

Über das Hassesche Klassenkörper-Zerlegungsgesetz und seine Verallgemeinerung für beliebige abelsche Funktionenkörper.

Von *Peter Roquette*, z. Zt. in Princeton.

Inhalt.

§ 1. Einleitung	49
§ 2. Der Hassesche Homomorphismus	51
§ 3. Das Klassenkörper-Zerlegungsgesetz	55
§ 4. Der Endlichkeitssatz	62
§ 5. Verallgemeinerung für beliebige abelsche Funktionenkörper	66
Literaturverzeichnis	67

§ 1. Einleitung.

1. Nach Hasse [2] gilt für einen elliptischen Funktionenkörper K über seinem m -Teilungskörper K_m ein ähnliches Primdivisor-Zerlegungsgesetz, wie es für abelsche Zahlkörpererweiterungen durch die Klassenkörpertheorie bekannt ist. Hasse stellte damals die Forderung auf, sein Zerlegungsgesetz in eine allgemeine, klassenkörper-ähnliche Theorie der Funktionenkörper einzubauen. Nun ist kürzlich von Kawada und Tate [5] eine derartige allgemeine Theorie, genannt Pseudo-Klassenkörpertheorie, dargestellt worden. Diese Autoren beweisen für unverzweigte Funktionenkörpererweiterungen ein Reziprozitätsgesetz, welches dem Artinschen aus der Zahlentheorie weitgehend analog ist. Da nun das Artinsche Reziprozitätsgesetz im Zahlkörperfalle eine Aussage über die Zerlegung der Primdivisoren enthält, so ist zu erwarten, daß auch für Funktionenkörper das Kawada-Tatesche Reziprozitätsgesetz mit dem Hasseschen Zerlegungsgesetz in engem Zusammenhang steht. Die Untersuchung dieses Zusammenhanges war der Ausgangspunkt der vorliegenden Arbeit.

Allerdings ist es nicht möglich, das Hassesche Zerlegungsgesetz direkt als Folgerung aus den Kawada-Tateschen Resultaten herzuleiten. Denn bei den letzteren wird der Konstantenkörper k von K als algebraisch-abgeschlossen vorausgesetzt, während gerade bei dieser Voraussetzung das Hassesche Zerlegungsgesetz trivial wird. Demnach ist der vermutete Zusammenhang in einem gemeinsamen, beiden Resultaten zugrunde liegenden Formalismus zu suchen. Ein solcher wird durch die allgemeine Kohomologietheorie folgendermaßen geliefert¹⁾:

¹⁾ Für eine Darstellung der allgemeinen Kohomologietheorie möge auf das Buch von *Cartan-Eilenberg*, *Homological Algebra*, verwiesen werden, welches demnächst in der Princeton University Press erscheinen soll. Es sei jedoch bemerkt, daß die Kenntnis der allgemeinen Kohomologietheorie in dieser Arbeit nicht vorausgesetzt wird; ich erwähne sie nur, um den Anschluß an *Kawada-Tate* [5] herzustellen.