Vom Standpunkt der (hier in Wirklichkeit wandernden) Kohleanode aus betrachtet, haben wir einen ankommenden Teilchenstrom, bestehend aus im AgJ-Gitter fest gebundenen Ag-Ionen, und einen Teilchengegenstrom, bestehend aus den im elektrischen Feld (mehr oder weniger) frei beweglichen Ag-Ionen. Hier würde man freilich weniger von einem chemischen Austauschgleichgewicht als vielmehr von einem Fehlordnungsgleichgewicht im Kristall sprechen.

Eine exakte Vorausberechnung von Austauschgleichgewichten in kondensierten Systemen dürfte allerdings, gleichgültig, ob es sich um Solvations-, Dissoziations- oder Fehlordnungsgleichgewichte handelt, noch auf erhebliche Schwierigkeiten stoßen²³. Deshalb wird es vorderhand notwendig sein, die Frage, ob oder inwieweit ein beobachteter Trenneffekt ein *Gleichgewichtseffekt* (Konzentrationseffekt) oder ein *kinetischer Effekt* (Geschwindigkeitseffekt) oder beides ist, experimentell durch Variation der Versuchsbedingungen und -substanzen zu entscheiden. Bei derartigen Untersuchungen wird die Tatsache eine Rolle spielen, daß beim Vorliegen von Austauschgleichgewichten, wie gezeigt wurde, außer der Größe der Austauschkonstanten K die Elektrolytkonzentration (c , $\bar{a}$) sowie u. U. die Trägheit der Gleichgewichtseinstellung (Relaxationszeit τ , τ_R) die Größe des Trennfaktors bestimmen.

²³ Vgl. H. C. Urey, J. chem. Soc. [London] 1947, 562.

keiten stoßen²³. Deshalb wird es vorderhand notwendig sein, die Frage, ob oder inwieweit ein beobachteter Trenneffekt ein *Gleichgewichtseffekt* (Konzentrationseffekt) oder ein *kinetischer Effekt* (Geschwindigkeitseffekt) oder beides ist, experimentell durch Variation der Versuchsbedingungen und -substanzen zu entscheiden. Bei derartigen Untersuchungen wird die Tatsache eine Rolle spielen, daß beim Vorliegen von Austauschgleichgewichten, wie gezeigt wurde, außer der Größe der Austauschkonstanten K die Elektrolytkonzentration (c , $\bar{a}$) sowie u. U. die Trägheit der Gleichgewichtseinstellung (Relaxationszeit τ , τ_R) die Größe des Trennfaktors bestimmen.

Inhomogene Störstellenverteilungen in Trockengleichrichtern

Von EBERHARD SPENKE

Siemens-Schuckertwerke A.G., Dienststelle Pretzfeld bei Erlangen

(Z. Naturforschg. 4a, 37–51 [1949]; eingegangen am 5. Juni 1948)

Das Ziel der Arbeit besteht darin, festzustellen, ob beobachtbare Erscheinungen hervorgerufen werden, wenn die Störstellendichte in einem Trockengleichrichter nicht homogen ist, sondern eine Veränderlichkeit mit der Entfernung von der Deckelektrode zeigt.

Zunächst wird in § 1 eine streng gültige Form der Kennliniengleichung abgeleitet, die zu ihrer Auswertung die Kenntnis des Potentialverlaufes quer durch die Randschicht voraussetzt. Ihre Anwendung bietet deshalb manehmal gewisse Vorteile gegenüber der zunächst vorliegenden Form, die die Kenntnis des Verlaufs der Defektelektronen-Konzentration erfordert. Eine aus der streng gültigen Beziehung abgeleitete Gleichungsform

$$i = z_R E_R \left(1 - e^{-\frac{U}{\mathfrak{B}}} \right) \quad (1, 08)$$

dürfte für alle praktisch in Frage kommenden Belastungsfälle genügend genaue Resultate ergeben. In § 2 werden Beziehungen zwischen dem Konzentrationsverlauf der Störstellen und der an der Randschicht liegenden Gesamtspannung bzw. der Randfeldstärke E_R abgeleitet, die zur Auswertung von (1,08) erforderlich sind. Neu dürfte aber die Berücksichtigung einer bei ortsveränderlicher Störstellendichte auch im quasineutralen Halbleiterinnern vorhandenen *Boltzmann-Feldstärke* sein. Mit diesen Mitteln wird in § 3 der Einfluß ortsveränderlicher Störstellendichte bei *Sperrbelastungen* untersucht. Hier gelingt es, für den differentiellen Widerstand dU/di einen ähnlich einfachen Zusammenhang mit der Störstellenkonzentration herzustellen, wie dies W. Schottky bereits für die differentielle Kapazität gelungen ist. Leider dürften aber die bei den technischen Gleichrichtern nicht zu vernachlässigenden Feldemissions- und Paßleitungseffekte die Widerstandsbeziehung im Gegensatz zur Kapazitätsbeziehung ungültig machen. Im § 4 werden einige sprunghafte Störstellenverteilungen bei *Flußbelastungen* untersucht. Es zeigt sich, daß im Flußgebiet nach der vorliegenden Theorie der differentielle Widerstand praktisch stets exponentiell mit der Flußspannung abnehmen muß, wobei die Abklingspannung gleich dem Temperaturäquivalent $\mathfrak{B} = kT/e$ ist.

Die ursprüngliche Randschichttheorie der Trockengleichrichter ging von einer Reihe von Hypothesen aus, die in der ersten breiteren Darstellung von W. Schottky¹ ausführlich auf-

gezählt worden sind. Daß einige dieser Voraussetzungen bei den technischen Gleichrichtern nur

¹ W. Schottky, Z. Physik 113, 367 [1939]; insbes. S. 393.

sehr schlecht oder gar nicht erfüllt sind, darüber bestand schon bei Aufstellung der Theorie kein Zweifel. Da weiter zwischen dem tatsächlichen Verhalten technischer Gleichrichter und den Aussagen der Theorie noch erhebliche Diskrepanzen zu beobachten sind — und zwar keineswegs nur etwa in quantitativer Hinsicht —, so kann es nicht verwundern, daß mehrere Versuche unternommen wurden, jeweils eine bestimmte dieser Voraussetzungen aufzugeben und die Folgen davon zum mindesten qualitativ zu diskutieren. Hier ist zunächst wieder Schottky² selbst zu nennen, der die Änderung der Randdichte der Defektelektronen durch Schottky-Emission und die lokale Wirkung der Störstellen prüfte. Weiter haben F. Rose und H. Schmidt³ die Hypothese von der Unbeweglichkeit der Störstellen aufgegeben und dadurch erhebliche Erfolge in der Deutung der Formierungs- und Alterungserscheinungen erzielt. Schon 1939 wies aber W. Schottky⁴ darauf hin, daß „man beim weiteren Ausbau der Theorie nicht um die Betrachtung von Problemen herumkommen wird, bei denen sich innerhalb einer Raumladungsschicht die Störstellendichte erheblich ändert“, und so soll in der vorliegenden Arbeit diskutiert werden, welche beobachtbaren Effekte zu erwarten sind, wenn die Störstellendichte nicht mehr ortsunabhängig ist. Dabei soll allerdings der Rahmen der „thermischen“ Theorie nicht verlassen werden, d. h. es wird nach wie vor angenommen, daß die Randdichte der Defektelektronen durch eine Austrittsarbeit Metall-Halbleiter bestimmt wird und daher bei allen Fluß- und Sperrbelastungen konstant denselben Wert beibehält.

Schottky ist es in seiner „Vereinfachten Theorie“ bereits gelungen, eine für beliebige Störstellenverteilungen gültige Beziehung für die Abhängigkeit der differentiellen Kapazität C von der Spannung U anzugeben. Dies wird im folgenden durch eine ebenfalls für beliebige Störstellenverteilungen geltende Beziehung für den Realteil des differentiellen Widerstandes ergänzt werden, die allerdings nur im Sperrgebiet gilt. Im übrigen ist es aber nicht möglich — und auch nicht nötig —, die Voraussetzung der beliebigen Störstellenver-

teilung in ihrer umfassenden Allgemeinheit beizubehalten. Die Betrachtung gewisser typischer Störstellenverteilungen wird genügen, um einen Überblick darüber zu gewinnen, welche beobachtbaren Effekte durch die Ungleichmäßigkeit der Störstellenverteilung hervorgerufen werden. Eine strenge Durchrechnung inhomogener Störstellenverteilungen stößt auf sehr erhebliche mathematische Schwierigkeiten. Aber nach den Erfolgen, die Schottky in seiner „Vereinfachten Theorie“ bei der homogenen Störstellenverteilung erzielen konnte, dürfte sich eine strenge Behandlung der inhomogenen Störstellenverteilungen auch erübrigen. In dieser „Vereinfachten Theorie“ ergibt sich aus einem Näherungsansatz über die Raumladung der Randschicht zunächst der Potentialverlauf $V(x)$. Die Ermittlung der Defektelektronenverteilung $n(x)$ erfordert noch weitere, u. U. komplizierte Integrationen. Es ist infolgedessen von Vorteil, in § 1 eine Form der Strom-Spannungsbeziehung anzugeben, die schon allein mit Kenntnis des Potentialverlaufs $V(x)$ ausgewertet werden kann. Insbesondere wird sich eine am Schluß des § 1 entwickelte Näherungsform dieser Gleichung als sehr bequem herausstellen. Bevor man dies jedoch wirklich übersieht, müssen in § 2 Potential- und Feldstärkenverlauf auch bei beliebiger Störstellenverteilung ermittelt werden. Nach Bereitstellung dieser Hilfsmittel können dann die unmittelbaren Zusammenhänge zwischen der Störstellenverteilung und der Abhängigkeit des differentiellen Widerstandes von der Vorspannung untersucht werden, und zwar geschieht das in § 3 für das Sperrgebiet und in § 4 für das Flußgebiet.

