Bewegungsgruppen projektiv-metrischer Ebenen von Char. 2

Von *Karl Jakob Dienst* in Darmstadt

Projektiv-metrische Ebenen sind bekanntlich isomorph zu Koordinatenebenen dreidimensionaler Vektorräume über Körpern, wobei die Metriken der Ebenen durch symmetrische Bilinearformen der Vektorräume induziert werden. Zur Metrisierung projektiver Ebenen von Charakteristik 2 verwendete man dabei bisher nur solche Bilinearformen f, die sich mit nichtquasilinearen quadratischen Formen Q durch $f(\mathfrak{x}, \mathfrak{y}) = Q(\mathfrak{x}) + Q(\mathfrak{y}) + Q(\mathfrak{x} + \mathfrak{y})$ definieren lassen (vgl. z. B. Lingenberg [7]). Eine derartige Beschränkung der symmetrischen Bilinearformen ermöglicht, bei der Definition von Geradenspiegelungen die Forderung der Eindeutigkeit zu erfüllen, was eine gruppentheoretische Axiomatisierung metrischer Ebenen auch von Charakteristik 2 erlaubt.

Betrachtet man jedoch andererseits projektive Ebenen von Charakteristik 2 als Bilder projektiv-metrischer Ebenen unter projektiven Homomorphismen, so lassen sich diese Ebenen dadurch eindeutig metrisieren, daß man von den Homomorphismen verlangt, daß sie nicht nur inzidenztreu, sondern auch metrisch treu operieren. Zu diesen Metriken gibt es in den zugehörigen Vektorräumen zwar stets eine sie induzierende symmetrische Bilinearform, jedoch i. a. keine geeignete nichtquasilineare quadratische Form.

Es ist daher von besonderem Interesse zu untersuchen, wie sich in projektiv-metrischen Ebenen von Charakteristik 2 — deren Metriken von beliebigen symmetrischen Bilinearformen der zugehörigen Vektorräume induziert werden — Geradenspiegelungen definiert werden können und welche Gruppen diese erzeugen.

Den Herren Dr. W. Hoyer, Dr. U. Ott, H. Weber und besonders Herrn Prof. Dr. R. Lingenberg möchte ich für viele Anregungen und klärende Gespräche herzlich danken.

§ 1. Dreidimensionale metrische Vektorräume von Char. 2

Sei K ein Körper von Charakteristik 2, $V(K)$ der dreidimensionale Vektorraum über K. Die Elemente von K seien i. a. mit kleinen griechischen und die Vektoren des Vektorraums $V(K)$ mit kleinen gotischen Buchstaben bezeichnet; insbesondere der Nullvektor mit $\mathfrak{o}$. Das Null- und das Einselement von K bezeichnen wir mit 0 bzw. 1. Sei ferner f eine symmetrische Bilinearform des Vektorraums $V(K)$. $V(K)$ heißt dann ein *dreidimensionaler metrischer Vektorraum von Char.* 2 und wird mit $V(K, f)$ bezeichnet.

Zwei Vektoren $\mathfrak{x}$ und $\mathfrak{y}$ heißen genau dann zueinander *orthogonal*, wenn $f(\mathfrak{x}, \mathfrak{y}) = 0$. Ein Vektor heißt genau dann *isotrop*, wenn er zu sich selbst orthogonal ist, und genau dann *singulär*, wenn er zu allen Vektoren von $V(K, f)$ orthogonal ist.