2 Funktionen einer reellen Veränderlichen

Geraden

2.1 Für die Steigung a einer Gerade $y = ax + b$ durch den Punkt (x_0, y_0) gilt: $a = \dfrac{y - y_0}{x - x_0}$. Daraus folgt: $y = y_0 + a(x - x_0)$. Das ergibt für die Gerade durch (2, −3) mit Steigung $a = 4$ die Gleichung $y = 4x - 11$.

2.2 Sind die Schnitte x_0 und y_0 mit den Achsen gegeben, so kann man ihre Gleichung sofort in der folgenden impliziten Form anschreiben:
$\dfrac{x}{x_0} + \dfrac{y}{y_0} = 1$. Für $x_0 = -2$ und $y_0 = -3$ ergibt das $\dfrac{x}{-2} + \dfrac{y}{-3} = 1$.
Eine explizite Form erhalten wir durch Auflösen nach y: $y = -1.5x - 3$.

2.3 a) Gesucht ist die Gerade $y = a \cdot x + b$ durch $P(0, -6)$ und $Q(1, 0)$.
Die Steigung ist $a = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{0 + 6}{1 - 0} = 6$.
Das Einsetzen von z.B. P in die Geradengleichung ergibt dann:
$-6 = 6 \cdot 0 + b \Rightarrow b = -6$
Also erhalten wir die Geradengleichung $y = 6x - 6$.

b) Eine andere Methode zur Ermittlung der Geradengleichung durch zwei Punkte nimmt nur auf Steigungen Bezug:
Für eine Gerade durch $P(0, 1)$ und $Q(2, 3)$ funktioniert sie so:
$$\frac{y - y_2}{x - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow \frac{y - 3}{x - 2} = \frac{3 - 1}{2 - 0} = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow y - 3 = x - 2.$$
Das ergibt die Geradengleichung: $y = x + 1$.

c) Für eine Gerade durch $P(-3, 4)$ und $Q(-4, -1)$ ergibt sich mittels Bezugnahme auf die Steigungen:
$$\frac{y - y_2}{x - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow \frac{y + 1}{x + 4} = \frac{-1 - 4}{-4 + 3} = \frac{5}{1} = 5 \Rightarrow y + 1 = 5x + 20.$$
Das ergibt die Geradengleichung: $y = 5x + 19$.

2.4 Gefrierpunkt: $P(0°\mathrm{C}, 32°\mathrm{F})$, Siedepunkt: $Q(100°\mathrm{C}, 212°\mathrm{F})$
$$\frac{T_F - 32°\mathrm{F}}{T_C - 0°\mathrm{C}} = \frac{212°\mathrm{F} - 32°\mathrm{F}}{100°\mathrm{C} - 0°\mathrm{C}} = \frac{180°\mathrm{F}}{100°\mathrm{C}} = 1.8\,\frac{°\mathrm{F}}{°\mathrm{C}}$$
$$\Rightarrow T_F = 32°\mathrm{F} + 1.8\,\frac{°\mathrm{F}}{°\mathrm{C}} \cdot T_C$$
Als Umkehrfunktion dazu ergibt sich: $T_C = \dfrac{5}{9}(T_F - 32°\mathrm{F})\,\dfrac{°\mathrm{C}}{°\mathrm{F}}$