§ 1. Die Kennlinienberechnung bei bekanntem Potentialverlauf

Den Ausgangspunkt jeder Kennlinienberechnung bildet die folgende Feststellung⁵:

„Die Klemmspannung an den Elektroden eines Halbleiters ist, sofern die Randdichten vom Strom nicht beeinflusst werden und solange durch die angelegten Felder keine Polarisierung von Doppelschichten an den Grenzen Halbleiter—Metall stattfindet, von der Diffusionsspannung unabhängig und numerisch gleich der Ohmschen Spannung.

² W. Schottky, Z. Physik 118, 539 [1942]; diese Arbeit wird im folgenden als „Vereinfachte Theorie“ zitiert.

³ F. Rose u. H. Schmidt, Z. Naturforschg. 2a, 226 [1947].

⁴ W. Schottky¹, s. insbes. Abschn. 5 u. S. 390.

⁵ W. Schottky u. E. Spenke, Wiss. Veröff. Siemens-Werke 18, 225 [1939]; namentlich S. 244 u. Gl. (7,11).

die dem durchgehenden Strom und der ortsabhängigen Leitfähigkeit der einzelnen Halbleiterschichten entspricht.“

Ihre quantitative Formulierung findet diese Feststellung in der Gleichung

$$U = i \int_0^L \frac{dx}{e b n_{\oplus}(x)}, \quad (1, 01)$$

in der U die Klemmenspannung zwischen den Punkten $x = 0$ und $x = L$ des Halbleiters, i die Stromdichte, $n_{\oplus}(x)$ die Dichte der Defektelektronen in der Entfernung x von der Deckelektrode, b die Beweglichkeit der Defektelektronen und $e = +4,8 \cdot 10^{-10}$ ESE das elektrische Elementarquantum bedeutet. Es soll nun aus (1,01) eine Beziehung zwischen U und i abgeleitet werden, die an Stelle der Defektelektronendichte $n_{\oplus}(x)$ den Potentialverlauf $V(x)$ enthält. Diese beiden Größen sind unmittelbar miteinander durch die Kontinuitätsgleichung verknüpft, die besagt, daß die Summe von Diffusionsstrom $-e D n'_{\oplus}(x)$ und Feldstrom $E(x) e b n_{\oplus}(x)$ an jeder Stelle x den konstanten Betrag i ergeben muß. Berücksichtigt man $E(x) = -V'(x)$ und die Einsteinsche Beziehung $D = b \mathfrak{B}$ mit $\mathfrak{B} = kT/e = \text{Voltäquivalent der Temperatur } T$, so erhält man

$$n'_{\oplus}(x) + \frac{V'(x)}{\mathfrak{B}} n_{\oplus}(x) + \frac{i}{e b \mathfrak{B}} = 0. \quad (1, 02)$$

Durch Integration dieser inhomogenen linearen Differentialgleichung erster Ordnung ergibt sich

$$n_{\oplus}(x) = e^{-\frac{V(x)}{\mathfrak{B}}} \left\{ C - \frac{i}{e b \mathfrak{B}} \int_0^x e^{+\frac{V(x)}{\mathfrak{B}}} dx \right\}. \quad (1, 03)$$

Zur Festlegung der Integrationskonstanten benutzen wir die Forderung, daß an der Deckelektrode $x = 0$ die Defektelektronendichte $n_{\oplus}$ den Wert n_R und das Potential den Wert $V(0)$ hat. Es ergibt sich dann

$$n_{\oplus}(x) = e^{-\frac{V(x)}{\mathfrak{B}}} \left\{ n_R e^{+\frac{V(0)}{\mathfrak{B}}} - \frac{i}{e b \mathfrak{B}} \int_0^x e^{+\frac{V(x)}{\mathfrak{B}}} dx \right\}. \quad (1, 04)$$

Hiermit ist die Defektelektronendichte $n_{\oplus}(x)$ bereits auf das Potential $V(x)$ zurückgeführt, und

wir werden durch Einsetzen von (1,04) in (1,01) unser Ziel erreichen:

$$U = + \mathfrak{B} \ln \frac{1}{1 - \frac{1}{\mathfrak{B}} \frac{i}{e b n_R} \int_0^L e^{+\frac{V(x)-V(0)}{\mathfrak{B}}} dx}.$$

Auflösung nach der Stromdichte i und Einführung der Randleitfähigkeit $\kappa_R = e b n_R$ ergibt die Kennliniengleichung

$$i = \kappa_R \mathfrak{B} \frac{1 - e^{-\frac{U}{\mathfrak{B}}}}{\int_{x=0}^{x=L} e^{+\frac{V(x)-V(0)}{\mathfrak{B}}} dx}. \quad (1, 05)$$

Zur Auswertung dieser Form der Kennliniengleichung ist also nur der Verlauf des Potentials $V(x)$ erforderlich. Damit ist das Ziel des § 1 erreicht. Eine sehr wertvolle Vereinfachung läßt sich aber noch durch folgende Annäherungsmethode erzielen. Das Potential $V(x)$ fällt von der Deckelektrode nach dem Halbleiterinnern hin monoton ab. Es hat also in der Deckelektrode seine größten Werte. Entsprechend dem Exponentialcharakter des Integranden werden also nur die elektrodennahen Teile des ganzen Integrationsbereiches $0 \rightarrow L$ wesentliche Beiträge zum Wert des Integrals liefern. Hier kann aber der Potentialverlauf durch seine Anfangstangente angenähert werden:

$$V(x) \approx V(0) - E_R x. \quad (1, 06)$$

Das fragliche Integral im Nenner von (1,05) wird dann

$$\int_{x=0}^L e^{-\frac{E_R}{\mathfrak{B}} x} dx = + \frac{\mathfrak{B}}{E_R}. \quad (1, 07)$$

Hier ist konsequenterweise der Beitrag der oberen Integralgrenze $x = L$ wieder weggelassen worden. Mit (1,07) ergibt sich aus der streng gültigen Beziehung (1,05) die Annäherungsgleichung^a

$$i = \kappa_R E_R \left(1 - e^{-\frac{U}{\mathfrak{B}}} \right). \quad (1, 08)$$

^a Diese Gleichung ist von W. Schottky ungefähr in dieser Form schon 1942 veröff. worden. Ein dort noch vorhandener Nenner wurde inzwischen in unveröff. Arbeiten von ihm als unwesentlich erkannt. K. Lehovc hatte mir diese Gleichung Anfang 1947 gesprächsweise ebenfalls mitgeteilt.

§ 2. Potential- und Feldstärkenverlauf in der Randschicht

Die Auswertung der Kennliniengleichung (1,05) bzw. (1,08) erfordert die Kenntnis der Randfeldstärke E_R bzw. des Potentialverlaufes $V(x)$ quer durch die Randschicht. Ausgangspunkt für diesbezügliche Ermittlungen bildet die Poissonsche Gleichung

$$V''(x) = -\frac{4\pi}{\epsilon} \varrho(x). \quad (2,01)$$

Gemäß den Ansätzen der „Vereinfachten Theorie“², die wir hier sinngemäß auf den Fall ortsveränderlicher Störstellendichte übertragen wollen, wird der geringe Beitrag der Defektelektronen zur Raumladung innerhalb der Randschicht ($0 < x < l$) vernachlässigt und

$$\varrho(x) = -en_{A-}(x) \quad (2,02)$$

[$n_{A-}(x)$ = Konzentration der negativ geladenen Störstellen an der Stelle x] gesetzt. Jenseits der Randschichtgrenze ($x > l$) wird Quasineutralität angenommen. Damit erhält die Poissonsche Gleichung (2,01) die Form

$$V''(x) = +\frac{4\pi e}{\epsilon} n_{A-}(x). \quad (2,03)$$

Sie ist im Intervall $0 < x < l$ zu integrieren. An der Grenze $x = l$ darf aber aus weiter unten ausführlicher zu besprechenden Gründen im Fall ortsveränderlicher Störstellendichte die Feldstärke nicht vernachlässigt werden, sondern es muß die Randbedingung

$$E = E(l) \quad \text{für } x = l \quad (2,04)$$

angesetzt werden. Ein- bzw. zweimalige Integration von (2,03) ergibt

$$E(x) = \frac{4\pi e}{\epsilon} \int_{y=x}^{y=l} n_{A-}(y) dy + E(l) \quad (2,05)$$

und $V(x) - V(l)$

$$= \frac{4\pi e}{\epsilon} \int_{z=l}^{z=x} \int_{y=l}^{y=z} n_{A-}(y) dy dz + E(l)(l-x),$$

oder mit Hilfe einer partiellen Integration

$$\begin{aligned} & V(x) - V(l) \\ &= +\frac{4\pi e}{\epsilon} \int_{y=x}^{y=l} (y-x) n_{A-}(y) dy + E(l)(l-x). \end{aligned} \quad (2,06)$$

