει δὲ οὐχ
ῶρισταί πᾶν.

238.25

γνώριμον δὲ ἐστὶ τὸ γιγνωσκόμενον ὡς τὸ δῆλον
ἡμῖν καὶ καταλαμβανόμενον, ἄγνωστον δὲ τὸ μὴ γιγνω-
σκόμενον μηδὲ καταλαμβανόμενον ὑφ' ἡμῶν· οἷον τὸ
μῆκος τῆς ὁδοῦ γνώριμον εἶναι λέγεται, καθ' ὃ, πῶσων

240.1

ἐστὶ σταδίων, κατέλαβον, καὶ τοῦ τριγώνου ὅτι αἱ ἐν-
τὸς δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι, καὶ ὅτι ἡ ἐκ δύο ὀνομάτων
ἄλογός ἐστιν. ἔτι μὴν καὶ τὰ τοιάδε γνώριμα λέγεται,
ὡς τὸ μίαν εἶναι τὴν ἐφαπτομένην τῆς ἔλικος ἀπὸ τοῦ

240.5

ἔξω δοθέντος σημείου ἐπὶ θάτερα μέρη. εἰ γὰρ καὶ
ἄλλη εἴη, δύο εὐθεῖαι χωρίον περιέξουσιν, ὅπερ ἀδύνα-
τον. ἄγνωστα δὲ οὐ τὰ ἄλογά ἐστιν, ἀλλὰ τὰ μὴ
γιγνωσκόμενα μηδὲ καταλαμβανόμενα ὑφ' ἡμῶν.
πῶριμον δὲ ἐστὶν, ὃ δυνατοὶ ἐσμὲν ἤδη ποιῆσαι

240.10

καὶ κατασκευάσαι, τουτέστιν εἰς ἐπίνοιαν ἀγαγεῖν.
ἄλλως δὲ πάλιν ὀρίζονται τὸ πόριμον ἦτοι τὸ διὰ ἀπο-
δείξεως ποριζόμενον, ἢ ὅταν τι φαινόμενον ἦ καὶ χωρὶς
ἀποδείξεως· οἷόν ἐστι τὸ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον
γράψαι καὶ τὸ τρίγωνον συστήσασθαι οὐ μόνον ἰσό-

240.15

πλευρον, ἀλλὰ καὶ σκαληνόν, καὶ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων
εὐρεῖν καὶ τρεῖς εὐθείας ῥητὰς δυνάμει μόνον συμ-
μέτρους· καὶ τὰ ἀπειραχῶς δὲ γινόμενα πόριμά ἐστιν,
ὥσπερ τὸ διὰ δύο σημείων κύκλον γράψαι. ἄπορον
δὲ ἐστὶ τὸ ἀντικειμένως ἔχον, ὡς ὁ τοῦ κύκλου τετρα-

240.20

γωνισμός· οὕτω γάρ ἐστιν ἐν πόρῳ, εἰ καὶ οἷόν τε
αὐτὸ πορισθῆναι καὶ ἐστὶν ἐπιστητόν· ἐπιστήμη γὰρ
αὐτοῦ οὕτω κατείληπται. νῦν δὲ περὶ τοῦ ἤδη ὄντος
ἐν πόρῳ ὁ λόγος ἀποδίδεται, ὅπερ καὶ κυρίως πόρι-
μον ἐπονομάζουσιν. τὸ γὰρ μήπω ὄν ἐν πόρῳ, ἐν-

240.25

δεχόμενον δὲ πορισθῆναι ποριστὸν ἰδίως προσαγορεύου-
σιν. ἄπορον δὲ ἐστὶν, ὡς εἴρηται, τὸ τῷ πορίμῳ ἀντι-
κείμενον, τουτέστιν οὗ ἡ ζήτησις ἀδιάκριτός ἐστιν.
ῥητὸν δὲ ἐστὶν, οὕπερ ἔχομεν εἰπεῖν μέγεθος ἢ εἶδος

242.1

ἢ θέσιν· ἀλλ' οὗτος μὲν ὁ ὅρος κοινότερός ἐστιν, ἰδίως
δὲ καὶ καθ' αὐτὸ ῥητὸν ἐστὶν, ὃ κατὰ τινα γινώσκο-
μεν ἀριθμὸν πρὸς τὸ τῇ θέσει μέτρον, παλαιστήν, εἰ
τύχοι, ἢ δάκτυλον.

