Pythagoras, Bolyai und Cantor

Drei mathematische Sonette

Manfred Stern

Bei Sonetten denkt man sofort an Francesco Petrarca (1304–1374) und William Shakespeare (1564–1616). An sie schließt sich eine schier unüberschaubare Folge von Sonettisten und Sonettübersetzern an. Wenn auch die große Zeit der Sonette, die vor etwa 800 Jahren begann, vergangen scheint, so gab und gibt es doch regelmäßig Wiederbelebungsversuche. In diesem Beitrag konzentrieren wir uns – nach einer Einführung in die Sonetttypen – auf drei mathematische Sonette über Pythagoras, über János (Johann) Bolyai und über Georg Cantor.

Der deutsche Literaturhistoriker und Übersetzer August Wilhelm Schlegel (1767–1845) bezeichnete Strophengliederung, Reimschema und Metrik als die wesentlichen drei Strukturmerkmale des Sonetts und definierte Anfang des 19. Jahrhunderts:

Das Sonett besteht in vierzehn Zeilen, welche durch Abschnitte des Sinnes in vier Glieder, zwei von vier Zeilen, die vorangehen, und zwei von drei, die nachfolgen, getrennt werden ... Die Anordnung der Reime ist nun diese, dass in den Quartetts zwei Reime viermal wiederkehren, entweder alternierend ... oder so, dass sie einander einfassen. In den Terzetten ist die Reimstellung freier; es können darin entweder zwei Reime dreimal wiederkehren oder drei zweimal.

Betrachtet man die Fülle der Sonettdichtungen im europäisch-amerikanischen Raum, so lassen sich laut Mönch (Mönch, 1955, S. 16–21) drei verschiedenartige Typen des Vierzehneilers erkennen:

(1) Italienischer Typ

a. Alternierender Oktavreim + 2 Sextett-Anordnungen:

ABAB ABAB CDC DCD

ABAB ABAB CDE CDE

b. Umschlingender Oktavreim + 2 Sextett-Anordnungen:

ABBA ABBA CDC DCD

ABBA ABBA CDE CDE

Bei Petrarca und seinen Nachfolgern bestanden Sonette stets aus vierzehn elfsilbigen Versen, die in eine Oktave (auch Oktett genannt) und ein Sextett aufgeteilt waren.

(2) Französischer Typ

Umschlingender Oktavreim + 2 Sextett-Anordnungen:

ABBA ABBA CCD EED

ABBA ABBA CCD EDE

(3) Englischer Typ

Drei alternierend reimende Quartette + 1 Reimpaar:
ABAB CDCD EFEF GG

Alle späteren Formen entstehen durch Reimvarianten der Sextette und der Quartette und lassen sich durch entsprechende Vertauschungen bilden. So hat etwa der vierreimige Oktavenbau folgende Varianten: ABAB CDCD, ABBA CDCD, ABAB CDDC und ABBA CDDC.

Der italienische Typ ABBA ABBA für die beiden Vierzeiler [s. o. 1b] mit zwei oder drei weiteren Reimen in den folgenden Dreizeilern verlangt der englischen Sprache nahezu Unmögliches ab. Immerhin war auch die von Henry Howard, Earl of Surrey (1517(?)–1547), erfundene und von William Shakespeare gewählte Variante ABAB CDCD EFEF GG noch schwierig genug und erforderte durch die Gliederung in drei Quartette und ein epigrammatisches *Couplet* (Schlusszweizeiler) eine strenge Disziplin in der Gedankenführung, vgl. (Shakespeare, 1964, S. XIV). Ein Vorbild für das englische Schema war weder im italienisch-spanisch-portugiesischen noch im französisch-niederländischen Sonettismus gegeben.

Interessant sind einige „Kreuzungen“ des englischen und des italienischen Typs in der jüngeren europäisch-amerikanischen Sonettdichtung, zum Beispiel ABBA CDDC EFEF GG. Noch häufiger sind jedoch hybride Formen, gemischt aus umschlingenden und alternierenden Quartettreimen, wie zum Beispiel ABBA CDCD EFEF GG.