Es ist nützlich, das Zustandekommen der Gln. (2,05) und (2,06) auch anschaulich zu verstehen (s. Abb. 1 u. 2). Man muß sich zu diesem Zwecke ins Gedächtnis zurückrufen, daß eine Ladungsschicht $en_{A-}(y)dy$ zwischen der Deckelektrode $x=0$ und ihrem eigenen Ort $x=y$ ein homogenes Kondensatorfeld $\frac{4\pi}{\epsilon} en_{A-}(y)dy$ hervorruft, außerhalb dieser Strecke aber gar kein Feld. An einer Stelle x können also zum Feld nur diejenigen Ladungsschichten etwas beitragen, für die diese Stelle

Abb. 1. Die Wirkung einer Ladungsschicht.

Abb. 2. Superposition mehrerer Ladungsschichten.

eine „innerhalb-Stelle“ ist. Das sind aber die Schichten rechts von x oder diejenigen mit $y > x$. Das gibt für den von den Raumladungen der Randschicht herrührenden Anteil den Beitrag

$$\int_{y=x}^{y=l} \frac{4\pi e}{\epsilon} n_{A-}(y) dy,$$

dem sich dann noch das auch im quasineutralen Halbleiterinnern vorhandene Feld $E(l)$ überlagert, womit sich (2,05) ergibt. Potentialmäßig lautet die analoge Überlegung, daß eine Ladungsschicht $en_{A-}(y)dy$ zwischen Deckelektrode $x=0$ und ihrem eigenen Ort $x=y$ einen linearen Potentialverlauf $+\frac{4\pi}{\epsilon} en_{A-}(y)dy \cdot (y-x)$ hervorruft. Außerhalb dieser Strecke ist dagegen das von dieser einzelnen Schicht hervorgeru-

fene Potential konstant. Die Wirkung mehrerer Schichten überlagert sich, wobei aber zu beachten ist, daß jede Schicht nur „links“ von sich wirkt, so daß an einer Stelle x nur die rechts davon gelegenen Schichten, also diejenigen mit $y > x$, einen Beitrag liefern. Superponiert man noch den von der Grenzfeldstärke $E(l)$ herrührenden linearen Potentialabfall $E(l)(l-x)$, so ergibt sich (2,06).

Für die Verwendung in der Kennliniengleichung (1,08) ist nun von besonderem Interesse die Randfeldstärke E_R , für die sich aus (2,05) mit $x = 0$

$$E_R = \frac{4\pi e}{\varepsilon} \int_{y=0}^l n_{A-}(y) dy + E(l) \quad (2,07)$$

ergibt. Auch von (2,06) hat der Spezialfall $x = 0$ besonderes Interesse:

$$V(0) - V(l) = \frac{4\pi e}{\varepsilon} \int_{y=0}^l y n_{A-}(y) dy + E(l)l. \quad (2,08)$$

In den Gln. (2,06) und (2,07) kommt nämlich immer noch die Randschichtbreite l vor, die ja bei einer Verwendung dieser Gleichungen für eine Kennlinienberechnung durch die Klemmenspannung U ausgedrückt werden muß. Dazu kann nun gerade (2,08) dienen; denn das gesamte, zwischen den Punkten $x = 0$ und $x = l$ liegende Potentialgefälle $V(0) - V(l)$ ist⁷ gleich der Summe von

$$\text{Diffusionsspannung} \quad V_D = \mathfrak{B} \ln \frac{n_{\oplus}(l)}{n_{\oplus}(0)} \quad (2,09)$$

und

$$\text{Ohmscher Spannung} \quad \frac{i}{eb} \int_0^l \frac{dx}{n_{\oplus}(x)}. \quad (2,10)$$

Letztere ist aber, wie eingangs des § 1 näher auseinandergesetzt, gleich der Klemmenspannung U . Berücksichtigt man nun noch, daß an der Randschichtgrenze $x = l$ gemäß den Schottkyschen Vereinfachungen $n(l) = n_{A-}(l)$ ist und weiter, daß die Randdichte $n(0)$ der Defektelektronen mit n_R bezeichnet zu werden pflegt, so ergibt sich aus (2,08), (2,09) und (2,10)

$$\begin{aligned} V(0) - V(l) &= V_D + U = \mathfrak{B} \ln \frac{n_{A-}(l)}{n_R} + U \\ &= \frac{4\pi e}{\varepsilon} \int_{y=0}^l y n_{A-}(y) dy + E(l)l. \end{aligned} \quad (2,11)$$

⁷ W. Schottky u. E. Spenke⁵, namentlich Gl. (7,03) u. S. 242.

Diese Gleichung dient also dazu, die Randschichtbreite l durch die Klemmenspannung U auszudrücken, wenn (2,06) bzw. (2,07) zur Kennlinienberechnung verwendet werden.

Der einfachste Fall, an dem das ganze Verfahren explizit vorgeführt werden soll, ist der Fall konstanter Störstellendichte $n_{A-}(x) \equiv n_{A-}$. Es würde freilich zu weit führen, dabei die vollständige Formel (1,05) in Verbindung mit (2,06) zu benutzen. Über dieses Verfahren nur so viel, daß es zu der in einer früheren Arbeit⁸ gefundenen Form

$$\gamma = \frac{e^{+u} - 1}{\sqrt{2} \cdot \psi(\sqrt{v_D + u})} \quad (2,12)$$

der Kennliniengleichung führt. Ausführlicher dagegen wollen wir uns mit dem Näherungsverfahren befassen, das (1,08) und (2,07) benutzt. (2,07) liefert mit $n_{A-}(x) \equiv n_{A-}$ und Vernachlässigung der Bahnfeldstärke $E(l)$

$$E_R = \frac{4\pi e}{\varepsilon} n_{A-} l. \quad (2,13)$$

Die Randschichtbreite l wird auf die Klemmenspannung U zurückgeführt durch Verwendung von (2,11), die in dem Falle $n_{A-}(x) \equiv n_{A-}$ die Gestalt

$$V_D + U = \frac{4\pi e}{\varepsilon} n_{A-} \int_0^l y dy = \frac{1}{2} \frac{4\pi e}{\varepsilon} n_{A-} l^2 \quad (2,14)$$

annimmt und somit

$$l = \sqrt{2} \sqrt{\frac{\varepsilon}{4\pi e n_{A-}}} \sqrt{V_D + U} \quad (2,15)$$

liefert, so daß

$$E_R = \sqrt{2} \sqrt{\frac{4\pi e n_{A-}}{\varepsilon}} \sqrt{V_D + U} \quad (2,16)$$

wird. (1,08) gibt dann

$$i = z_R \sqrt{\frac{8\pi e}{\varepsilon} n_{A-}} \sqrt{V_D + U} \left(1 - e^{-\frac{U}{\mathfrak{B}}}\right). \quad (2,17)$$

Von dieser Kennliniengleichung konnte aber bereits früher⁸ nachgewiesen werden, daß sie für

⁸ E. Spenke, Z. Physik, im Erscheinen, Gl. (2,02). Dort auch Erklärung der dimensionslosen Strom- und Spannungsmaße γ und u sowie der Transzendenten $\psi(\sqrt{v_D + u})$.

⁹ E. Spenke⁸, Zusatz bei der Korrektur.

alle praktisch in Frage kommenden Belastungsfälle die Ergebnisse der Theorie mit völlig ausreichender Genauigkeit wiedergibt. Dies gibt uns Veranlassung, in § 3 auch bei der Behandlung ortsveränderlicher Störstellenverteilungen sofort von der handlicheren Näherungsbeziehung (1,08) auszugehen.