242.5

οὕτω δὴ προδιωρισμένων ῥᾶον ἔσται λοιπὸν ἐπι-
σκοπεῖν τὴν τε κοινωνίαν τῶν εἰρημένων καὶ τὴν δια-
φοράν, καὶ πρῶτον, ὅπως ἔχει τὸ τεταγμένον πρὸς τὸ
γνώριμον καὶ τὰ τούτοις ἀντικείμενα πρὸς ἄλληλα.
οὐκ ἔστι δὴ τῶν ἀντιστρεφόντων τὰ τοιαῦτα οὐδὲ μὴν

242.10

ἐκείνων, ἐν οἷς τὸ ἕτερον τοῦ ἐτέρου ἐπὶ πλέον ἐστίν.
εἰ γὰρ καὶ κοινὰ αὐτοῖς πολλὰ ὑπάρχει, ὡς τὸ διὰ
δύο σημείων εὐθεῖαν γράψαι καὶ διὰ τριῶν κύκλον
καὶ ἰσόπλευρον συστήσασθαι, ἀλλὰ τὸ τετραγωνίζειν
τὸν κύκλον τεταγμένον μὲν, ἄγνωστον δέ· καὶ ὅτι μία

242.15

τῆς ἑλικος ἀφ' ἐνὸς σημείου ἐφάπτεται, τῶν τεταγμέ-
νων καὶ μὴ ἐνδεχομένων ἄλλως ἔχειν ἐστίν· οὐ μὴν
καὶ ἔγνωσται αὐτοῦ ἢ ἀπόδειξις ἤτοι κατασκευή. πάλιν
δ' αὖ ἢ ἐπ' ἄπειρον τομὴ καὶ ἢ τοῦ σκαληνοῦ σύστασις
ἔγνωσται μὲν, οὐκέτι δὲ καὶ τέτακται, ὥστε φανερόν,

242.20

ὅτι ἔσται τοῦ τεταγμένου τὸ μὲν γνώριμον, τὸ δὲ
ἄγνωστον, καὶ ἀνάπαλιν δὲ τοῦ γνωρίμου τὸ μὲν
τεταγμένον, τὸ δὲ ἄτακτον. καὶ οὕτως ἔχει ταῦτα
πρὸς ἄλληλα, ὡς τὸ λογικὸν πρὸς τὸ πεζόν· οὔτε γὰρ
ἐξισάζει τὰ τοιαῦτα οὔτε μὴν τὸ ἕτερον τοῦ ἐτέρου

242.25

ἐπὶ πλέον ἐστίν.
ὁμοίως δὲ ἔχει· καὶ τὸ τεταγμένον καὶ τὸ ἄτακτον
πρὸς τὸ πόριμον καὶ τὸ ἄπορον· κοινωνία τε γὰρ αὐτοῖς
ἔνεστι πλείστη καὶ διαφέρει ἀλλήλων τὸν εἰρημένον

244.1

τρόπον. ἢ γὰρ ἔλιξ τέτακται μὲν, ἀλλ' οὐκ ἦν τοῖς πρὸ Ἀρχιμήδους πορίμη. καὶ τὰ ἀπειραχῶς δὲ γινόμενα καὶ ἀτάκτως πόριμα μὲν ἔστιν, ἐὰν τὴν κατασκευὴν ἐπινοῆ τις αὐτῶν καὶ τὴν σύστασιν, οὐκέτι δὲ

244.5

καὶ τεταγμένα. οἷον σκαληνὸν τρίγωνον ἐπινοῆσαι καὶ εἰς τὴν κατασκευὴν αὐτοῦ ἀναγαγεῖν τὴν διάνοιαν ἀπὸ τοῦ ἰσοπλεύρου οὐ χαλεπὸν ἀλλ' εὐπόριστόν ἐστιν, καίτοι τῶν ἀτάκτων ὄν καὶ ἀπείρων. οὕτω δὲ ἔχει καὶ πρὸς τὸ ῥητὸν καὶ ἄλογον τὸ

244.10

τεταγμένον τε καὶ τὸ ἄτακτον· κοινωνοῦντα γὰρ ἀλλήλοις πολλαχῆ καὶ διενήνοχε τὸν εἰρημένον τρόπον. οὐδὲ γὰρ ταῦτα ἐξισάζει ἀλλήλοις οὐδὲ τὸ ἕτερον τοῦ ἑτέρου ἐστὶ περιληπτικόν· ἢ γὰρ ἐκ δύο ὀνομάτων καὶ αἰ οὕτως κατελιγμένα ἄλογοι τεταγμένοι μὲν εἰσιν,

