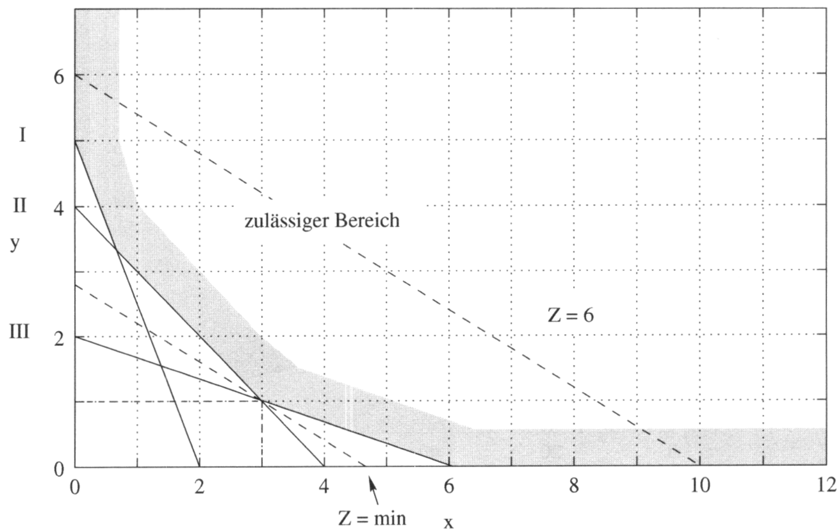
8 Lineare Optimierung

8.1 Es sei x die Menge von Speise X, gemessen in Einheiten von 100 g, und y die Menge von Speise Y, gemessen in Einheiten von 100 g.

Zu minimieren sind die Kosten $Z = 0.60 \cdot x + 1.00 \cdot y$, bewertet in €, und zwar unter den folgenden Nebenbedingungen:

$$\begin{array}{lllll}
\text{I:} & \text{Eiweiß:} & 10x + 4y \geq 20 & \Longleftrightarrow & y \geq 5 - \frac{5}{2}x \\
\text{II:} & \text{Fett:} & 5x + 5y \geq 20 & \Longleftrightarrow & y \geq 4 - x \\
\text{III:} & \text{Kohlenhydrate:} & 20x + 60y \geq 120 & \Longleftrightarrow & y \geq 2 - \frac{1}{3}x \\
 & & x,\ y \geq 0 & &
\end{array}$$



$Z = 0.6x + y \iff y = Z - 0.6x$ (Höhenlinien für die Kosten Z)

Aus der Graphik erkennt man durch Parallelverschiebung der gestrichelt gezeichneten Höhenlinien für die Kosten Z, dass Z im Schnittpunkt der Begrenzungsgeraden von II ($y = 4 - x$) und III ($y = 2 - \frac{1}{3}x$) innerhalb des schraffiert angedeuteten zulässigen Bereichs minimal wird.

Wir setzen diese Geraden II und III gleich: $4 - x = 2 - \frac{1}{3}x \implies x = 3$;

$x = 3$ eingesetzt in eine der Geraden II oder III ergibt letztlich: $y = 1$.

Die optimale Lösung ist also $x = 3$, $y = 1$, d.h., seine Frau sollte 300 g von Speise X und 100 g von Speise Y zubereiten. Die minimierten Kosten belaufen sich dann auf $Z = 0.60 \cdot 3 + 1.00 \cdot 1 = 2.8$, also auf 2.80 €.