Über das Archimedische und das Cantorsche Axiom[1]).

Die hier folgenden Ausführungen enthalten als Hauptergebnis den Nachweis zweier Tatsachen. Erstens: es genügt in der absoluten Geometrie — und damit auch in der Euklidischen wie der hyperbolischen —, im Archimedischen Axiom die Meßbarkeit einer einzigen Strecke durch jede ihrer Teilstrecken zu fordern; dann folgt daraus als Satz, daß der ganze Raum Archimedisch, d. h. jede Strecke durch jede kleinere meßbar ist. Zweitens: man kann in jeder Archimedischen Geometrie das CANTORsche Axiom als reines Anordnungsaxiom aussprechen; damit gewinnt man eine nicht-metrische und besonders einfache Formulierung dieses Axioms. Dem verschiedenartigen Charakter dieser beiden Ergebnisse entsprechend zerfallen die Betrachtungen in zwei, im wesentlichen voneinander unabhängige Teile.

I. Das Archimedische Axiom in der absoluten Geometrie.

1. Der absoluten Geometrie, dem gemeinsamen Bestandteile der Euklidischen und der hyperbolischen Geometrie, legen wir ein Axiomensystem zugrunde, das in möglichst engem Anschluß an D. HILBERTS Axiomensystem der Euklidischen Geometrie gewonnen ist[2]), indem wir mit den drei HILBERTschen Axiomgruppen der Verknüpfung, der Anordnung, der Kongruenz beginnen. Mit

[1]) Soweit im Folgenden Ergebnisse meiner beiden vorhergehenden Noten hereinspielen, werden sie ausdrücklich angeführt. Diese beiden Noten, deren Kenntnis demnach für das Verständnis der vorliegenden Note nicht notwendig ist, sind: „Zur Axiomatik der Geometrie I. Über HILBERTS Vollständigkeitsaxiom", Math. Ann. 100 (1928), S. 321—333 (weiterhin zitiert als „G. I") und „Zur Axiomatik der Geometrie II. Vereinfachungen des Archimedischen und des Cantorschen Axioms", wird in den Berichten des Internationalen Mathematikerkongresses zu Bologna (1928) erscheinen (weiterhin zitiert als „G. II").

[2]) Es ist wohl selbstverständlich, daß damit das Axiomensystem HILBERTS gemeint ist, das in der ursprünglichen Fassung der „Grundlagen" allein auftritt und das in den weiteren Auflagen als einziges im Hauptteil behandelt wird. Die in späteren Anhängen der „Grundlagen" betrachteten Axiomensysteme scheiden hier aus.