§ 3. Die Wirkungen ortsveränderlicher Störstellendichte auf die Sperrkennlinie

Bei Belastungen in Sperrichtung kann in

$$i = z_R E_R \left(1 - e^{-\frac{U}{\mathfrak{B}}}\right) \quad \text{bzw. (3,01)} \quad (1,08)$$

das Exponentialglied in der Klammer vernachlässigt werden:

$$i = z_R E_R \quad \text{für} \quad U \gg \mathfrak{B}. \quad (3,02)$$

Aus Gründen, deren Aufzählung im einzelnen zu weit führen würde, sind durch die Ortsveränderlichkeit der Störstellendichte nicht allzu starke Effekte zu erwarten. Deshalb empfiehlt es sich, statt der Stromspannungskennlinie (3,02) das empfindlichere Kriterium des differentiellen Widerstandes zu benutzen und zu der bekannten Darstellung überzugehen, die $R_{\text{diff}} = dU/di$ als Funktion der Vorspannung U zeigt. Aus (3,02) folgt zunächst

$$\frac{1}{R_{\text{diff}}} = \frac{di}{dU} = z_R \frac{dE_R}{dl} \frac{dl}{dU}. \quad (3,03)$$

Zur Berechnung der beiden Faktoren dE_R/dl und dl/dU stehen die Gleichungen (2,07) und (2,11) zur Verfügung. Aus (2,07) folgt

$$\begin{aligned} \frac{dE_R}{dl} &= \frac{4\pi e}{\epsilon} n_{A-}(l) + \frac{dE(l)}{dl} \\ &= \frac{4\pi e}{\epsilon} n_{A-}(l) \left[1 + \frac{\epsilon}{e n_{A-}(l)} \frac{dE}{dl} \right]. \end{aligned} \quad (3,04)$$

Zur Berechnung von dl/dU wird (2,11) differenziert:

$$\begin{aligned} \mathfrak{B} \frac{n'_{A-}(l)}{n_{A-}(l)} + \frac{dU}{dl} &= \frac{4\pi e}{\epsilon} l n_{A-}(l) + E(l) + l \frac{dE(l)}{dl} \\ &= \frac{4\pi e}{\epsilon} l n_{A-}(l) \left[1 + \frac{\epsilon}{e n_{A-}(l)} \frac{dE}{dl} \right] + E(l). \end{aligned} \quad (3,05)$$

Jetzt muß aber — wie schon zu Beginn des § 2 angekündigt — einiges über die Verhältnisse an der Randschichtgrenze $x = l$ und die dort herrschende Feldstärke $E(l)$ gesagt werden. Die im angrenzenden Halbleiterinnern herrschende Quasineutralität¹⁰ verlangt nämlich, daß die Defektelektronendichte $n_{\oplus}(x)$ dem Verlauf der ortsveränderlichen Störstellenkonzentration $n_{A-}(x)$ folgt, also ebenfalls ortsveränderlich ist. In einem Konzentrationsgefälle fließt aber ein Diffusionsstrom $-e D n'_{\oplus}(x)$, der zum mindesten im stromlosen Zustand durch einen entgegengesetzten Feldstrom $e b n_{\oplus}(x) E(x)$ kompensiert werden muß:

$$e b n_{\oplus}(x) E(x) - e D n'_{\oplus}(x) = 0, \quad (3,06)$$

was zu einer Boltzmann-Beziehung zwischen Potential- und Konzentrationsverlauf führt¹¹. Aber auch bei Stromdurchgang herrscht im ganzen Halbleiter — mit Ausnahme eines Teiles der Randschicht in unmittelbarer Nachbarschaft der Deckelektrode — mit sehr großer Annäherung Boltzmann-Verteilung¹². Dieses konnte jedenfalls für den Fall konstanter Störstellenverteilung rechnerisch nachgewiesen werden. Die außerdem¹² gegebene überlegungsmäßige Begründung läßt aber unmittelbar erkennen, daß dies im Falle ortsveränderlicher Störstellendichte ebenfalls für

¹⁰ Es sei darauf hingewiesen, daß in diesem Zusammenhang das Wort „quasineutral“ etwas anders als sonst gebraucht wird. Gewöhnlich spricht man von Quasineutralität dann, wenn man betonen will, daß in einem neutralen Gebiet nicht im Sinne der Kontinuumsphysik auch bei Betrachtung beliebig kleiner Volumenelemente gleich viel positive wie negative Elektrizität enthalten ist, sondern daß die Unterteilung des fraglichen Gebietes in immer kleinere Volumenelemente nicht weiter getrieben werden darf, wenn die in den einzelnen Volumenelementen enthaltenen Teilchenzahlen nicht mehr sehr groß gegen Eins sind. Wird die Unterteilung trotzdem weiter getrieben, so sind in einem Gebiet, das in diesem Sinne quasineutral ist, Volumenelemente mit einem positiven und solche mit einem negativen Ladungsüberschuß regellos durcheinander gewürfelt, so daß im Mittel die Gesamtladung doch wieder gleich Null wird. Das Halbleiterinnere ist in diesem Sinne nicht quasineutral. Vielmehr nähert sich — im Fall konstanter Störstellendichte — die Defektelektronendichte nur asymptotisch der Dichte der negativen Störstellen, und so hat auch jedes makroskopische Volumenelement des Halbleiterinnern eine negative Überschußladung. Diese übrigbleibende Überschußladung ist aber klein gegen die sich gegenseitig fast kompensierenden Ladungen der Störstellen und der Defektelektronen, und so wäre es vielleicht angebracht, an Stelle von quasineutralem Halbleiterinnern den Ausdruck „fast neutrale Zone“ zu gebrauchen.

¹¹ E. Spenke⁸, § 3, Fußnote 12.

¹² E. Spenke⁸, § 3 und Abb. 2.

große Teile der Randschicht und a fortiori im quasineutralen Halbleiterinnern gelten muß, und daß daher auch dort (3,06) mit großer Annäherung angesetzt werden kann. Mit $D = b\mathfrak{B}$ und der für das quasineutrale Halbleiterinnere definitionsgemäß geltenden Beziehung $n_{\oplus}(x) \approx n_{A-}(x)$ ergibt sich für $x \gg l$ eine Boltzmann-Feldstärke

$$E(x) = \mathfrak{B} \frac{n'_{A-}(x)}{n_{A-}(x)}, \quad (3, 07)$$

die also im allgemeinen auch von Ort zu Ort variieren wird. Durch diese Ortsveränderlichkeit ist aber auch im Halbleiterinnern das Vorhandensein von Raumladungen bedingt, deren Dichte sich aus der Divergenz der Kraftlinien berechnet:

$$\varrho(x) = \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{dE}{dx}. \quad (3, 08)$$

Der Begriff des quasineutralen Halbleiterinnern läßt sich nun dahingehend präzisieren, daß dort die für die Ortsveränderlichkeit der Boltzmann-Feldstärke erforderliche Raumladung $\varrho(x)$ sehr klein gegen die durch die Defektelektronenladung fast kompensierte Raumladung $e n_{A-}(x)$ der Störstellen ist:

$$\frac{\varrho(x)}{e n_{A-}(x)} = \frac{\frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{dE}{dx}}{e n_{A-}(x)} \ll 1 \quad \text{für } x \gg l. \quad (3, 09)$$

Kehren wir nach diesen Ausführungen wieder zu den Gln. (3,03), (3,04) und (3,05) zurück. Auf Grund von (3,07) ergibt sich zunächst aus (3,05)

$$\frac{dU}{dl} = \frac{4\pi e}{\varepsilon} l n_{A-}(l) \left[1 + \frac{\frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{dE}{dl}}{e n_{A-}(l)} \right]. \quad (3, 10)$$

Hier — übrigens auch in (3,04) — kann auf Grund von (3,09) der zweite Summand in der eckigen Klammer vernachlässigt werden, so daß wir schließlich

$$\frac{dU}{dl} = \frac{4\pi e}{\varepsilon} l n_{A-}(l) \quad (3, 11)$$

und

$$\frac{dE_R}{dl} = \frac{4\pi e}{\varepsilon} n_{A-}(l) \quad (3, 12)$$

erhalten. Wird mit diesen Werten Gl. (3,02) ausgewertet, so ergibt sich

$$R_{\text{diff}} = \frac{1}{z_R} l. \quad (3, 13)$$

Wird zur Berechnung von R_{diff} nicht die vereinfachte Gleichung (3,02), sondern die volle Gleichung (1,08) verwendet, so ergibt sich $R_{\text{diff}} = \frac{l}{z_R} \left[1 + \left(\frac{l E_R}{\mathfrak{B}} - 1 \right) e^{-U/\mathfrak{B}} \right]^{-1}$. Man sieht, daß zur Gültigkeit von (3,13) nicht die Bedingung $U \gg \mathfrak{B}$ genügt,

sondern $\frac{l E_R}{\mathfrak{B}} e^{-U/\mathfrak{B}} \ll 1$ zu fordern ist. Bei homogener

Störstellenverteilung gilt $l E_R = 2(V_D + U)$ [dies folgt z. B. durch Multiplikation von (2,15) und (2,16)], so daß also $2(V_D + U) e^{-U/\mathfrak{B}} \ll 1$ zu fordern ist. Für V_D sind Werte in der Größenordnung von 0,25 bis 0,75 Volt anzusetzen. Man rechnet leicht nach, daß für $U \geq 0,15$ bis 0,2 Volt die Gültigkeit von (3,13) gesichert ist. Bei der Sperrstromcharakteristik (3,08) ist für die Gültigkeit der Näherung (3,02) nur die Bedingung $U \geq 0,075$ Volt erforderlich. Man sieht auch hieran wieder, daß die $R_{\text{diff}}(U)$ -Kennlinie ein empfindlicheres Kriterium als die $i(U)$ -Charakteristik ist. Die annähernde Gültigkeit der Boltzmann-Verteilung von $n_{\oplus}$ ist auch bei Stromdurchgang dann gesichert, wenn die resultierende Stromdichte i klein gegenüber den sich gegenseitig fast kompensierenden Feld- und Diffusionsströmen ist. Diese Bedingung

$$i \ll e D n'_{\oplus}(x) = e b \mathfrak{B} n'_{A-}(x)$$

wird bei den großen Stromdichten (0,5 A/cm²) des hohen Flußgebiets selbst durch so starke Störstellengefälle wie $1 \cdot 10^{16}$ cm⁻³ pro 1 μ nicht mehr erfüllt. Bei schwachen Flußbelastungen und in Sperr-Richtung ist sie aber erfüllt, sobald nennenswerte Störstellengefälle vorhanden sind.