244.15

οὐκέτι δὲ καὶ ῥηταί, καὶ ὁ τῆς διαμέτρου λόγος πρὸς τὴν πλευράν. πολλὰ δὲ καὶ τῶν ῥητῶν ἄτακτά ἐστιν, ὡς τὰ πολλαχῶς καὶ ἀορίστως γινόμενα· δύναται γὰρ καὶ σκαληνὸν τρίγωνον μετρεῖσθαι ὑπὸ τοῦ προτεθέντος καὶ ὀρισθέντος ῥητοῦ μέτρου, καίτοι ἄτακτον

244.20

ὑπάρχον. τοῦ δὲ γνωρίμου πρὸς τὸ πόριμον τὴν μὲν ὁμοίότητα παντὶ γε διῶδειν ῥᾶδιον, τὴν δὲ διαφορὰν χαλεπὸν ἐλεῖν· σύνεγγος γὰρ ἐστὶ τὴν φύσιν ἀλλήλων, ὥστε καὶ ἐξισάζειν δοκεῖν. οὐ μὴν ἀλλὰ κἀν τούτοις

244.25

ἀκριβῶς ἐπιβλέψαντι ὀφθήσεταιί τις ἐνοῦσα διαφορά·
ὄτι μὲν γὰρ μία ἐστὶν ἡ τῆς ἔλικος ἀφ' ἑνὸς σημείου
ἐφαπτομένη, συμφανές ἐστί καὶ γνώριμον· ἀλλ' οὐ διὰ
τοῦτο ἤδη καὶ πόριμόν ἐστι τὸ πρόβλημα μήπω κατ-

246.1

ειλημμένον. ὥστε τὸ γνώριμον πᾶν οὐκέτι πόριμον·
τὸ μέντοι πόριμον πᾶν καὶ γνώριμον· ἐπὶ πλέον ἄρα
τὸ γνώριμον τοῦ πορίμου.
πάλιν δ' αὖ τὸ γνώριμον καὶ τὸ ῥητὸν πῆ μὲν

246.5

κοινωνεῖ, πῆ δὲ καὶ διαφέρετον ἀλλήλων τὸν προειρη-
μένον τρόπον. αἱ γὰρ εἰρημέναι ἄλογοι γνώριμοι μὲν
εἰσιν, οὐκέτι δὲ καὶ ῥηταί· ὁ δὲ ἀριθμὸς πᾶς ῥητὸς
μὲν ἐστίν, οὐκέτι δὲ καὶ γνώριμος πᾶς. καὶ τὸ μὲν
ῥητὸν τοῖς κατὰ ταύτων ἔθος ὁμοίως ῥητὸν ἐστίν, καὶ

246.10

οὐ τῷ μὲν ῥητὸν ἔσται τι μήκος, τῷ δὲ οὐ· ἐπὶ γὰρ
ταύτων ἀνοίσουσι μέτρον. γνώριμον δὲ τῷ μὲν γίγνεται
ταύτων μήκος, τῷ δὲ οὐ, κἂν ἐν τῇ αὐτῇ συνηθείᾳ
ᾧσιν. ἴσως δὲ κἀνταῦθα χαλεπὸν τί ἐστίν εὐρεῖν
ῥητὸν μὲν, ἄγνωστον δέ· δοκεῖ γὰρ καὶ τοῦ ῥητοῦ

246.15

ἐπὶ πλέον εἶναι τὸ γνώριμον.
ὄτι δὲ καὶ τὸ πόριμον καὶ τὸ ἄπορον διαφέρει τοῦ
τε ῥητοῦ καὶ ἀλόγου, φανερόν ἐκ τούτων· πόριμα γὰρ
εἶναι δυνατὸν καὶ τῶν ἀλόγων τινά, οὐδὲν δὲ τῶν
ῥητῶν ἄλογον. ἡ δὲ συγγένεια τούτων αὐτῶν καθάπερ

246.20

καὶ τῶν ἄλλων παντὶ καταφανής· οὕτω μέντοι καὶ ταῦτα ἔχει πρὸς ἄλληλα, ὥστε τὸ πόριμον ἐπὶ πλέον εἶναι δοκεῖν τοῦ ῥητοῦ.

