

3 Folgen, Grenzwerte, Reihen, Zinsrechnung

Folgen, Grenzwerte

3.1 Welche Grenzwerte haben die Folgen

a) $(0.9, 0.99, 0.999, \dots)$ b) $(0.75, 0.775, 0.7775, \dots)$?

3.2 Berechnen Sie die ersten vier Glieder folgender Folgen:

a) $\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)_{n \in \mathbb{N}}$ b) $(\sqrt{n})_{n \in \mathbb{N}}$

Welche dieser Folgen konvergieren?

3.3 Bestimmen Sie folgende Grenzwerte für $n \rightarrow \infty$:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10^{-6} \cdot 10^{-3n}}{10^{-7n}}$ c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n-2}$
d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 5}{n}$ e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n - 20n^2 + 3}{4n^2 - 11n + 2}$ f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - n^3}{10n^2 - n}$
g) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 4n^2}{100 + n}$ h) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 10^{50}n^2}{n^3 + 1}$ i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10^n}{-10^{30} \cdot 3^{2n}}$

3.4 Bestimmen Sie folgende Grenzwerte für x gegen $+\infty$ bzw. $-\infty$:

a) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^4}{(1-x)^3}$ b) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2(1+x^2)}{(7-x)(9+x)}$ c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1.01^x}{x^{100}}$
d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{100\sqrt{x}}$ e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot \ln x^{100}$ f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^{-100}}{e^{3x}}$

3.5 Bestimmen Sie folgende Grenzwerte für x gegen eine feste Zahl x_0 :

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+2)^2 - 4}{x}$ b) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 + x - 1}{4x^2 - 1}$ c) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{6x^2 - 54}{12 - 3x^2}$
d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{1-\sqrt{x}}$ e) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x + 2}$ f) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a}$

3.6 Bestimmen Sie folgende Grenzwerte für x gegen 0:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \cdot \cos x}{x}$ c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin^2 \sqrt{x}}{1 - \cos x}$
d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + \sin x}{x}$ e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{\sin x}$ f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{x^2}$