Die Gln. (3,11) und (3,12) hat Schottky¹³ in der „Vereinfachten Theorie“ durch etwas vereinfachte Überlegungen, in denen von der Variabilität der Diffusionsspannung $V_D = \mathfrak{B} \ln \frac{n_{A-}(l)}{n_R}$ und

von der Boltzmann-Feldstärke abgesehen wurde, abgeleitet und dazu benutzt, die für die Störstellenbestimmung wichtige Gleichung

$$\frac{d(1/C^2)}{dU} = \frac{8\pi}{\varepsilon e} \frac{1}{n_{A-}(l)}$$

aufzustellen. Wir wollen dies hier auch noch kurz anschließen, weil wir dann wohl alle, auch für variable Störstellendichte gültigen Beziehungen beieinander haben. Bei einer Verbreiterung der Randschichtdicke l um dl nimmt die Raum-

ladung $e \int_0^l n_{A-}(x) dx$ und damit auch die auf der Gegenelektrode induzierte Ladung um den Betrag

$$dQ = e n_{A-}(l) dl \quad (3, 14)$$

¹³ W. Schottky², s. namentlich S. 553.

zu. Dividiert man durch die mit dieser Verbreiterung dl gemäß (3,11) verbundene Klemmenspannungserhöhung dU , so ergibt sich die differentielle Kapazität $C = dQ/dU$ der Randschicht

$$C = \frac{\epsilon}{4\pi} \frac{1}{l}. \quad (3,15)$$

Die gleichzeitige Existenz der beiden Gleichungen (3,13) und (3,15) zeigt, daß sich nach der bisherigen Theorie die Randschicht bei Sperrbelastungen wenigstens für tiefe Frequenzen wie eine Schicht der Dicke l mit der Dielektrizitätskonstante ϵ und der einheitlichen Leitfähigkeit κ_R verhält.

Schottky hat nun die etwas umgeschriebene Gleichung (3,11)

$$dU = \frac{4\pi e}{\epsilon} n_{A-}(l) l dl = \frac{2\pi e}{\epsilon} n_{A-}(l) d(l^2)$$

benutzt, um hier die Randschichtbreite l gemäß (3,15) durch die Kapazität C auszudrücken und damit die bereits zitierte Beziehung

$$\frac{d(1/C^2)}{dU} = \frac{8\pi}{\epsilon e} \frac{1}{n_{A-}(l)} \quad (3,16)$$

zu gewinnen. Analog kann man aber aus (3,13) die Randschichtbreite l durch R_{diff} ausdrücken und erhält

$$\frac{dR_{\text{diff}}^2}{dU} = \frac{\epsilon}{2\pi e} \frac{1}{\kappa_R^2} \frac{1}{n_{A-}(l)}. \quad (3,17)$$

Schließlich kann man die Gln. (3,13) und (3,15) miteinander multiplizieren und erhält dann

$$R_{\text{diff}} C = \frac{\epsilon}{4\pi} \frac{1}{\kappa_R}. \quad (3,18)$$

Alle diese drei Beziehungen, (3,16), (3,17) und (3,18), sind für beliebige Störstellenverteilungen gültig; die letzten beiden sind aber an die Voraussetzung einer genügend großen Sperrbelastung ($U \gg \mathfrak{B}$) geknüpft. (3,16) ist — wie schon erwähnt — von Schottky angegeben worden und wurde seitdem oft zur Bestimmung der Störstellenverteilung verwendet. Ihre große physikalische Bedeutung braucht kaum noch einmal unterstrichen zu werden. (3,17) könnte an und für sich sehr gut zu einer Kontrolle der Ergebnisse von (3,16) verwendet werden; denn auch in ihr trifft man, genau wie in (3,16), auf die Proportionalität mit der reziproken Störstellenkon-

zentration $1/n_{A-}(l)$. Division beider Gleichungen müßte also ein von der Vorspannung und damit von l unabhängiges Ergebnis zeigen, was aber in (3,18) schon auf einfachere Weise erzielt werden konnte.

Ein Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen zeigt nun aber, daß (3,18) nicht besonders gut erfüllt ist. Eine Auswertung beispielsweise

Abb. 3. Zur Auswertung von Gl. (3,18). a und b: R_{diff} und C für einen Bi/Se-Gleichrichter nach Schmidt¹⁴ (insbes. S. 767). Die Ordinatenwerte sind logarithmisch aufgetragen. c: $R_{\text{diff}} C$ in Abhängigkeit von der Sperrspannung.

der Messungen von A. Schmidt¹⁴ hat das in Abb. 3 gezeigte Ergebnis. Das Produkt $R_{\text{diff}} C$ nähert sich also mit wachsender Sperrspannung U keineswegs einem konstanten Wert. Die Auswertung von (3,18) zur Ermittlung von κ_R wird damit unmöglich. Einen Hinweis für das Verhalten des differentiellen Widerstandes R_{diff} nach (3,17) ist hier für konstante Störstellendichte im Sperrgebiet ($U \gg \mathfrak{B}$) ein spannungsunabhängiger Wert von dR_{diff}^2/dU zu erwarten¹⁵. Würde die Stör-

¹⁴ A. Schmidt, Z. Physik **117**, 754 [1941], namentlich S. 767.

¹⁵ Tatsächlich ergibt ja auch die Durchrechnung des Falles konst. Störstellendichte für $U \gg \mathfrak{B}$ $R_{\text{diff}} \sim \sqrt{V_D + U}$, also $R_{\text{diff}}^2 \sim (V_D + U)$ und damit für dR_{diff}^2/dU Spannungsunabhängigkeit; siehe z. B. W. Schottky², namentlich S. 547.

stellendichte von der Deckelektrode in das Halbleiterinnere hinein abnehmen, so wäre mit steigendem U und damit auch wachsendem l in (3,17) ein kleinerer $n_{A-}(l)$ -Wert einzusetzen und R_{diff}^2 müßte steigen, was einem stärkeren Anstieg als $\sqrt{V_D + U}$ von R_{diff} selbst entsprechen würde. Würde dagegen die Störstellendichte von der Deckelektrode ins Halbleiterinnere hinein ansteigen, so wäre für R_{diff} ein langsamerer Anstieg als $\sqrt{V_D + U}$ zu erwarten. Das Äußerste, was aber nach (3,17) in dieser Beziehung möglich wäre, wäre ein Konstantbleiben von R_{diff} mit steigender Sperrspannung U , wozu bereits unendlich hohe Störstellengehalte weiter innen im Halbleiter erforderlich wären¹⁶. Tatsächlich ist aber wohl bekannt, daß nach Überschreitung von etwa 1 Volt Sperrspannung der differentielle Widerstand wieder fällt, was im Rahmen der bisherigen Theorie in keiner Weise erklärt werden kann.

Wir stoßen hier also wieder auf die auch von Schottky schon betonte Tatsache, daß im Sperrgebiet Paßleitungserscheinungen und Feldemissionseffekte, letztere womöglich durch Störstellenanschwellungen vor der Deckelektrode wesentlich überhöht, die Erscheinungen zu beherrschen beginnen. Dadurch werden die Beziehungen (3,17) und (3,18) leider sehr stark entwertet, und es ist demgegenüber ein sehr glücklicher Umstand, daß man zu (3,16) weiter Vertrauen haben darf, denn für die die Kapazität bestimmenden Ladungstauungserscheinungen spielen die zusätzlich durch Feldemissions- und Paßleitungseffekte in die Randschicht eindringenden Defektelektronen (wegen ihrer, gemessen an der Störstellendichte, immer noch sehr geringen Anzahl) eine verschwindende Rolle. Verglichen mit der infolge der Randverarmung an und für sich äußerst niedrigen Defektelektronenzahl dagegen können die zusätzlich durch Paßleitung und Feldemission in die Randschicht gelangenden Defektelektronen eine Überhöhung auf das Vielfache ausmachen und deshalb den differentiellen Widerstand R_{diff} wesentlich senken.