ἔξεστι δὲ τῶν προειρημένων τὴν διαφορὰν ἐπισκοπεῖν καὶ τῆδε. ῥητὸν μὲν γὰρ καὶ ἄλογον κατὰ τὴν

246.25

ἐπὶ τὸ μέτρον ἀναφορὰν λέγεται, οὐ πρὸς τὴν ἡμετέραν γνῶσιν ἀναπεμπόμενον. δύναται γάρ τι ῥητὸν ὄν μὴ εἶναι ἡμῖν γνῶριμον, ὅπως ῥητὸν ἐστίν, μηδὲ κατελιφθαίπω, ὅτι ῥητὸν ἐστίν. τὸ δὲ τεταγμένον καὶ

248.1

ἄτακτον τῶν καθ' αὐτὸ καὶ καθ' ἰδίαν φύσιν θεωρουμένων ἐστίν, κὰν ὑφ' ἡμῶν μήπω καταλαμβάνηται. πολλὰ γοῦν τεταγμένα φύσει ὕστερον Ἀρχιμήδης ἔδειξε τοῖς πρὶν οὐ θεωρηθέντα, ὅτι τέτακται. γνῶριμον δὲ

248.5

καὶ ἄγνωστον κατὰ τὴν πρὸς ἡμᾶς ἀναφορὰν λέγεται. ὥστε διαφέροι ἂν τὰ εἰρημένα ἀλλήλων, εἴπερ τὸ μὲν πρὸς ἡμᾶς ἔχει τὴν ἀναφορὰν, τὸ δὲ πρὸς τὴν φύσιν, τὸ δὲ πρὸς τὸ μέτρον.

διωρισμένης δὲ καὶ τῆς κοινωνίας καὶ διαφορᾶς

248.10

τῶν προτεθέντων ἐπόμενον ἂν εἴη λοιπόν, τί ποτέ ἐστὶ τὸ δεδομένον ἐπισκέψασθαι. ὅσοι τοίνυν τὸ καθ' ὑπὸθεσιν διδόμενον ὑπὸ τοῦ προβάλλοντος οἴονται εἶναι τὸ δεδομένον, διαμαρτάνουσι τοῦ ζητουμένου. τὰ γὰρ στοιχεῖα πάντα τῶν δεδομένων συντέτακται οὐ περὶ

248.15

τοῦ καθ' ὑπόθεσιν τοιούτου, ὡς ἔξεστιν ἰδεῖν ἐπιούσι
ταῖς περὶ τούτου πραγματεῖαις. διὸ δεῖ καὶ ἡμᾶς
ἀφέντας τὴν τοιαύτην ὑπόληψιν τοὺς παρὰ τῶν ἄλλων
ὀριζομένων λόγους ἐξετάσαι· ἔσται δὲ τὸ καθ' ὑπό-
θεσιν διδόμενον τὸ ἀκολούθως ταῖς ἀρχαῖς θεωρού-

248.20

μενον. ὀρίζονται δὴ οἱ μὲν ὀνομαστικοῖς ὄροις χρώ-
μενοι ἐνὶ τινι τῶν εἰρημένων αὐτὸ χαρακτηρίζοντες,
ὡς ἐν ἀρχῇ εἴρηται. πάντες δὲ σχεδὸν ὡσπερ κοινήν
ἔννοιαν περὶ τοῦ δεδομένου δοκοῦσιν ἐσχηκέναι· κατα-
ληπτὸν γὰρ τι αὐτὸ εἶναι ὑπέλαβον, ὡς αὐτὸ ἐμφαίνει

248.25

τὸ τοῦ δεδομένου ὄνομα, καὶ μάλιστα οἱ τὸ καθ' ὑπό-
θεσιν δεδομένον ὑπογράφοντες. ἔνιοι δὲ πρὸς τὸ
συγχωρούμενον ἀπέβλεψαν. χρώμενοι δὴ καὶ ἡμεῖς τῷ
εἰρημένῳ ὡσπερ κανόνι καὶ κριτηρίῳ δυνησόμεθα

250.1

εὐρίσκειν τὸν τέλειον τοῦ δεδομένου ὀρισμόν. δῆλον
δὲ, ὅτι καὶ ἐξισάζειν ἤτοι ἀντιστρέφειν αὐτὸν δεήσει
πρὸς τὸ ὀριστόν· καὶ γὰρ τοῦτο ὑπάρχειν δεῖ τοῖς
ὀρθῶς ἀποδιδομένοις ὀρισμοῖς. ἔστι δὲ τοῦ προκειμέ-