Da sich nun alle Oktav-Schemata nebst den aufgezählten Varianten der italienischen und französischen Sextettanordnungen zu einem Sonettganzen verbinden können, ergibt sich eine Fülle von Realisierungen hybrider Natur. Jedenfalls haben sich die Sonettisten im Laufe der Zeit nicht mehr an die Schlegelsche Definition gehalten.

Von ähnlicher Mannigfaltigkeit wie die Reimanordnungen sind auch die metrischen und rhythmischen Verhältnisse des Sonetts. Das überwiegende Schema ist der fünf Fußige Jambus. Da er in der englisch-amerikanischen, niederländisch-deutschen und skandinavischen Dichtung das übliche Sonettmetrum ist und als Zehn- bzw. Elfsilbner vorherrscht, hat er weltweit das absolute Übergewicht. Aber es sind auch viele andere Versmaße im Sonett probiert worden: vom Einsilbner bis zum Siebzehnsilbner, wobei außer dem Zehn- und Zwölfsilbner der Siebensilbner der häufigste ist.

Doch nun zu unseren mathematischen Sonetten.

Vom Pythagoreischen Lehrsatz

Adelbert von Chamisso (1781–1838) hat 1835 das Sonett „Vom Pythagoreischen Lehrsatz“ geschrieben:

Die Wahrheit, sie besteht in Ewigkeit, (A)
Wenn erst die blöde Welt ihr Licht erkannt; (B)
Der Lehrsatz, nach Pythagoras benannt, (B)
Gilt heute, wie er galt zu seiner Zeit. (A)

Ein Opfer hat Pythagoras geweiht (A)
Den Göttern, die den Lichtstrahl ihm gesandt; (B)
Es taten kund, geschlachtet und verbrannt, (B)
Einhundert Ochsen seine Dankbarkeit. (A)

Die Ochsen seit dem Tage, wenn sie wittern, (C)
Daß eine neue Wahrheit sich enthülle, (D)
Erheben ein unmenschliches Gebrülle; (D)

Pythagoras erfüllt sie mit Entsetzen; (E)
Und machtlos, sich dem Licht zu widersetzen, (E)
Verschließen sie die Augen und erzittern. (C)

Das Reimschema ABBA ABBA CDD EEC kommt dem klassischen Reimschema von Petrarca ziemlich nahe: ABBA ABBA CDC DCD.

Das Sonett wurde von dem deutschen Biophysiker und Nobelpreisträger Max Delbrück (1906–1981) unter dem Titel „The Truth“ ins Englische übertragen. Man findet die englische Fassung in (*The Mathematical Intelligencer* 10 (1988), S. 53) und in (Artmann, 2001, S. 45).

The Truth: her hallmark is Eternity
As soon as stupid world has seen her light
Pythagoras' theorem today is just as right
As when it first was shown to the fraternity.

The Gods who sent to him this ray of light
to them Pythagoras a token sacrificed:
One hundred oxen, roasted, cut, and sliced
Expressed his thanks to them, to their delight.

The oxen, since that day, when they surmise
That a new truth may be unveiling
Forthwith burst forth in fiendish railing.

Pythagoras forever gives them jitters -
Quite powerless to stem the thrust of such emitters
Of light, they tremble and they close their eyes.

Bolyai

Das wohl berühmteste mathematische Sonett der Literaturgeschichte ist das 1911 verfasste Sonett „Bolyai“ des ungarischen Dichters Mihály Babits (1883–1941):

Bolyai-Porträt, das der Maler Ferenc Márkos auf der Grundlage zeitgenössischer Beschreibungen geschaffen hat.

Isten elménket bezárta a térbe. (A)
Szegény elménk e térben rab maradt: (B)
a kapzsi villámölyv, a gondolat, (B)
gyémántkorlátját még csak el sem érte. (A)

Én, boldogolván azt a madarat (C)
ki kalitjából legalább kilátott, (D)
a semmiből alkottam új világot, (D)
mint pókhálóból sző kötél a rab. (C)

Új törvényekkel, túl a szűk egen, (E)
új végtelent nyitottam eszemnek; (F)
király gyanánt, túl minden képzetén (E)

kirabolván kincset a képtelennek (F)
nevetlek, mint Istennel osztozó, (G)
vén Euklides, rab törvényhozó. (G)

