4 Differential- und Integralrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

Begriff der Ableitung, Differentiationsregeln

4.1 a) y' ist die Steigung bei $x = 20$. Da es sich um eine Gerade handelt, ist diese Steigung y' für alle x, also auch für $x = 40$, gleich groß.

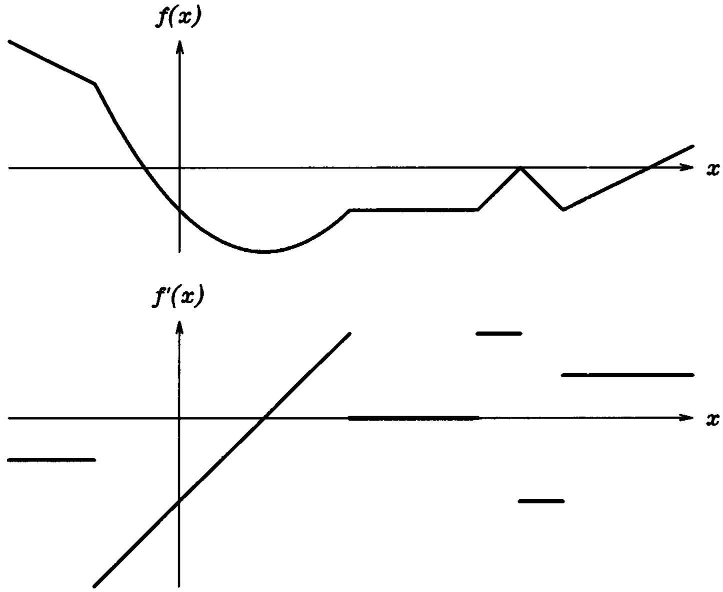
Das Steigungsdreieck liefert: $m = y' = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{40-0}{0-50} = -0.8$.

b) Man legt bei $x = 1.5$ eine Tangente an die Kurve an und bestimmt dann am Bildrand die Steigung des Steigungsdreiecks:

$m = y' = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} \approx \dfrac{6.7-0}{2-0.5} \approx 4.5.$

Diese Steigung ist die Ableitung y' für $x = 1.5$. Die Steigung wird umso größer, je größer x ist. Die Ableitungsfunktion ist somit streng monoton wachsend.

4.2



4.3 a) $f(x) = \dfrac{x^2+4x+1}{\frac{1}{x}} = x^3 + 4x^2 + x \implies f'(x) = 3x^2 + 8x + 1$

b) $f(x) = \dfrac{e^{-x} + 2e^{-x}}{e^{-2x}} = 3e^{-x} \cdot e^{+2x} = 3e^{x} \implies f'(x) = 3e^{x}$