250.5

νου τοιοῦτος ἐν μὲν τοῖς ἀπλούστερον εἰρημένοις
ὀρισμοῖς ὁ τὸ πόριμον ὀρισάμενος, ἐν δὲ τοῖς συμ-
πεπλεγμένοις ὁ τὸ γνῶριμον ἅμα καὶ πόριμον· ἀτελεῖς
δὲ οἱ λοιποὶ πάντες. οὔτε γὰρ ὁ τὸ τεταγμένον ὀρι-
ζόμενος αὐτάρκης πρὸς τὴν τοῦ δεδομένου περιοχὴν

250.10

διὰ τὸ μήτε πᾶν μήτε μόνον τὸ τεταγμένον εἶναι καταληπτόν, ἀλλὰ καὶ τῶν ἀτάκτων τινά, ὡς ἐπιδέδεικται· οὔτε ἐκεῖνος ἰκανὸς ὁ γνῶριμον αὐτὸ ἀφοριζόμενος· οὐδὲ γὰρ τοῦτο πᾶν ἐστὶ καταληπτόν, εἰ καὶ μόνον· τὸ γὰρ ἄγνωστον οὐκ ἂν εἶη καταληπτόν. οὐδὲ μὴν

250.15

ὁ ῥητὸν αὐτὸ ἀποφαινόμενος ὄρος τέλειος ἐστὶ· οὐδὲ γὰρ τοῦτο μόνον καταληπτόν, ἐπεὶ καὶ τῶν ἀλόγων τινά· ἴσως δὲ οὐδὲ πᾶν τὸ ῥητὸν καταληπτόν, ὡς καὶ τοῦτο διώρισται πρότερον. λείπεται δὴ ἐν τοῖς ὄνομαστικῶς ἀποδεδομένοις τὸ πόριμον, ὅπερ δοκεῖ μάλιστα

250.20

τὴν κατάληψιν ἐμφαίνειν· καὶ γὰρ πᾶν τὸ πόριμον καταληπτόν καὶ μόνον. τῷ δὲ τοιοῦτῳ καὶ ὁ Εὐκλείδης ἐχρήσατο ὄρω τὰ εἶδη τοῦ δεδομένου πάντα ὑπογράφων. τῶν δὲ συνθέτων ὀρισμῶν μόνος τέλειός ἐστὶν ὁ γνῶριμον ἅμα καὶ πόριμον τὸ δεδομένον ἀφοριζόμενος,

250.25

γένει μὲν ἀνάλογον ἔχων τὸ γνῶριμον, διαφορᾷ δὲ τὸ πόριμον. ὁ δὲ τεταγμένον ἅμα καὶ πόριμον λέγων ἀτελής· οὐ μόνον γὰρ τὰ τοιαῦτά ἐστι δεδομένα. καὶ ὁ τεταγμένον καὶ ῥητὸν ὁμοίως ἔλλειπῶς περιέχει τὸ

252.1

δεδομένον. ὁ δὲ τὸ γνῶριμον ἅμα καὶ τεταγμένον διὰ τὸ ὑπερβάλλειν τὸ προκείμενον οὐχ ὑγιῆς ἔσται· οὐδὲ γὰρ πᾶν τὸ τοιοῦτο δεδομένον ἐστίν. μόνοι δὲ λοιπὸν δοκοῦσι καθικνεῖσθαι τῆς ἐννοίας τοῦ δεδομένου οἱ

252.5

γνώριμον ἄμα καὶ πόριμον αὐτὸ εἶναι ἀποφηνάμενοι· τὸ γὰρ τοιοῦτο πᾶν καταληπτὸν καὶ μόνον· ταῦτα δὲ ἀμφοτέρα δεῖ ὑπάρχειν τοῖς ἐπιστημονικῶς ἀποδοδομένοις ὀρισμοῖς. ἐγγὺς δὲ τούτων εἰσὶν οἱ συντιθέντες καὶ οὕτως· δεδομένον ἐστίν, ὃ πορίσασθαι δυνάμεθα

252.10

διὰ τῶν κειμένων ἡμῖν ἐν ταῖς πρώταις ὑποθέσεσιν τε καὶ ἀρχαῖς. τῶν δὲ προειρημένων εἴη ἂν καὶ ὁ Εὐκλείδης πανταχοῦ τῷ πορίσασθαι χρώμενος, εἰ καὶ παραλιμπάνει τὸ γνώριμον ὡς παρεπόμενον τῷ πορίμῳ· αἰτιάσαιτο δ' ἂν τις αὐτὸν εὐλόγως ὡς οὐ πρότερον

