

Störungstheoretische Untersuchungen über Semi-Fredholmpaare und -operatoren in lokalkonvexen Vektorräumen. I

Von *R. Mennicken* und *B. Sagrahoff* in Regensburg

Störungen von Fredholm- und Semi-Fredholmoperatoren sowie allgemeiner von Fredholm- und Semi-Fredholmpaaren wurden bisher von einer ganzen Reihe von Autoren betrachtet, so etwa von Cordes und Labrousse [3] für abgeschlossene lineare Operatoren in Hilberträumen, von Krein, Krasnoselski und Milman [23] sowie Gohberg und Krein [9] für derartige Operatoren in Banachräumen, von Neubauer [27], [28] für abgeschlossene lineare Relationen und von Kato [20] für Paare abgeschlossener Unterräume in derartigen Räumen. Goldberg [12] und Gustafson [16] beschäftigten sich mit Störungen linearer und abgeschlossener linearer Operatoren in normierten Vektorräumen. Pietsch [29] studierte in lokalkonvexen Vektorräumen das Stabilitätsverhalten von Semi-Fredholmoperatoren mit stetig projizierbarem Null- und Bildraum der Form $I - K$, wenn K in einer gewissen Teilalgebra der Algebra der lokalbeschränkten Operatoren variiert. Van Dulst [5], [6] untersuchte spezielle Störungen abgeschlossener Operatoren in lokalkonvexen Vektorräumen, wobei er sich jedoch in den Hauptergebnissen auf Abbildungen in Banachräume beschränkte. Vladimirski [35], [36], [37], [39], [40] behandelte in lokalkonvexen, teilweise sogar in topologischen Vektorräumen Störungen stetiger bzw. abgeschlossener Semi-Fredholmoperatoren durch kompakte, lokalbeschränkte und strikt-singuläre Operatoren, jedoch oft unter zusätzlichen, recht einschränkenden Voraussetzungen. Das den meisten aller dieser Arbeiten gemeinsame Ziel war die Herleitung von Aussagen über Stetigkeit bzw. obere Halbstetigkeit der Nullität und des Defektes sowie über die Invarianz des Index.

Die vorliegende Arbeit schließt an die störungstheoretischen Untersuchungen über Semi-Fredholmpaare und -operatoren in Banachräumen durch Kato und Neubauer an. Angestrebt wird eine möglichst weitgehende Übertragung und Verallgemeinerung dieser Resultate für Semi-Fredholmpaare und -operatoren in nicht notwendig vollständigen lokalkonvexen Vektorräumen, so daß dabei auch der wesentlichere Teil der Ergebnisse von Goldberg, Gustafson, Pietsch, van Dulst und Vladimirski umfaßt, verallgemeinert und ergänzt wird.

Hierzu werden zunächst in Abschnitt 1 dem Vorgehen im Banachraum analog die Begriffe „Öffnung“ und „Minimalöffnung“ zwischen nicht notwendig abgeschlossenen Unterräumen eines seminormierten Vektorraumes eingeführt und ihre wesentlichen Eigenschaften hergeleitet. Zu dieser Herleitung gehen die Autoren in bekannt kanonischer Weise vom gegebenen seminormierten Vektorraum zum zugehörigen normierten Vektor-