Zusammenfassend ist also über das Sperr-

¹⁶ Anschaulich ist ja auch ohne weiteres verständlich, daß nach der bisherigen Theorie ein Anwachsen des Randschichtwiderstandes mit steigender Sperrspannung nur dadurch verhindert werden kann, daß die Randschichtgrenze auf ein Gebiet unendlich hoher Störstellendichte stößt und dadurch ihrem weiteren Eindringen in das Halbleiterinnere auch bei erhöhter Sperrspannung ein Ende gesetzt wird.

gebiet zu sagen, daß mit (3,17) eine sehr vollständige Beschreibung der im Rahmen der bisherigen Theorie durch eine Inhomogenität der Störstellenverteilung zu erwartenden Wirkungen auf die Stromspannungskennlinie gelungen ist. Durch die Paßleitungs- und Feldemissionseffekte sind aber die Aussagen der bisherigen Theorie im Sperrgebiet weitgehend entwertet.

§ 4. Die Wirkung ortsveränderlicher Störstellendichte auf die Flußkennlinie

Bei Belastungen in Flußrichtung wird in

$$i = z_R E_R \left(1 - e^{-\frac{U}{\mathfrak{B}}} \right) \quad \begin{matrix} (1, 08 \\ \text{bzw. } 4, 01) \end{matrix}$$

zweckmäßigerweise

$$i = -i_{\text{Fl}} \quad \text{und} \quad U = -U_{\text{Fl}}$$

gesetzt:

$$i_{\text{Fl}} = z_R E_R \left(e^{\frac{U_{\text{Fl}}}{\mathfrak{B}}} - 1 \right). \quad (4, 02)$$

Für einigermaßen wesentliche Flußbelastungen gilt

$$U_{\text{Fl}} \gg \mathfrak{B}, \quad (4, 03)$$

und in der Klammer kann das Glied -1 neben dem Exponentialglied vernachlässigt werden:

$$i_{\text{Fl}} = z_R E_R e^{\frac{U_{\text{Fl}}}{\mathfrak{B}}}. \quad (4, 04)$$

Die Art der Störstellenverteilung wirkt sich über die Raumladungsverhältnisse nur auf den Faktor E_R in dieser Gleichung aus. Die Variation dieses Faktors mit der Klemmenspannung U dürfte aber, verglichen mit der des Exponentialgliedes, kaum merkbar sein. Jedenfalls wird bei konstanter Störstellendichte¹⁷

$$E_R = \sqrt{\frac{8 \pi e n_{A-}}{\epsilon}} \sqrt{V_D - U_{\text{Fl}}} \sim \sqrt{V_D - U_{\text{Fl}}}, \quad (4, 05)$$

und es ist kaum zu erwarten, daß sich der Charakter von E_R bei inhomogener Störstellenverteilung wesentlich ändert. Es dürften also im Flußgebiet noch weniger als im Sperrgebiet durch die Inhomogenität der Störstellenverteilung wesentliche Effekte eintreten. Deshalb empfiehlt es sich, bei weiteren Untersuchungen einerseits von vornher-

¹⁷ W. Schottky², Gl. (7).

ein Störstellenverteilungen mit krassen Inhomogenitäten zugrunde zu legen, andererseits diese Fälle in mehr übersichtlicher Weise zu behandeln.

Es werden also im weiteren Störstellenverteilungen untersucht, bei denen die Störstellendichte n_A an einer Stelle $x = a$ unstetig von einem Wert n_I auf einen Wert n_A springt (s. Abb. 4), und zwar wird zunächst $n_I < n_A$ angesetzt. Diese Annahme schematisiert die Verhältnisse, wie sie beim Vorhandensein einer „chemischen“ Sperrschicht¹⁸ zu erwarten sind. Gerechnet wird selbstverständlich wieder mit Methoden der „Vereinfachten Theorie“, d. h. daß bis zu einer Stelle $x = l$ strenge Neutralität angesetzt wird, während in der Rand-

Abb. 4.
Sperrbelastung.

Abb. 5. Flußbelastung mit
Überschwemmungsdichten.

Konzentrationsverlauf der Störstellen und Defektelektroden. Fall der „chemischen Sperrschicht“.

— Konzentrationsverlauf der Störstellen.

— Wirklicher Konzentrationsverlauf der Defektelektroden.

..... Fingierter Konzentrationsverlauf der Defektelektroden zum Zweck der Raumladungsberechnung.

schicht ($0 < x < l$) die Raumladung der Defektelektroden gänzlich vernachlässigt wird. Der wirkliche Verlauf der Defektelektronendichte (dünn ausgezogen in Abb. 4) wird also bei der Berechnung der Raumladung durch den punktiert eingezeichneten Verlauf ersetzt. Dagegen werden kaum Bedenken bestehen, solange l wesentlich größer als a ist. Je mehr sich aber der punktiert eingezeichnete senkrechte Absturz der Defektelektronendichte der Stufe in der Störstellenverteilung nähert (bei steigender Flußbelastung und demgemäß schmaler werdender Randschicht), und ganz besonders, wenn die Randschichtbreite l kleiner als a geworden ist (Abb. 5), werden Bedenken entstehen, weil dann durch den punktierten Defektelektronenverlauf die für inhomogene Störstellenverteilungen typischen Überschwemmungseffekte gerade nicht erfaßt werden. Die Folge davon ist tatsächlich auch, daß sich bei die-

ser Rechenmethode Knicke und sogar Sprünge im Verlaufe der Stromspannungskennlinie bzw. der $R_{\text{diff}}(U)$ -Kurve ergeben, die natürlich keine reale Bedeutung haben. Eine strenge Durchrechnung gestufter Störstellenverteilungen würde $R_{\text{diff}}(U)$ -Kurven liefern, die sanfter und ausgeglichener sind als diejenigen, die sich mit dem gestrichelten Verlauf der Defektelektronendichte ergeben. Diese Bemerkung erhält sogleich Bedeutung, wenn bei der Behandlung des Störstellenverlaufes nach Abb. 4 oder 5 die Spannung U , beispielsweise von starken Flußbelastungen kommend, denjenigen Wert U_a passiert, bei dem das Ende der Defektelektronen-Verarmungsschicht, also der gestrichelte senkrechte Absturz gerade mit der Stufe $x = a$ der Störstellenverteilung zusammenfällt. In Abb. 6 und 7 ist der Zustand kurz vor- und kurz nachher dargestellt, wobei im Gegensatz zu den bisherigen Bildern auch noch die Potentialverläufe in den Darstellungen darüber angedeutet sind.

Auf S. 42 wurde im einzelnen ausgeführt, daß im quasineutralen Halbleiterinnern der Potentialverlauf $V(x)$ und die Defektelektronendichte $n_{\oplus}(x)$ durch die Boltzmann-Beziehung

$$n_{\oplus}(x) = e^{-\frac{V(x)}{\mathfrak{B}}}$$

miteinander gekoppelt sind. Da die Sprungstelle $x = a$ der Defektelektronendichte $n_{\oplus}(x)$ schon im quasineutralen Teil liegen soll, muß also eine entsprechende Sprungstelle im Potentialverlauf bei $x = a$ angenommen werden. Die physikalische Entstehung dieses Potentialsprunges hat man sich ungefähr folgendermaßen vorzustellen: die Defektelektronendichte macht in Wirklichkeit den n_A -Sprung nicht exakt mit. Es treten gewisse Überschwemmungseffekte auf, wodurch beiderseits der Sprungstelle $x = a$ solche Raumladungen entstehen, daß der entsprechende Potentialverlauf gesichert ist. Je enger die Defektelektronendichte $n_{\oplus}(x)$ den n_A -Sprung mitmacht, desto mehr entarten diese Raumladungen zu einer Doppelschicht, die den in Abb. 7 gezeichneten Potentialsprung hervorruft.

In Abb. 6 mußte als gesamter Potentialabfall über der Randschicht $V_D + U_a$ eingetragen werden, dagegen in Abb. 7 die Größe $V_{DI} + U_a$, wobei

$$V_{DI} = V_D - \mathfrak{B} \ln \frac{n_A}{n_I}. \quad (4, 06)$$

Im ersten Fall ist nämlich $n(l) = n_A$ und dementsprechend die Diffusionsspannung

$$\mathfrak{B} \ln \frac{n_{\oplus}(l)}{n_{\oplus}(0)} = \mathfrak{B} \ln \frac{n_A}{n_R} = V_D, \quad (4, 07)$$

¹⁸ W. Schottky¹, s. namentlich S. 388.

während im zweiten Fall $n(l) = n_I$ ist und dementsprechend die Diffusionsspannung den Wert

$$\begin{aligned} \mathfrak{B} \ln \frac{n_{\oplus}(l)}{n_{\oplus}(0)} &= \mathfrak{B} \ln \frac{n_I}{n_R} = \mathfrak{B} \ln \frac{n_A}{n_R} - \mathfrak{B} \ln \frac{n_A}{n_I} \\ &= V_D - \mathfrak{B} \ln \frac{n_A}{n_I} \quad (4, 08) \end{aligned}$$

erhält. Da also bei Verwendung der schematisierten punktierten Defektelektronenverteilungen bei derselben Spannung U_a verschiedene Potentialverläufe angesetzt werden, je nachdem man sich der Spannung U_a von Sperr- oder von Flußbelastungen her nähert, so muß sich bei dieser Spannung U_a eine Unstetigkeitsstelle in der Stromspannungskennlinie bzw. in der $R_{\text{diff}}(U)$ -Kurve ergeben. Abb. 8 zeigt nun den nach (4,02) errechneten differentiellen Widerstand in Abhängigkeit von der Spannung U , und zwar für den Fall

$$n_I = n_A/4,$$

$$U_A = -16 \mathfrak{B} = 16 \mathfrak{B} \text{ Flußspannung} = -U_{F1a},$$

$$V_D = 30 \mathfrak{B}.$$

Verfolgt man die Kurve von hohen Flußbelastungen her, so fällt sie zunächst mit einer Kurve

Abb. 6.