252.15

κοινῶς τὸ δεδομένον ὀρισάμενον, ἀλλ' ἀμέσως τῶν εἰδῶν αὐτοῦ ἕκαστον, καίτοι ἐν τῇ γεωμετρικῇ στοιχειώσει φαίνεται πρὸ τῶν εἰδῶν τῆς γραμμῆς τὴν ἀπλῶς γραμμὴν ὀρισάμενος καὶ τὰ ἄλλα ὁμοίως. διακριθέντος τοίνυν κοινότερον καὶ ὡς πρὸς τὴν

252.20

παροῦσαν χρεῖαν τοῦ δεδομένου ἐφεξῆς ἂν εἴη τὸ χρῆσιμον τῆς περὶ αὐτοῦ πραγματείας ἀποδοῦναι. ἔστι δὴ καὶ τοῦτο τῶν πρὸς ἄλλο ἐχόντων τὴν ἀναφορὰν· πρὸς γὰρ τὸν ἀναλυόμενον λεγόμενον τόπον ἀναγκαῖοτάτη ἐστὶν ἡ τούτου γνῶσις. ὄσσην δὲ ἔχει δύναμιν

252.25

ἐν ταῖς μαθηματικαῖς ἐπιστήμαις καὶ ταῖς συγγενῶς ἐχούσαις ὀπτικῆς τε καὶ κανονικῆς ὁ ἀναλυόμενος τόπος, ἐν ἄλλοις διώρισταί, καὶ ὅτι ἀποδείξεώς ἐστιν

254.1

εὔρεσις ἢ ἀνάλυσις καὶ ὅπως πρὸς εὔρεσιν τῆς τῶν ὁμοίων ἀποδείξεως ἡμῖν συμβάλλεται καὶ ὅτι μείζον ἐστὶ τὸ δύναμιν ἀναλυτικὴν κτήσασθαι τοῦ πολλὰς ἀποδείξεις τῶν ἐπὶ μέρους ἔχειν.

254.5

εἰς πάσας τοίνυν τὰς τοιαύτας ἐπιστήμας χρησὶμη οὕσα ἢ περὶ τοῦ δεδομένου θεωρία, ἐπεὶπερ καὶ εἰς ἀνάλυσιν μέγα συμβάλλεται, εἰκότως ἂν ῥηθεῖη ἀνάγεσθαι οὐχ ὑπὸ μίαν τινὰ ἐπιστήμην, ἀλλ' εἰς τὴν καθόλου λεγομένην μαθηματικὴν. αὕτη δὲ ἐστὶν ἡ

254.10

περὶ τε πλήθη καὶ μεγέθη καὶ χρόνους καὶ τάχη ἔχουσα καὶ τὰ τοιαῦτα πάντα, καθάπερ δὴ καὶ ἡ περὶ λόγους καὶ ἀναλογίας καὶ τὰς πανταχοῦ μεσότητος πραγματευομένη. πρὸς ταύτην τοίνυν τὴν τῶν δεδομένων ἐπιστημονικὴν κατάληψιν χρησιμωτάτην οὕσαν τὸ τῶν

254.15

δεδομένων βιβλίον ὁ Εὐκλείδης ἐξεπόνησεν, ὃν καὶ στοιχειωτὴν κυρίως ἐπωνόμασαν. πάσης γὰρ σχεδὸν μαθηματικῆς ἐπιστήμης στοιχεῖα καὶ οἷον εἰσαγωγὰς προέταξεν, ὡς γεωμετρίας μὲν ὅλης ἐν τοῖς ἰγ' βιβλίοις καὶ τῆς ἀστρονομίας ἐν τοῖς Φαινομένοις, καὶ μουσικῆς

254.20

δὲ καὶ ὀπτικῆς ὁμοίως στοιχεῖα παραδέδωκεν· καὶ δὴ καὶ τῆς περὶ τοῦ δεδομένου πάσης πραγματείας ἐν τῷ προκειμένῳ βιβλίῳ στοιχείωσιν ἀναλυτικὴν ἐποίησατο. γεωμετρικὸς δὲ ὢν ὁ ἀνὴρ διαφερόντως τοὺς κοινούς περὶ τοῦ δεδομένου λόγους τοῖς μεγέθεσιν ἰδίως