Das Gedicht handelt von dem ungarischen Mathematiker János (Johann) Bolyai (1802–1860), einem der Entdecker der ersten nichteuklidischen Geometrie. Unabhängig von Bolyai kamen der Russe Nikolai Iwanowitsch Lobatschewski (1792–1856) und Carl Friedrich Gauß (1777–1855) zu den gleichen Erkenntnissen. János Bolyai war bereits als 20-jähriger auf der richtigen Spur, wie der Brief bezeugt, den er am 3. November 1823 an seinen Vater Farkas (Wolfgang) Bolyai geschrieben hat. Dieser Brief gipfelt in dem berühmten aphorismatischen Satz: *Aus nichts habe ich eine neue, andere Welt geschaffen*. Varianten dieses Satzes finden sich im ursprünglichen Babits-Sonett ebenso wieder wie in den verschiedenen Übertragungen des Sonetts.

Das Reimschema von Babits gehört zu den oben genannten „Kreuzungen“ des englischen und des italienischen Typs. Die folgende Übertragung des ungarischen Sonetts stammt vom Autor dieses Artikels und wurde erstmalig in (Weszely, 2013) veröffentlicht:

Gott in den Raum schloss ein uns'ren Geist, (A)
 Der in dem Raum blieb sklavisch gefangen: (B)
 Der kühne Gedankenflug blieb darin hängen, (B)
 Raumes Grenze in die Schranken ihn weist. (A)

Welch Glück war doch jenem Vogel bestellt, (C)
 der aus dem Käfig erblickte weit draußen das Licht. (D)
 Aus der Spinne Netz der Gefangene ein Seil sich flicht: (D)
 aus nichts erschuf ich eine neue, andere Welt. (C)

Mit neuen Gesetzen, jenseits der himmlischen Enge, (E)
 ein neues Unendlich ich fand für meinen Verstand: (F)
 majestätisch und jenseits der gedanklichen Zwänge (E)

raubt' dem Absurden ich seinen Schatz aus der Hand, (F)
 und lache mit Gott über dich, alter Euklid, immer noch, (G)
 der die Sklaven du zwangest unter deiner Gesetze Joch. (G)

Das ungarische Sonett ist in mehr als zwanzig Sprachen übertragen worden, vgl. (Toró, 2003; Stern, 2014). Auf der Homepage von János Bolyai stehen die englische Fassung von Paul Sohar und die spanische Fassung von Antonio Bernat Vistarini. In (Pekonen, Arkhimesdes 3/2015) findet man darüber hinaus auch die finnische Version von Anna-Maija Raittila. Wir geben hier Paul Sohars englische Fassung wieder:

God had imprisoned our minds in space.
 Those puny things have remained prisoners.
 Thought, the hungry bird of prey fought the curse,
 but never breached its diamond bars embrace.

I'm though a happy bird who manages to cope
 by peeking outside through a window of my cage,
 from nothing a new universe I learned to stage,
 like from spiderwebs prisoners weave a rope.

With new natural laws, past the narrow sky.
 I opened up a new infinity past the thinkable;
 no king in history has conquered more than I

by stealing the secret treasures of the impossible.
 Listen Euclid, your laws command you not to plod
 beyond your prison; I just laugh at you with God.

Georg Cantor: Ich bin das $\aleph$ und das ω

Ich bin das Alpha und das Omega, spricht der Herr, Gott, der ist und der war und der kommt, der Allmächtige. (Offenbarung 1:8)

Der deutsche Mathematiker Georg Cantor (1845–1918) führte für die von ihm geschaffenen unendlich großen Kardinalzahlen den hebräischen Buchstaben $\aleph$ (Aleph) ein und verwendete den griechischen Buchstaben ω (omega)

Georg Cantor um 1900 im Kreise seiner Familie (Foto unbekannter Herkunft)

für die kleinste unendliche Ordinalzahl. Angeregt durch den Bibelspruch und die Cantorsche Bezeichnungen hat der Verfasser dieses Artikels das Sonett „Georg Cantor: Ich bin das $\aleph$ und das ω “ verfasst:

Georg Cantor gab uns die Zeichen. (A)
 Der Stadt Halle gereicht es zur Ehre, (B)
 Cantor fand hier die Mengenlehre: (B)
 Mengen kann man exakt vergleichen. (A)