Abb. 7.

Verlauf von Defektelektronendichte n_A und Potential $V(x)$ für $l = a + \delta$ (Abb. 6) und für $l = a - \delta$ (Abb. 7).

zusammen, die sich ergeben würde, wenn die elektrodennahe *niedrige* Störstellendichte $n_A/4$ durchweg im ganzen Halbleiter herrschen würde. Dies gilt bis $-U_a = +U_{F1a} = +16 \mathfrak{B}$. Die an dieser Stelle tatsächlich vorhandene Unstetigkeit ist so gering, daß sie sich der zeichnerischen Darstellung entzieht. Von da ab muß die Kurve geringere differentielle Widerstände aufweisen, als

Abb. 8. Der differentielle Widerstand der Randschicht in Abhängigkeit von der Fluß-Vorspannung U_{F1} . $n_I = n_A/4$, $U_{F1a} = 16 \mathfrak{B}$, $V_D = 30 \mathfrak{B}^*$. In den drei Abb. rechts ist dargestellt, wie mit steigender Flußspannung ($U_{F1} = 0; 10 \mathfrak{B}; 20 \mathfrak{B}$) die Defektelektronenwolke (schraffiert) gegen die Deckelektrode vorrückt. Für die gestrichelte Gerade *oberhalb* $\frac{2}{3}$ der ausgezogenen Geraden liegt durchwegs niedrige Störstellendichte $n_A = n_A/4$ vor. Für die gestrichelte Gerade *unterhalb* der ausgezogenen Geraden liegt durchwegs hohe Störstellendichte $n_A = n_A$ vor.

* In dieser und den folgenden Darstellungen ist als Spannungseinheit $\mathfrak{B} = kT/e$ und als Widerstandseinheit $x_0 / e b n_A$ verwendet worden. S. hierzu W. Schottky u. E. Spenke⁵, namentlich S. 238.

Abb. 9. Der differentielle Widerstand des ganzen Gleichrichters.

$$n_I = n_A/4; U_{FIa} = 16 \mathfrak{B}; V_D = 30 \mathfrak{B}.$$

Bei der Berechnung des Bahnwiderstandes wurden folgende Werte zugrunde gelegt: Gesamtdicke der Halbleiterschicht ca. 50μ ;

$$\kappa_A = e b n_A = 2 \cdot 10^{-3} \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1};$$

$$b = 1 \frac{\text{cm sec}^{-1}}{\text{Volt cm}^{-1}}; \mathfrak{B} = \frac{1}{40} \text{ Volt}; \varepsilon = 6,3.$$

es der Annahme $n_{A-} \equiv n_A/4$ entsprechen würde. Sie muß also von dieser Grenzkurve nach unten hin abweichen.

Nun zeigt die tatsächliche Durchrechnung überraschenderweise, daß diese Abweichung bis zur Spannung 0 noch so gering geblieben ist, daß sie zeichnerisch bei dem gewählten Maßstab nicht in Erscheinung tritt. Überlegungsmäßig muß die

Kurve schließlich in diejenige, in Abb. 8 ebenfalls gezeichnete Kurve übergehen, die gleichmäßig hoher Störstellendichte quer durch den ganzen Halbleiter, also $n_{A-} \equiv n_A$, entspricht. Aus den Gleichungen ist auch ersichtlich, daß das bei hohen Sperrspannungen tatsächlich der Fall sein würde. Im Flußgebiet ist aber davon noch nichts zu bemerken.

Der Übergang zwischen den beiden Grenzkurven $n_{A-} \equiv n_A/4$ und $n_{A-} \equiv n_A$ vollzieht sich also extrem langsam und sanft. Nimmt man nun die oben gemachte Bemerkung hinzu, daß die Abweichungen der tatsächlichen von der schematisierten Defektelektronenverteilung die Übergänge noch mehr verschleifen werden, so darf das Ergebnis wohl als gesichert gelten, daß in dem betrachteten Fall die Kurve praktisch mit demjenigen $R_{\text{diff}}(U)$ -Verlauf zusammenfällt, der sich für homogene niedrige Störstellendichte $n_A/4$ ergibt. Im übrigen muß noch bemerkt werden, daß in Abb. 8 nur der Widerstand der an Defektelektronen verarmten Randschicht aufgetragen ist. Bei hohen Flußspannungen kann der in Reihe liegende Bahnwiderstand nicht mehr vernachlässigt werden, seine Berücksichtigung ergibt die Kurven der Abb. 9. Hier ist wesentlich, daß für hohe Flußbelastungen, bei denen der Bahnwiderstand den Randschichtwiderstand überwiegt, die der gestuften Störstellenverteilung entsprechend dick gezeichnete Kurve sich der Grenzkurve mit dem niedrigen Widerstand nähert. Das ist verständlich, denn bei der gestuften Störstellenverteilung

Abb. 10. Der differentielle Widerstand der Randschicht. $n_I = n_A/4$; $U_{FIa} = 29 \mathfrak{B}$; $V_D = 30 \mathfrak{B}$.

nach Abb. 4 und 5 herrscht ja im Halbleiterinnern, dem Sitz des Bahnwiderstandes, die hohe Leitfähigkeit. Eine Kurve, die zunächst mit der oberen Grenzkurve zusammenfällt, sich dann aber dem niedrigen Bahnwiderstand nähert, ist nun aber keineswegs für die inhomogene Störstellenverteilung charakteristisch. Man würde sie auch mit homogener Störstellenverteilung erreichen, wenn die Störstellendichte im ganzen Halbleiter den niedrigen Wert hätte. Daß der Bahnwiderstand dann trotzdem den niedrigen Wert hat, könnte eine Folge einer geringeren Gesamtdicke des Halbleiters sein.

Hiernach sieht es so aus, als ob die Stufe in der Störstellenverteilung keine charakteristischen Effekte im $R_{\text{diff}}(U)$ -Verlauf hervorbringen würde. Einer gegebenen $R_{\text{diff}}(U)$ -Kurve lassen sich scheinbar eine homogene und beliebig viel gestufte Störstellenverteilungen zuordnen.

Bevor wir diesen Schluß aber endgültig hinnehmen, muß untersucht werden, wie weit das Fehlen charakteristischer Effekte im Kurvenverlauf etwa an die speziellen Werte $n_I = n_A/4$, $U_a = -16\text{ V}$ und $V_D = 30\text{ V}$ gebunden ist. Man könnte vielleicht erwarten, den scheinbar sehr langsam einsetzenden Übergang von der oberen zur unteren Grenzkurve im beobachtbaren Gebiet zwischen Bahnwiderstandszone und 0-Zustand anzutreffen, wenn die der Stufe entsprechende Spannung U_a

dicht vor der Diffusionsspannung liegt. Deshalb wird der Fall $U = 29\text{ V}$ unter Beibehaltung von $n_I = n_A/4$ und $V_D = 30\text{ V}$ in Abb. 10 dargestellt. Hier fällt die $R_{\text{diff}}(U)$ -Kurve zwar nicht mehr mit der oberen Grenzkurve zusammen, und es ist auch die schwache Andeutung eines Überganges von der oberen zur unteren Grenzkurve zu bemerken. Im großen und ganzen verläuft aber die Kurve im beobachtbaren Gebiet einfach in der Mitte zwischen oberer und unterer Grenzkurve und zeigt infolgedessen keine charakteristischen Abweichungen von dem bei homogener Störstellenverteilung zu erwartenden Gang. Man könnte nun noch daran denken, daß der Unterschied zwischen n_I und n_A noch nicht groß genug ist, um beobachtbare Gänge hervorzurufen. Deshalb wurde schließlich noch der Fall $n_I = n_A/100$, $U_a = 29\text{ V}$ und $V_D = 30\text{ V}$ durchgerechnet. Aber auch hier (Abb. 11) zeigt sich kein schneller Übergang von der oberen zur unteren Grenzkurve. Genau wie die Grenzkurve verläuft die $R_{\text{diff}}(U)$ -Kurve ziemlich genau wie $e^{-U/\mathfrak{U}}$, wie ein Vergleich mit der schraffiert angedeuteten exakten $e^{-U/\mathfrak{U}}$ -Geraden ergibt.