254.25

ἐφήρμοσεν, ὃν τρόπον ἐποίησε καὶ ἐπὶ τῶν καθόλου λόγων ὡς ἐπὶ μεγεθῶν ἰδίως αὐτοὺς πραγματευσάμενος ἐν τῷ πέμπτῳ βιβλίῳ τῆς ἐπιπέδου. κοινῶς μὲν οὖν εἴρηται, τί τὸ δεδομένον καὶ ὑπὸ

256.1

ποῖαν ἐπιστήμην ἀνάγεται καὶ ὅτι χρησιμωτάτη ἐστὶν ἢ περὶ αὐτοῦ θεωρία. προσκείσθω δὲ τοῖς εἰρημένοις καὶ ἡ περιγραφή τῆς περὶ αὐτοῦ ἐπιστήμης. ἔσται δὲ αὕτη, ὡς ἐκ τῶν εἰρημένων φανερόν, κατάληψις τῶν

256.5

δεδομένων κατὰ πάντα τρόπον καὶ τῶν περὶ αὐτὰ συμβαινόντων. ἰδίως δὲ καὶ ὡς πρὸς τὸ προκείμενον βιβλίον λεγέσθω εἶναι μέθοδος στοιχείωσιν περιέχουσα τῆς ὅλης περὶ τῶν δεδομένων ἐπιστήμης· ἔξει δὲ καὶ αὕτη τὸ χρήσιμον ἀκολουθῶς καὶ τὰ ἄλλα κατὰ τὴν

256.10

ἀναφορὰν τὴν πρὸς τὸ δεδομένον. διήρηται δὲ τὸ βιβλίον πρὸς τὰ τοῦ δεδομένου εἶδη, καὶ τὸ μὲν πρῶτον αὐτοῦ τμήμα περιέχει τὰ κατὰ λόγον δεδομένα, τὸ δὲ δεύτερον τὰ τῇ θέσει· ἐπὶ δὲ τούτοις τὰ τῷ εἶδει· ἀπλοῦν γὰρ ἦν τὸ περὶ τῶν μεγέθει δεδομένων,

256.15

κατέσπαρται δὲ καὶ ταῦτα μερικῶς ἐν τοῖς ἄλλοις καὶ μάλιστα ἐν τοῖς κατὰ τὸ εἶδος δεδομένοις. ἤρξατο δὲ ἀπὸ τῶν λόγῳ καὶ θέσει δεδομένων, ἐπεὶ καὶ ἐκ τούτων συνίσταται τὰ τῷ εἶδει δεδομένα. καὶ ἄλλως δὲ ἡ διαίρεσις αὐτῷ τοῦ βιβλίου γενένηται, εἷς τε τὰ καθ’

256.20

ὅλου μεγέθη καὶ εἰς γραμμὰς καὶ ἐπίπεδα καὶ κυκλικὰ
θεωρήματα. τῇ δὲ ὁμοίᾳ τάξει ἐχρήσατο καὶ ἐπὶ τῶν
ὄρων ἦτοι ὑποθέσεων τοῦ βιβλίου. τρόπον δὲ τῆς
διδασκαλίας οὐ τῷ κατὰ σύνθεσιν ἐνταῦθα ἠκολού-
θησεν, ἀλλὰ τῷ κατὰ ἀνάλυσιν, ὡς ὁ Πάππος ἰκανῶς

256.25

ἀπέδειξεν ἐν τοῖς εἰς τὸ βιβλίον ὑπομνήμασιν.

Referências:

Euclides. *Data* (grego–latim, com o comentário de Marino). Trad. Claude Hardy. Paris: M. Mondiere, 1625.

--- *Data* (grego–latim, com o comentário de Marino). Trad. H. Menge e I. L. Heiberg. Leipzig: Ed. Teubener, 1896 [*Opera Omnia*, v. VI].

--- *Os elementos*. Trad. Irineu Bicudo. São Paulo: Ed. Unesp, 2009.

Eves, Howard. *Introdução à história da matemática*. Trad. Higyno H. Domingues. São Paulo: Ed. Unicamp, 2004.

Heath, Thomas L. *A History of Greeks Mathematics*. Nova York. Dover, 1981.

Michaux, Maurice (tradução e estudo crítico). *Le commentaire de Marinus aux Data d'Euclide*. Louvain: Bibliothèque de L'Université, 1947.