Die Mengenlehre, sie ist wirklich prächtig. (C)
 Seit Cantor wissen wir nämlich genau: (D)
 Des Unendlichen Nacht ist nicht nur grau, (D)
 Mengen sind dort oft verschieden mächtig. (C)

Unendlich ist nicht gleich unendlich, o nein! (E)
 Seit Cantor verschiedene Stufen man kennt, (F)
 Auch wenn man denkt: „Das kann nicht sein!“ (E)

Ordinal-, Kardinalzahlen ohne End. (F)
 Cantors Offenbarung, die lautete da: (G)
 „Ich bin das Aleph und das omega!“ (G)

Weitere mathematische Sonette findet man zum Beispiel in (Schreiber, 2008) und bei Osmo Pekonen, der dem finnischen Mathematiker Olli Lehto (geb. 1925) zu dessen 90. Geburtstag ein finnisches Sonett gewidmet hat, das in Arkhimesdes (2/15, S.7) veröffentlicht wurde, einer in Finnland erscheinenden mathematischen Zeitschrift. In der darauf folgenden Nummer (Arkhimesdes 3/15, S. 21–26) hat Osmo Pekonen eine Studie über mathematische Sonette veröffentlicht. Mathematische Gedichte im Allgemeinen findet man zum Beispiel in (Radbruch, 1997), (Glaz, 2011), (Schreiber, 2008) und (Stern, 2015).

Danksagungen

Dank geht an Prof. Attila Nagy (Budapest) für die Einladung zum *Scientific Day*, der zu Ehren des 80. Geburtstags von Professor E. Tamás Schmidt am 24. Februar 2016 in Budapest stattfand. Die Veranstaltung wurde vom Fachbereich Algebra der Technischen Universität Budapest in Zusammenarbeit mit dem Mathematischen Forschungsinstitut *Alfréd Rényi* der Ungarischen Akademie

der Wissenschaften ausgerichtet. Der Verfasser hat diesen Artikel dem Jubilar in Dankbarkeit gewidmet und überreicht. Dank geht an Prof. Tibor Weszely (Marosvásárhely) für die Genehmigung zur Wiedergabe des vom Maler Ferenc Márkos geschaffenen Bolyai-Porträts, sowie an Dipl.-Ing. Martin Bischoff (Ellrich), Prof. Robert Burckel (Manhattan, Kansas), Prof. Rüdiger Achilles (Bologna) und Prof. Richard Wiegandt (Budapest) für ihre Bemerkungen. Leider ist der Jubilar Prof. E. Tamás Schmidt am 14. März 2016 verstorben.