Es ist also wohl der Schluß erlaubt, daß auch beim Vorliegen chemischer Sperrschichten der differentielle Widerstand von der Spannung 0 bis in das Gebiet hoher Flußspannungen hinein praktisch wie $e^{-U/\mathfrak{U}}$ abfallen muß. Ist dieses Ergebnis

Abb. 11. Der differentielle Widerstand der Randschicht. $n_I = n_A/100$; $U_{FI_a} = 29\text{ V}$; $V_D = 30\text{ V}$.

nun, wenn auch nicht an die quantitativen Einzelheiten, so doch vielleicht an den Gesamtcharakter der zugrunde gelegten Störstellenverteilung gebunden? Um das zu entscheiden, werden im weiteren Verteilungen untersucht, bei denen, umgekehrt wie bisher, an die Deckelektrode zunächst einmal eine störstellenreiche Schicht angrenzt, verglichen mit der der übrige Halbleiter einen niedrigeren Störstellengehalt hat. Ausgehend von den bei den chemischen Sperrschichten gemachten Erfahrungen, legen wir sogleich eine Verteilung mit extremen Eigenschaften zugrunde. Wir verlegen wieder die „Übergangsspannung U_a “, bei der die Randschichtgrenze bei Steigerung der Flußbelastung aus dem störstellenarmen in das störstellenreiche Gebiet übergehen würde, ganz dicht unter die Diffusionsspannung V_D [$V_D = 30 \text{ V}$, $U_{F1a} = 29 \text{ V}$]. In der dann nur dünnen Anreicherungsschicht setzen wir die Störstellendichte n_I 10^2 -mal höher als im übrigen Halbleiter an: $n_I = 100 n_A$. Die Durchrechnung ergibt nun wiederum eine Kurve, die zwar einen schwachen Übergang von der unteren zur oberen Grenzkurve zeigt. Er ist aber ebenfalls nicht genügend stark ausgeprägt, um experimentell deutlich von anderen Verläufen unterschieden werden zu können (Abb. 12). Man muß bei der Beurteilung der in Abb. 12 gezeigten Ergebnisse weiter berücksichtigen, daß die obere Grenzkurve und

die der stufenförmigen Verteilung entsprechende, dick gezeichnete Kurve ja noch nicht den Bahnwiderstand von der Größenordnung $2 \cdot 10^{+3}$ berücksichtigen. Die den Gesamtwidestand (Rand- und Bahnwiderstand) zeigende Kurve wird bei hohen Flußbelastungen in diesen Bahnwiderstandswert umbiegen, so daß ihr Verlauf unterhalb $2 \cdot 10^{+3}$ uninteressant ist. Dann bleibt also von einem Übergang zwischen oberer und unterer Grenzkurve noch weniger übrig. Das ist insofern interessant, als der mit steigender Flußspannung von der oberen zur unteren Grenzkurve sich vollziehende Übergang (wie er bei Störstellenverteilungen mit Störstellenanschwellung an die Deckelektrode zu erwarten ist) eine Versteilerung des $R_{\text{diff}}(U)$ -Verlaufs mit sich bringen würde, und man also zunächst daran denken könnte, daß die durch

$$\frac{d \ln R_{\text{diff}}}{dU_{F1}} = - \frac{1}{U_{\text{Abkling}}}$$

definierte Abklingspannung den Wert des Temperaturäquivalentes unterschreitet. Etwas derartiges scheint nicht eintreten zu können. Ein strenger Beweis dafür ist mit Vorstehendem natürlich nicht erbracht. Aber gesichert dürfte nunmehr der Schluß sein, daß sich im Flußgebiet etwa vorhandene Inhomogenitäten der Störstellenverteilung im $R_{\text{diff}}(U)$ -Verlauf nicht wesentlich bemerkbar machen.

Abb. 12. Der differentielle Widerstand der Randschicht. $n_I = 100 n_A$; $U_{F1a} = 29 \text{ V}$; $V_D = 30 \text{ V}$.

Dieses Ergebnis läßt sich auf folgende Weise dem Verständnis näher bringen: Bei Flußbelastung wird der Gesamtstrom in der unmittelbaren Nachbarschaft der Deckelektrode praktisch als reiner Diffusionsstrom geführt¹⁹. Inhomogenitäten der Störstellenverteilung haben zunächst einmal

Einfluß auf die Raumladung, damit auf die Feldstärke und damit schließlich auf den Feldstrom. Das Defektelektronengefälle und damit der Diffusionsstrom und damit weiter der Gesamtstrom bei Flußbelastung werden erst in sehr indirekter Weise von der Störstellenverteilung beeinflusst.

¹⁹ Geht man zu weiter in den Halbleiter hinein liegenden Schichten über, so steigen zwar sehr bald der Diffusionsstrom und der (auch bei nicht allzu extremen Flußbelastungen in der Randschicht noch in Sperrichtung fließende) Feldstrom rapide an und bewirken unter annähernder gegenseitiger Kompensation eine boltzmannähnliche Verteilung der Defektelektronen. Hierfür muß aber die Defektelektronendichte um mehrere Zehnerpotenzen gestiegen sein, denn der andere Faktor des Feldstromes, die Feldstärke, sinkt ja sogar — wenn auch langsam —

mit der Entfernung von der Deckelektrode. Wegen ihrer bereits erhöhten Defektelektronendichte tragen diese Schichten also nichts mehr zum Widerstandsintegral $\int dx/ebn_{\oplus}(x)$ bei, so daß Kennlinie und differentieller Widerstand auch im Flußgebiet von solchen Schichten bestimmt werden, in denen der Strom im wesentlichen als Diffusionsstrom geführt wird. Das gilt natürlich nur so lange, bis mit einer weiter steigenden Flußbelastung der Bahnwiderstand das Bild beherrscht.

Elektronenstreuung und Bildentstehung im Übermikroskop*

Von BODO V. BORRIES

Aus dem Werner-Werk M der Siemens & Halske A.-G., Berlin-Siemensstadt

(Z. Naturforschg. 4a, 51—70 [1949]; eingegangen am 27. Februar 1948)

Aus der Intensitätsverteilung einfach *elastisch* gestreuter Elektronen folgt, daß praktisch alle Elektronen, wenn sie überhaupt einmal einen elastischen Stoß erhalten haben, schon außerhalb des bilderzeugenden Strahls verlaufen. Als *Aufhellungsdicke* wird diejenige Objektmassendicke bezeichnet, welche *im Mittel* jedes Elektron des Primärstrahls *einmal* zur elastischen Streuung bringt, so daß nach Durchlaufen der Aufhellungsdicke noch der 1/e-te Teil (= 36,8 %) *ohne* elastische Streuung verblieben ist. Die Aufhellungsdicke wird als Funktion der Strahlspannung für die verschiedenen Objektsubstanzen berechnet und dargestellt; sie gibt mit guter Näherung diejenige Objektdicke an, die im Übermikroskop noch aufgehellt und mit gutem Auflösungsvermögen abgebildet wird.

Bei den einfach *unelastisch* gestreuten Elektronen kann man zwei Anteile unterscheiden: der eine Anteil wird ebenfalls verhältnismäßig weit abgestreut, so daß er zu einer weiteren Schwächung des bilderzeugenden Kernstrahls führt; der andere Anteil wird nur sehr wenig gestreut, so daß er im Kernstrahl verbleibt, diesen verbreitert und chromatisch inhomogen macht. Als *Bremsdicke* wird diejenige Massendicke des Objekts bezeichnet, die *im Mittel* jedes Elektron des Primärstrahls *einmal* zu unelastischer Streuung bringt. Die Bremsdicke wird ebenfalls für eine Anzahl von Streusubstanzen und als Funktion der Strahlspannung berechnet. Sie ist von gleicher Größenordnung wie die Aufhellungsdicke und im wesentlichen von der diamagnetischen Suszeptibilität abhängig. Für ein Beispiel wird die Intensitätsverteilung des durch verschieden dicke Objektschichten gegangenen Strahls nach Richtung und Geschwindigkeit quantitativ aufgezeichnet. Die sich daraus für die Deutung der Bildentstehung ergebenden Folgerungen werden diskutiert.

In der Übermikroskopie durchdringt ein nahezu paralleler Elektronenstrahl praktisch einheitlicher Geschwindigkeit eine dünne Materieschicht, das Objekt. Dabei wird einerseits das Objekt beeinflusst, andererseits der Strahl modifiziert. Das

Objekt nimmt Leistung und elektrische Ladung auf, wobei es erwärmt und ionisiert wird. Das Ausmaß dieser Wirkungen, die im allgemeinen unerwünschte Nebeneffekte der elektronischen Abbildungsmethode sind, hat der Verf. in einer Veröffentlichungsreihe über die Intensitätsverhältnisse am Übermikroskop eingehender unter-

* VII. Mitt. über die Intensitätsverhältnisse am Übermikroskop.