Literatur

- Benno Artmann: Euclid - The Creation of Mathematics. Springer-Verlag, New York Berlin Heidelberg 2001 (corrected second printing).
- Mihály Babits: Húsvét előtt. Válogatott versek [Vor Ostern. Ausgewählte Gedichte] (Ungarisch.) Szépirodalmi Könyvkiadó [Verlag für Belletristik], Budapest 1973.
- Bolyai János honlapja (Homepage von János Bolyai) <http://bolyai.mtak.hu>
- Karl Theodor Busch: Sonette der Völker. Siebenhundert Sonette aus sieben Jahrhunderten. Drei Brücken Verlag, Heidelberg 1954.
- Max Delbrück: „The Truth“. Übertragung des Sonetts „Vom Pythagoreischen Lehrsatz“ von Adelbert von Chamisso. Die von Olga Taussky herausgegebene Übersetzung ist erschienen in The Mathematical Intelligencer 10 (1988), S. 53.
- Christiane Freudenstein (Herausgeberin): Die schönsten Sonette von Petrarca bis Robert Gernhardt. Fischer Taschenbuch Verlag, Frankfurt am Main 2009.
- Robert Gernhardt: Gesammelte Gedichte 1954–2006. S. Fischer Verlag, Frankfurt am Main 2014 (4. Auflage).
- Sarah Glaz: Poetry inspired by mathematics: a brief journey through history. Journal of Mathematics and the Arts 5:4 (2011), 171–183.
- Ralf Meyer & Werner Makowski: Sonette bei den Brombeeren. Mitteldeutscher Verlag GmbH, Halle (Saale) 2015 (Taschenbuchausgabe).
- Walter Mönch: Das Sonett. Gestalt und Geschichte. F. H. Kerle Verlag, Heidelberg 1955.
- Osmo Pekonen: Matemaattisia sonetteja [Mathematische Sonette] (Finnisch), Arkhimedes 3/2015, 21–26.
- Francesco Petrarca: Sonette und Kanzonen. Italienisch und Deutsch. Insel-Verlag, Leipzig 1974.
- Knut Radbruch: Mathematische Spuren in der Literatur. Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt 1997.
- Alfred Schreiber (Hg.): Lob des Fünfecks. Verlag Book on Demand GmbH, Norderstedt 2008.
- William Shakespeare: Sonette. Englisch und Deutsch. Verlag Philipp Reclam jun. Leipzig 1964.
- Scientific Day dedicated to E. Tamás Schmidt on the occasion of his 80th birthday. The meeting was organized by the Department of Algebra of the Budapest University of Technology and Economics together with the Alfréd Rényi Institute of Mathematics of the Hungarian Academy of Sciences and held on 24 February 2016.
- Manfred Stern: Aus nichts habe ich eine neue, andere Welt geschaffen. Ein geflügeltes Wort des ungarischen Mathematikers János Bolyai. Hungarológiai Évkönyv (Jahrbuch für Hungarologie) 15 (2014), 97–119.
- Manfred Stern: Gott sprach: Es werde Newton ... Mathematisch-physikalische Lehr- und Leergedichte. Verlag Dr. Kovač, Hamburg 2015.
- Tibor Toró: Bolyai János temesvári „új, más világa“ (1823. november 3.) emlékére. (Ungarisch.) [Zur Erinnerung an János Bolyais Temeschwarer „neue, andere Welt“ (3. November 1823).] Magszter Kiadó, Apáczai Csere János Pedagógusok Háza, Csíkszereda, 2003.

Mathematik & Science Fiction
Visionen für das Jahr $2^{11} = 2048$
Öffentliche Abendveranstaltung
11. Juli 2016
Berlin

Mathematik regiert unsere Welt.

Was kann Mathematik bereits heute und was ist (noch) Science Fiction? Wie sehen Visionen für das Jahr $2^{11} = 2048$ aus?

Spannende Vorträge rund um diese Fragen erwarten Sie beim Hector Fellow Academy Symposium im Rahmen des Jahresthemas „Leibniz: Vision als Aufgabe“ der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften (BBAW).

www.hector-fellow-academy.de/symposium2016

- Adelbert von Chamisso: Vom Pythagoreischen Lehrsatz. In: Chamissos Werke in drei Teilen. Gedichte II, S. 140. Deutsches Verlagshaus Bong & Co. Berlin, Leipzig, Wien, Stuttgart (ohne Jahresangabe).
- Tibor Weszely: János Bolyai. Die ersten 200 Jahre. Birkhäuser, Basel 2013. [Ins Deutsche übersetzt von Manfred Stern.]

Manfred Stern, Kiefernweg 8, 06120 Halle
info@manfred-stern.de

Manfred Stern studierte Mathematik in Halle (Saale) und schloss 1970 mit dem Diplom ab. Von 1971–1975 war er Aspirant und Zusatzstudent in Ungarn. 1974 Promotion am Mathematischen Forschungsinstitut der Ungarischen Akademie der Wissenschaften (dem jetzigen Alfréd-Rényi-Institut), 1978 Habilitation an der Martin-Luther-Universität Halle. Im Studienjahr 1985/86 arbeitete er als Mathematikdozent an der Universität Asmara (Eritrea). Er ist Autor der Monografie „Semimodular Lattices“ (Encyclopedia of Mathematics and its Applications, Band 73), Cambridge University Press (Hardback 1999, Paperback 2009) und des Buches „Gott sprach: Es werde Newton ... Mathematisch-physikalische Lehr- und Leergedichte“, Verlag Dr. Kovač, Hamburg 2015. Bis 1995 war er an der Universität Halle. Seit 1996 ist er freiberuflicher Übersetzer und als solcher staatlich anerkannt und beeidigt. Bis jetzt hat er 22 Bücher aus dem Englischen, Finnischen, Französischen, Italienischen, Russischen und Ungarischen übersetzt, Einzelheiten auf www.manfred-stern.de